รายงานการวิจัย

การไหลแบบสามมิติเพื่อมุ่งไปสู่อุโมงค์ลมเชิงตัวเลข
(Three-Dimensional Flow towards a Numerical Wind Tunnel)

คณะผู้วิจัย

หัวหน้าโครงการ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เอกชัย จันทสาโร

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผู้ร่วมวิจัย

นายบุญลือ สวัสดิ์มงคล

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ พ.ศ. 2544

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัย*แต่เพียงผู้เดียว*

กันยายน 2546

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ พ.ศ. 2544 หัวหน้าโครงการและผู้ร่วมวิจัยขอกราบขอบพระคุณมา ณ ที่นี้

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณ อาจารย์สอาด สุลักษณ์ คุณเกียรติศักดิ์ เหงี่ยมสูงเนิน และคุณเอกรงค์ สุขจิต ที่ให้ความช่วยเหลือในการสานงานวิจัยต่อจากคุณบุญลือ สวัสดิ์มงคล และทำให้งานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

หัวหน้าโครงการขอขอบคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรางค์รัตน์ จันทสาโร ที่ได้สละเวลาอันมีค่าของท่านในการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในเรื่องของการไหลแบบปั่นป่วน พร้อมทั้งได้เสนอแนะข้อมูลและความรู้ทางด้านการจำลองการปั่นป่วนและระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ซึ่งก่อให้เกิดประโยชน์อย่างสูง และนำมาซึ่งผลสำเร็จของงานวิจัยฉบับนี้

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้จัดทำขึ้น โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาอุโมงค์ลมเชิงตัวเลขสำหรับการจำลองการไหลแบบสามมิติและปั่นป่วน การไหลประเภทนี้มีพฤติกรรมที่ถูกกำหนดโดย สมการความต่อเนื่อง สมการโมเมนตัม และแบบจำลองการปั่นป่วน สมการควบคุมเหล่านี้ได้รับการคำนวณเชิงตัวเลขโดยใช้ระเบียบวิธีปริมาตรจำกัด ส่วนระเบียบวิธี SIMPLE ถูกนำมาใช้เพื่อช่วยให้ผลการคำนวณที่ได้เป็นไปตามกฎการอนุรักษ์มวล การปั่นป่วนถูกจำลองโดยแบบจำลอง $k - \varepsilon$ ของ Launder & Sharma (1974) การไหลใน Cavity ได้รับเลือกให้เป็นกรณีทดสอบเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของอุโมงค์ลมเชิงตัวเลข การไหลแบบราบเรียบใน Cavity แบบสองมิติถูกใช้ในการทดสอบความถูกต้องของระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ส่วนการไหลแบบปั่นป่วนใน Cavity แบบสามมิติได้รับการคำนวณเพื่อประเมินความถูกต้องของแบบจำลองการปั่นป่วน พบว่าอุโมงค์ลมเชิงตัวเลขของงานวิจัยนี้สามารถจำลองการไหลแบบสามมิติและปั่นป่วนได้อย่างถูกต้อง

ABSTRACT

The present research work is aimed to develop a numerical wind tunnel for the simulation of three-dimensional turbulent flow. This kind of flow is governed by the continuity equation, the momentum equations and the turbulence model. These governing equations are numerically solved by the finite volume method. The SIMPLE method is employed to help satisfy the conservation law of mass. Turbulence is modeled by the $k-\varepsilon$ model of Launder and Sharma (1974). The flow in a cavity is chosen as a test case for the validation of the numerical wind tunnel. The laminar flow in a two-dimensional cavity is used to test the accuracy of the numerical method whereas the turbulent flow in a three-dimensional cavity is calculated in order to evaluate the accuracy of the turbulence model. It has been found that the numerical wind tunnel is capable of accurately simulating the three-dimensional turbulent flow.

สารบัญ

สารบัญตาราง

สารบัญภาพ

คำอธิบายสัญลักษณ์

a_B	สัมประสิทธิ์ของ ϕ ที่จุด B
a_E	สัมประสิทธิ์ของ ϕ ที่จุด E
a_N	สัมประสิทธิ์ของ ϕ ที่จุด N
a_P	สัมประสิทธิ์ของ ϕ ที่จุด P
a_S	สัมประสิทธิ์ของ ϕ ที่จุด S
a_T	สัมประสิทธิ์ของ ϕ ที่จุด T
a_W	สัมประสิทธิ์ของ ϕ ที่จุด W
a_B^p	สัมประสิทธิ์ของ p' ที่จุด B
a_E^p	สัมประสิทธิ์ของ p' ที่จุด E
a_N^p	สัมประสิทธิ์ของ p' ที่จุด N
a_P^p	สัมประสิทธิ์ของ p' ที่จุด P
a_S^p	สัมประสิทธิ์ของ p' ที่จุด S
a_T^p	สัมประสิทธิ์ของ p' ที่จุด T
a_W^p	สัมประสิทธิ์ของ p' ที่จุด W
a_P^u	สัมประสิทธิ์ของความเร็ว u ที่จุด P
a_P^v	สัมประสิทธิ์ของความเร็ว v ที่จุด P
a_P^w	สัมประสิทธิ์ของความเร็ว w ที่จุด P
b	เทอมที่ก่อให้เกิดการสร้างหรือการสูญเสีย
$C_{\varepsilon 1}$	ค่าคงที่ตัวที่ 1 ของสมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
$C_{\varepsilon 2}$	ค่าคงที่ตัวที่ 2 ของสมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
C_μ	ค่าคงที่ของ μ_t
D	พจน์เสริมของสมการพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
D_b	ความนำของการแพร่ที่ด้าน b
D_e	ความนำของการแพร่ที่ด้าน e
D_n	ความนำของการแพร่ที่ด้าน n
D_s	ความนำของการแพร่ที่ด้าน s
D_t	ความนำของการแพร่ที่ด้าน t
D_w	ความนำของการแพร่ที่ด้าน w
E	พจน์เสริมของสมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน

$f_{\varepsilon 1}$	ฟังก์ชันการหน่วงตัวที่ 1 ของสมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
$f_{\varepsilon 2}$	ฟังก์ชันการหน่วงตัวที่ 2 ของสมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
f_{μ}	ฟังก์ชันการหน่วงของ μ_t
F_b	ฟลักซ์มวลที่ด้าน b
F_e	ฟลักซ์มวลที่ด้าน e
F_n	ฟลักซ์มวลที่ด้าน n
F_s	ฟลักซ์มวลที่ด้าน s
F_t	ฟลักซ์มวลที่ด้าน t
F_w	ฟลักซ์มวลที่ด้าน w
k	พลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
k^*	ค่าโดยประมาณของพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
ℓ	Mixing length
L	ความยาวของแต่ละด้านของ Cavity
p	ความดัน
p^*	ค่าโดยประมาณของความดัน
p'	ค่าแก้ไขของความดัน
p'_B	p' ที่จุด B
p'_E	p' ที่จุด E
p'_N	p' ที่จุด N
p'_P	p' ที่จุด P
p'_S	p' ที่จุด S
p'_T	p' ที่จุด T
p'_W	p' ที่จุด W
Re	เลขเรย์โนลดส์ $\mathrm{Re} = \dfrac{\rho U L}{\mu}$
Re_t	เลขเรย์โนลดส์ของการปั่นป่วน $\mathrm{Re}_t = \dfrac{\rho k^2}{\mu \varepsilon}$
S^P	เทอมที่ก่อให้เกิดการสร้างหรือการสูญเสียของความดัน
S^{ϕ}	เทอมที่ก่อให้เกิดการสร้างหรือการสูญเสียของ ϕ
t_{ij}	ความเค้นที่เกิดขึ้นเนื่องจากการไหลแบบราบเรียบ
T_i	Turbulence intensity

u	ความเร็วเฉลี่ยของการไหลในแนวแกน x
U	ความเร็วของผนังด้านบนที่เป็นเงื่อนไขขอบเขต
u_j	ความเร็วที่เขียนอยู่ในรูปของเทนเซอร์
U_{mag}	ขนาดของความเร็วลัพธ์
u^*	ค่าโดยประมาณของความเร็วเฉลี่ยของการไหลในแนวแกน x
u'	ค่าแก้ไขของความเร็วเฉลี่ยของการไหลในแนวแกน x
v	ความเร็วเฉลี่ยของการไหลในแนวแกน y
v^*	ค่าโดยประมาณของความเร็วเฉลี่ยของการไหลในแนวแกน y
v'	ค่าแก้ไขของความเร็วเฉลี่ยของการไหลในแนวแกน y
w	ความเร็วเฉลี่ยของการไหลในแนวแกน z
w^*	ค่าโดยประมาณของความเร็วเฉลี่ยของการไหลในแนวแกน z
w'	ค่าแก้ไขของความเร็วเฉลี่ยของการไหลในแนวแกน z
x	พิกัด x ของระบบพิกัดคาร์ทีเซียน
x_j	ระบบพิกัดคาร์ทีเซียนที่เขียนอยู่ในรูปของเทนเซอร์
y	พิกัด y ของระบบพิกัดคาร์ทีเซียน
z	พิกัด z ของระบบพิกัดคาร์ทีเซียน
δ_{ij}	Kronecker delta
ΔV	ปริมาตรของปริมาตรควบคุม
Δx	ระยะห่างระหว่างกริดในแนวแกน x
Δy	ระยะห่างระหว่างกริดในแนวแกน y
Δz	ระยะห่างระหว่างกริดในแนวแกน z
ε	อัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
ε^*	ค่าโดยประมาณของอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
ϕ	ตัวแปรใดๆ
ϕ_B	ϕ ที่จุด B
ϕ_E	ϕ ที่จุด E
ϕ_N	ϕ ที่จุด N
ϕ_P	ϕ ที่จุด P
ϕ_S	ϕ ที่จุด S
ϕ_T	ϕ ที่จุด T
ϕ_W	ϕ ที่จุด W

Γ	สัมประสิทธิ์ของการแพร่กระจาย
μ	ความหนืด
μ_t	ความหนืดของการปั่นป่วน $\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \dfrac{k^2}{\varepsilon}$
μ_t^*	ค่าโดยประมาณของความหนืดของการปั่นป่วน
ω	อัตราการสูญเสียจำเพาะ (Specific dissipation rate)
ρ	ความหนาแน่น
σ_k	ค่าคงที่ของสมการพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
σ_ε	ค่าคงที่ของสมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
τ_{ij}	ความเค้นของ Reynolds ที่เกิดขึ้นเนื่องจากการไหลแบบปั่นป่วน

ตัวห้อย

b	ที่ด้าน b
B	ที่จุด B
e	ที่ด้าน e
E	ที่จุด E
n	ที่ด้าน n
nb	ที่จุดข้างเคียง W, E, S, N, B, T
N	ที่จุด N
P	ที่จุด P
s	ที่ด้าน s
S	ที่จุด S
t	ที่ด้าน t
T	ที่จุด T
w	ที่ด้าน w
W	ที่จุด W

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย

การไหลของของไหลผ่านภายในหรือภายนอกวัตถุนั้นมีความสำคัญอย่างยิ่งต่องานทางด้านวิศวกรรม ซึ่งตัวอย่างของอุปกรณ์ที่เกี่ยวข้องกับงานดังกล่าว คือ คอมเพรสเซอร์ (Compressor) พัดลม (Fan) กังหัน (Turbine) ปั๊ม (Pump) นอสเซิล (Nozzle) ดิฟฟิวเซอร์ (Diffuser) หรือแม้แต่ เครื่องบิน รถยนต์ เรือ หรือห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์ เป็นต้น นอกจากงานทางด้านวิศวกรรมแล้ว การศึกษาและเข้าใจถึงพฤติกรรมของการไหลก็มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อวิวัฒนาการทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตัวอย่างที่เห็นได้ชัดเจน คือ การไหลเวียนของโลหิตผ่านอวัยวะส่วนสำคัญต่างๆ ภายในร่างกายของมนุษย์ การไหลเวียนของอากาศภายในปอดและระบบทางเดินหายใจ ซึ่งความเข้าใจในพฤติกรรมของการไหลเหล่านี้จะนำไปสู่การพัฒนาอวัยวะเทียมที่มีประสิทธิภาพสูง นอกจากนี้ก็ยังมีการศึกษาพฤติกรรมของการไหลของบรรยากาศของโลกซึ่งจะนำไปสู่การพยากรณ์อากาศที่แม่นยำ เพื่อลดการสูญเสียต่างๆ ที่อาจจะเกิดขึ้นโดยภัยธรรมชาติ ที่กล่าวมาทั้งหมดนี้เป็นตัวอย่างที่ชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของงานวิจัยทางด้านพลศาสตร์ของไหล (Fluid dynamics)

การศึกษาพฤติกรรมของการไหลของของไหลนั้น โดยมากมักถูกจำกัดอยู่กับการไหลแบบหนึ่งหรือสองมิติเท่านั้น เพื่อลดความซับซ้อนของปัญหาและวิธีการที่ใช้ แต่ในความเป็นจริงนั้นวัตถุต่างๆ มักมีขนาดที่จำกัด ประกอบกับการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นตลอดเวลาของทิศทางและปริมาณของการไหล ดังนั้นพฤติกรรมของการไหลที่เกิดขึ้นจึงเป็นปัญหาแบบสามมิติ แนวทางในการศึกษาและเข้าใจถึงพฤติกรรมของการไหลแบบสามมิตินั้น กระทำได้โดยการทำการทดลองและทำการวัดหาค่าของตัวแปรต่างๆ ที่ต้องการ หรือโดยการใช้ระเบียบวิธีเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ระบบสมการที่กำหนดพฤติกรรมของการไหล จะเห็นได้ว่าในปัจจุบันนี้เครื่องมือและอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองและการวัดเพื่อหาค่าของตัวแปรต่างๆ นั้นมีราคาแพงมาก ดังนั้นทางเลือกที่เหมาะสมกว่าคือ การใช้ระเบียบวิธีเชิงคณิตศาสตร์เพื่อทำการศึกษาพฤติกรรมของการไหล ระเบียบวิธีเชิงคณิตศาสตร์ที่ถูกนำมาใช้นั้นเป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical method) เหตุผลที่ต้องเลือกใช้วิธีการนี้ เพราะระบบสมการที่กำหนดพฤติกรรมของการไหลนั้นประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยและไม่เชิงเส้นหลายสมการ ดังนั้นการศึกษาพฤติกรรมของการไหลแบบสามมิติโดยใช้ระเบียบวิธีเชิงวิเคราะห์ (Analytical method) จึงมีขอบเขตของการใช้จำกัดอยู่เฉพาะกับการไหลที่ไม่ซับซ้อน

ในงานทางด้านวิศวกรรมนั้น การไหลส่วนใหญ่เป็นการไหลแบบปั่นป่วน เพราะการไหลที่เกิดขึ้นนั้นมีความเร็วสูง และความเร็วนี้จะเปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่งและเวลาที่พิจารณา อย่างไรก็ตาม พฤติกรรมของการไหลประเภทนี้ถูกกำหนดโดยกฎของการอนุรักษ์มวล กฎของการอนุรักษ์โมเมนตัม และกฎของการอนุรักษ์พลังงาน รวมทั้งสมการของสถานะ (Equation of state) กฎต่างๆ เหล่านี้ปรากฏอยู่ในรูปของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยและไม่เชิงเส้น ซึ่งผลเฉลยของระบบสมการนี้ถูกหาได้โดยตรงจากการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข อย่างไรก็ตาม การคำนวณโดยตรงเช่นนี้ต้องใช้คอมพิวเตอร์ที่มีความเร็วสูงๆ และหน่วยความจำมากๆ อย่างเช่น Supercomputer ซึ่งมีราคาแพง และถูกติดตั้งไว้ ณ ศูนย์วิจัยชั้นนำของโลกเท่านั้น ถึงแม้ว่าการคำนวณโดยใช้ Supercomputer จะเป็นไปได้ การคำนวณนั้นก็จะใช้เวลานาน และความเร็วของการไหลที่ศึกษามีขีดจำกัดอยู่ที่ความเร็วต่ำๆ เท่านั้น ซึ่งต่ำกว่าความเร็วของการไหลที่พบเห็นในงานทางด้านวิศวกรรมมาก ดังนั้น แทนที่จะศึกษาพฤติกรรมของการไหลแบบปั่นป่วนซึ่งเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาในลักษณะไม่สม่ำเสมอ (Random) ระบบสมการของการไหลประเภทนี้จะถูกนำมาเฉลี่ยกับเวลาเพราะฉะนั้นพฤติกรรมของการไหลโดยเฉลี่ยจะถูกนำมาศึกษาและวิเคราะห์ ซึ่งเพียงพอต่อการนำไปใช้ต่อในงานทางด้านวิศวกรรม อย่างไรก็ตาม หลังจากทำการเฉลี่ยระบบสมการของการไหลแบบปั่นป่วนแล้วพบว่ามีจำนวนของตัวไม่รู้ค่า (Unknown) มากกว่าจำนวนของสมการ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องใช้แบบจำลองการปั่นป่วน (Turbulence model) เพื่อทำให้ระบบสมการนี้อยู่ในรูปแบบปิด (Closed form) และหาผลเฉลยได้ แบบจำลองการปั่นป่วนที่นิยมใช้ในงานวิจัยทางด้านวิศวกรรมนั้นเป็นแบบสองสมการ (Two-equation model)

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อวิจัยและพัฒนาอุโมงค์ลมเชิงตัวเลขสำหรับการไหลแบบสามมิติ

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

กรอบของงานวิจัยนี้คือ การไหลแบบสามมิติ โดยที่แบบจำลองการปั่นป่วนนั้นเป็นประเภทสองสมการ

1.4 วิธีดำเนินการวิจัยโดยย่อ

วิธีดำเนินการวิจัยโดยย่อ สามารถสรุปได้ดังนี้

- ทบทวนเอกสารที่เกี่ยวข้อง
- จัดเตรียมสมการควบคุมสำหรับการไหลแบบสามมิติ และคัดเลือกแบบจำลองการปั่นป่วนประเภทสองสมการที่จะใช้ในการจำลองการไหลแบบปั่นป่วน
- กำหนดระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่จะใช้ในการคำนวณ
- กำหนดกรณีทดสอบ ที่จะใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์
- พัฒนาและทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในขั้นที่ 1 โดยจำลองการไหลแบบสองมิติและราบเรียบ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้
- พัฒนาและทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในขั้นที่ 2 โดยจำลองการไหลแบบสามมิติและปั่นป่วน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองการปั่นป่วนที่ใช้

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

อุโมงค์ลมเชิงตัวเลข ที่สามารถนำไปใช้ในการศึกษาพฤติกรรมของการไหลแบบสามมิติและปั่นป่วนได้

บทที่ 2
การทบทวนเอกสารที่เกี่ยวข้อง

2.1 การคำนวณเชิงตัวเลข

ระเบียบวิธีปริมาตรจำกัด (Finite volume method) เป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ได้รับความนิยมและประสบความสำเร็จเป็นอย่างสูงในการแก้ปัญหาทางด้านพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ (Computational fluid dynamics) โดยที่หลักการพื้นฐานต่างๆ ของระเบียบวิธีปริมาตรจำกัดได้รับการบรรยายไว้อย่างดีในหนังสือของ Patankar (1980) และ Versteeg & Malalasekera (1995) นอกจากนี้หนังสือทั้งสองเล่มยังบรรยายถึงวิธีการที่ใช้ในการหาค่าของความดันที่ถูกต้องสำหรับการไหลที่พิจารณา ซึ่งระเบียบวิธี SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) เป็นวิธีการดังกล่าวที่ได้รับความนิยมในการใช้งานอย่างกว้างขวาง เนื่องจากเป็นวิธีที่ไม่ซับซ้อนและเข้าใจง่าย

สำหรับพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ วิธีการคำนวณสามารถถูกจัดแบ่งออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

- วิธีการคำนวณบนระบบกริดแบบจุดเยื้อง (Staggered grid system)
- วิธีการคำนวณบนระบบกริดแบบจุดร่วม (Collocated grid system)

วิธีการคำนวณสำหรับการไหลแบบไม่อัดตัวนั้นจะใช้ความดันเป็นหนึ่งในตัวแปรหลัก โดยที่ความหนาแน่นของของไหลเป็นค่าคงที่ ระบบกริดแบบจุดเยื้องจะถูกนำมาใช้เพื่อป้องกันกรณีที่ความดันมีการกระจายตัวที่ไม่สม่ำเสมอ ซึ่งความเร็วจะถูกเก็บไว้ที่ตำแหน่งซึ่งเยื้องจากจุดที่เก็บตัวแปรอื่นๆ

อย่างไรก็ตาม Rhie & Chow (1983) ชี้ให้เห็นว่าวิธีการคำนวณบนระบบกริดแบบจุดเยื้อง จะสิ้นเปลืองหน่วยความจำ และเพิ่มความซับซ้อนให้กับการพัฒนาโปรแกรม ดังนั้น Rhie & Chow (1983) จึงเสนอให้ใช้ระบบกริดแบบจุดร่วม ซึ่งตัวแปรทุกตัวจะถูกเก็บไว้ที่จุดเดียวกัน และเพิ่มขั้นตอนการประมาณค่าในช่วงให้กับการหาค่าของความเร็วที่แต่ละด้านของแต่ละปริมาตรควบคุมเพื่อป้องกันกรณีที่ความดันมีการกระจายตัวที่ไม่สม่ำเสมอ

จากการทบทวนเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณเชิงตัวเลข วิธีการที่จะถูกนำมาใช้ในงานวิจัยนี้สามารถสรุปได้ดังนี้

- ระเบียบวิธีปริมาตรจำกัด ถูกนำมาใช้ในการแปลง สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย ให้เป็น ระบบสมการพีชคณิตเชิงเส้น
- ระเบียบวิธี SIMPLE ถูกนำมาใช้ในการหาค่าของความดันของการไหลที่พิจารณา

- ระบบกริดแบบจุดร่วม ถูกนำมาใช้ในการกำหนดตำแหน่งที่ใช้เก็บค่าของตัวแปรต่างๆ โดยจะใช้ร่วมกับการประมาณค่าในช่วงของ Rhie & Chow (1983) เพื่อป้องกันกรณีที่ความดันของการไหลมีการกระจายตัวที่ไม่สม่ำเสมอ

2.2 แบบจำลองการปั่นป่วน

แบบจำลองการปั่นป่วนประเภทสองสมการเป็นแบบจำลองที่ได้รับความนิยมและประสบความสำเร็จเป็นอย่างสูงในการจำลองการไหลแบบปั่นป่วน Patel, Rodi & Scheuerer (1985) ได้ทำการสำรวจแบบจำลองการปั่นป่วนประเภทสองสมการที่ถูกพัฒนาและเสนอโดยคณะวิจัยกลุ่มต่างๆ จนได้ข้อสรุปว่า แบบจำลองการปั่นป่วนที่ให้ผลการคำนวณสอดคล้องกับผลการทดลองเป็นที่น่าพอใจคือ

- แบบจำลอง $k-\varepsilon$ ของ Launder & Sharma (1974)
- แบบจำลอง $k-\varepsilon$ ของ Lam & Bremhorst (1981)
- แบบจำลอง $k-\varepsilon$ ของ Chien (1982)
- แบบจำลอง $k-\omega$ ของ Wilcox & Rubesin (1980)

6 ปีต่อมา Lang & Shih (1991) ได้ทำการศึกษาเชิงเปรียบเทียบแบบจำลองการปั่นป่วนประเภทสองสมการเป็นจำนวนมาก และพบว่าแบบจำลองการปั่นป่วนที่ให้ผลการคำนวณสอดคล้องกับผลการทดลองเป็นอย่างดีคือ

- แบบจำลอง $k-\varepsilon$ ของ Chien (1982)
- แบบจำลอง $k-\varepsilon$ ของ Nagano & Tagawa (1990)
- แบบจำลอง $k-\varepsilon$ ของ Shih (1990)
- แบบจำลอง $k-\varepsilon$ ของ Yang & Shih (1991)

Lang & Shih (1991) ชี้ให้เห็นว่าแบบจำลองในกลุ่มของ Wilcox เช่น Wilcox & Rubesin (1980), Wilcox (1984) and Wilcox (1991) มีข้อเสียที่เงื่อนไขขอบของ ω ที่พื้นผิว และแบบจำลองของ Lam & Bremhorst (1981) มีข้อเสียที่เงื่อนไขขอบของ ε ที่พื้นผิว และมีความอ่อนไหวต่อเงื่อนไขเริ่มต้น กล่าวคือ ผลการคำนวณจะเปลี่ยนไปเมื่อเงื่อนไขเริ่มต้นมีการเปลี่ยนแปลง ส่วนแบบจำลองของ Chien (1982), Nagano & Tagawa (1990), Shih (1990) และ Yang & Shih (1991) มีข้อเสียที่ฟังก์ชันการหน่วงภายในแบบจำลอง โดยที่ฟังก์ชันดังกล่าวเขียนอยู่ในรูปของพิกัดที่ตั้งฉากกับพื้นผิว ซึ่งไม่สะดวกต่อการใช้งาน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การคำนวณที่เกี่ยวข้องกับการไหลแบบสามมิติ

จากการทบทวนเอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบจำลองการปั่นป่วนประเภทสองสมการ พบว่าแบบจำลอง $k-\varepsilon$ ของ Launder & Sharma (1974) เป็นแบบจำลองที่มีความเหมาะสมที่สุดต่อการนำไปประยุกต์ใช้ในงานวิจัยนี้ เนื่องจากแบบจำลองดังกล่าวมีเงื่อนไขขอบบนพื้นผิวที่สะดวกต่อการใช้ ($k=0$ และ $\varepsilon=0$ บนพื้นผิว) และมีฟังก์ชันการหน่วงที่ไม่ขึ้นอยู่กับพิกัดที่ตั้งฉากกับพื้นผิว ดังนั้นแบบจำลองนี้จึงสะดวกต่อการใช้งานในการคำนวณที่เกี่ยวข้องกับการไหลแบบสามมิติ

2.3 กรณีทดสอบ

- ผลการคำนวณเชิงตัวเลขของ Ghia, Ghia & Shin (1982) สำหรับการไหลแบบสองมิติและราบเรียบใน Cavity ซึ่งได้รับการยอมรับให้เป็นหนึ่งในกรณีทดสอบมาตรฐานที่ใช้ในการทดสอบระเบียบวิธีเชิงตัวเลขของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางด้านพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ
- ข้อมูลที่ได้จากการทดลองของ Prasad & Koseff (1989) สำหรับการไหลแบบสามมิติและปั่นป่วนใน Cavity เพื่อใช้ในการทดสอบแบบจำลองการปั่นป่วน

ดังนั้นผลการคำนวณและผลการทดลองที่กล่าวมาข้างต้นจะถูกนำมาใช้ในงานวิจัยนี้เพื่อทดสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ซึ่งผลที่ได้จากการทดสอบจะแสดงไว้ในบทที่ 4 ของรายงานฉบับ

บทที่ 3
วิธีการที่ใช้ในการวิจัย

3.1 สมการควบคุม

ในงานวิจัยนี้ กำหนดให้เป็นการไหลที่สภาวะคงที่แบบไม่อัดตัว และเป็นการไหลแบบปั่นป่วนบนระบบพิกัดฉาก 3 มิติ ซึ่งมีสมการควบคุมที่เขียนอยู่ในรูปของค่าเฉลี่ยกับเวลาในแบบ Tensor ดังนี้

สมการความต่อเนื่อง

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_j\right) = 0 \tag{3.1}$$

โดยที่ ρ คือความหนาแน่นของของไหล และ u_j คือความเร็วของการไหล

สมการโมเมนตัม

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_j u_i\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(t_{ij} + \tau_{ij}\right) - \frac{\partial p}{\partial x_i} \tag{3.2}$$

โดยที่ p คือความดัน และความเค้นเนื่องจากความหนืด t_{ij} คือ

$$t_{ij} = \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{3.3}$$

ซึ่ง μ คือความหนืดของของไหล ส่วนความเค้นของ Reynolds τ_{ij} คือ

$$\tau_{ij} = -\rho\overline{u_i' u_j'} \tag{3.4}$$

ซึ่งเป็นเทอมที่ไม่ทราบค่า ดังนั้นจำเป็นต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาช่วยหาค่าของเทอมดังกล่าว โดยในที่นี้เลือกใช้แบบจำลองการปั่นป่วน $k-\varepsilon$ ของ Launder และ Sharma (1974)

แบบจำลองการปั่นป่วน

สำหรับแบบจำลองการปั่นป่วน $k-\varepsilon$ นั้น ความเค้นของ Reynolds อาศัยหลักการของ Eddy viscosity ซึ่งมีนิยามดังนี้

$$\tau_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3}\delta_{ij}(\rho k) \tag{3.5}$$

โดยที่ μ_t คือ Eddy viscosity, k คือพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน และ δ_{ij} คือ Kronecker delta: $\delta_{ij} = 0$ สำหรับ $i \neq j$ และ $\delta_{ij} = 1$ สำหรับ $i = j$

สำหรับแบบจำลองการปั่นป่วน $k-\varepsilon$ มีสมการดังนี้

สมการพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน k

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + \tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho\varepsilon - \rho D \tag{3.6}$$

สมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน ε

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right] + C_{\varepsilon 1} f_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}\left(\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) - \rho C_{\varepsilon 2} f_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k} - \rho E \tag{3.7}$$

โดยที่ μ_t มีนิยามดังนี้

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{3.8}$$

ส่วนค่าคงที่ของแบบจำลอง ฟังก์ชันการหน่วง และเทอมพิเศษต่างๆ มีค่าดังนี้

$$\sigma_k = 1.0,\ \sigma_\varepsilon = 1.3,\ C_\mu = 0.09,\ C_{\varepsilon 1} = 1.44,\ C_{\varepsilon 2} = 1.92 \tag{3.9}$$

$$f_{\varepsilon 1} = 1.0 \tag{3.10}$$

$$f_{\varepsilon 2} = 1 - 0.3\exp\left(-Re_t^2\right) \tag{3.11}$$

$$D = \frac{2\mu}{\rho}\left(\frac{\partial\sqrt{k}}{\partial x_i}\right)^2 \tag{3.12}$$

$$E = \frac{2\mu}{\rho}\frac{\mu_t}{\rho}\left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_m}\right)^2 \tag{3.14}$$

$$Re_t = \frac{\rho k^2}{\mu\varepsilon} \tag{3.15}$$

รูปแบบสมการควบคุมข้างต้นสามารถจัดให้อยู่ในรูปทั่วไปที่ประกอบด้วยเทอมการพา (Convection), เทอมการแพร่ (Diffusion) และเทอมการกำเนิด (Source) หรือเทอมการเสื่อมลง (Sink) ได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho u_i \phi\right) = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x_i}\right) + S^\phi \tag{3.16a}$$

Convection term = Diffusion term + Source Sink term (3.16b)

โดยที่ ϕ คือตัวแปรตามทั่วไป (General dependent variable)

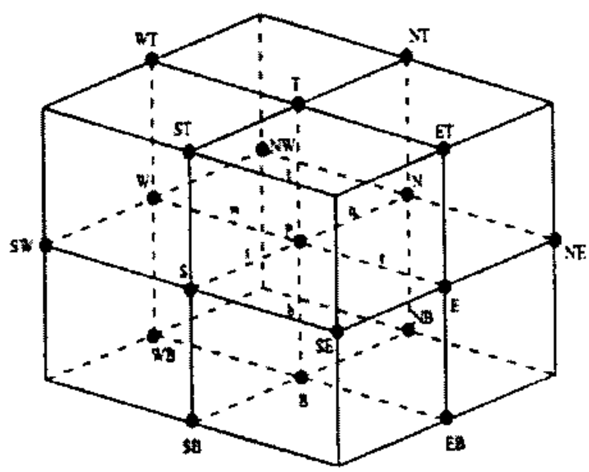
ตารางที่ 3.1 สรุปตัวแปรต่างๆ ในสมการควบคุม

Equation	ϕ	Γ	S^ϕ
Continuity	1	0	0
x-momentum	u	$\mu + \mu_t$	$-\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial x}(\rho k)$

y-momentum	v	$\mu+\mu_t$	$-\frac{\partial p}{\partial y}-\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial y}(\rho k)$
z-momentum	w	$\mu+\mu_t$	$-\frac{\partial p}{\partial z}-\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial z}(\rho k)$
Turbulence kinetic energy	k	$\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}$	$\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}-\rho\varepsilon-\rho D$
Dissipation rate of k	ε	$\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}$	$C_{\varepsilon1}f_{\varepsilon1}\frac{\varepsilon}{k}(\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j})-\rho C_{\varepsilon2}f_{\varepsilon2}\frac{\varepsilon^2}{k}+\rho E$

3.2 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

สำหรับ Discretisation สมการควบคุมที่อยู่ในรูปทั่วไปจะผ่านกระบวนการของระเบียบวิธีปริมาตรจำกัด (Finite volume method) และใช้ลำดับขั้นตอนวิธี SIMPLE algorithm ร่วมกับการประมาณค่าในช่วงของ Rhie และ Chow เพื่อป้องกันการไม่เกี่ยวพันกันของสนามความเร็วและสนามความดันบนระบบกริดแบบจุดร่วม ในสมการควบคุมเลือกใช้วิธีผลต่างต้นลม (Upwind differencing scheme) กับเทอมการพา และวิธีผลต่างกลาง (Central differencing scheme) กับเทอมการแพร่และเทอมการกำเนิดหรือเทอมการเสื่อมลงซึ่งมีรายละเอียดดังนี้



รูปที่ 3.1 ตัวอย่างปริมาตรควบคุม P

ทำการอินทิเกรตสมการควบคุมที่อยู่ในรูปทั่วไปตลอดปริมาตรควบคุม P

$$\int_{\Delta V}\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j\phi)dV=\int_{\Delta V}\frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x_j})dV+\int_{\Delta v}S^{\phi}dV \tag{3.17}$$

ซึ่งหลังจากการอินทิเกรตสามารถจัดรูปสมการควบคุมข้างต้นให้อยู่ในรูปสมการพีชคณิตได้ดังนี้

$$a_P\phi_P = a_E\phi_E + a_W\phi_W + a_N\phi_N + a_S\phi_S + a_T\phi_T + a_B\phi_B + b \tag{3.18}$$

โดยที่ $a_E, a_W, a_N, a_S, a_T, a_B$ และ a_P คือสัมประสิทธิ์ของ $\phi_E, \phi_W, \phi_N, \phi_S, \phi_T, \phi_B$ และ ϕ_P ตามลำดับ ส่วน b คือเทอมการกำเนิดหรือเทอมการเสื่อมลง ตัวห้อย E, W, N, S, T และ B แสดงถึงปริมาตรควบคุมที่อยู่ล้อมรอบปริมาตรควบคุม P ที่พิจารณา เนื่องจากเลือกใช้วิธีผลต่างต้นลมกับเทอมการพา และวิธีผลต่างกลางกับเทอมการแพร่และการกำเนิดหรือการเสื่อมลง ค่าสัมประสิทธิ์ข้างต้นจะมีรูปแบบดังนี้

$$a_E = D_e + \max(-F_e, 0) \tag{3.19a}$$

$$a_W = D_w + \max(F_w, 0) \tag{3.19b}$$

$$a_N = D_n + \max(-F_n, 0) \tag{3.19c}$$

$$a_S = D_s + \max(F_s, 0) \tag{3.19d}$$

$$a_T = D_t + \max(-F_t, 0) \tag{3.19e}$$

$$a_B = D_b + \max(F_b, 0) \tag{3.19f}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B \tag{3.19g}$$

โดยที่ D คือความนำของการแพร่ (Diffusion conductance), F คือ ฟลักซ์มวล (Mass flux) และตัวห้อย e, w, n, s, t และ b แสดงถึงด้านของปริมาตรควบคุม E, W, N, S, T และ B ที่อยู่ติดกับปริมาตรควบคุม P ตามลำดับ และเนื่องจากระบบกริดที่ใช้พิจารณาเป็นระบบกริดแบบจุดร่วมซึ่งคุณลักษณะของระบบกริดชนิดนี้คือ ตัวแปรทุกตัวถูกเก็บไว้ที่จุดเดียวกันทั้งหมด ระบบ กริดชนิดนี้แม้จะช่วยลดความยุ่งยากในการกำหนดดัชนีตำแหน่งตัวแปร แต่กลับมีความยุ่งยากส่วนอื่นเข้ามาแทนที่คือจำเป็นต้องทำการประมาณหาค่าฟลักซ์มวลที่ด้านของปริมาตรควบคุม ข้อพึงระวังคือหากใช้วิธีประมาณค่าที่ไม่เหมาะสม อาจก่อให้เกิดปัญหาการแกว่งไปมา (Oscillation) ของผลเฉลยระหว่างรอบการคำนวณขึ้น และอาจลู่ออกได้ ดังนั้นเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าวจึงเลือกวิธีประมาณค่าในช่วงของ Rhie และ Chow ในการคำนวณหาค่าฟลักซ์มวลที่ด้านของปริมาตรควบคุมซึ่งมีรูปแบบดังนี้

เริ่มจากพิจารณาสมการโมเมนตัม u ในรูปทั่วไป

$$a_P u_P - \sum a_{nb} u_{nb} = -\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_P \cdot \Delta V \tag{3.20}$$

เมื่อ ΔV เป็นปริมาตรของปริมาตรควบคุม หากกำหนดให้ u แทนค่าแม่นตรง u^* แทนค่าโดยประมาณ และ u' แทนค่าแก้ไข สำหรับตัวแปรความเร็ว u ความสัมพันธ์ของทั้งสามพจน์เป็นดังนี้

$$u = u^* + u' \tag{3.21}$$

ทำนองเดียวกันก็จะได้ว่า

$$v = v^* + v' \tag{3.22}$$

$$w = w^* + w' \tag{3.23}$$

และ

$$p = p^* + p' \tag{3.24}$$

หากสร้างสมการที่ (2.20) โดยใช้พจน์ค่าประมาณ u^*, p^* จะได้ดังนี้

$$a_P u_P^* - \sum a_{nb} u_{nb}^* = -\left(\frac{\partial p^*}{\partial x}\right)_P \cdot \Delta V \tag{3.25}$$

ผลต่างของสมการพจน์ค่าแม่นตรงลบสมการพจน์ค่าประมาณได้เป็นดังนี้

$$a_P(u_P - u_P^*) - \sum a_{nb}(u_{nb} - u_{nb}^*) = -\left(\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial p^*}{\partial x}\right)_P \cdot \Delta V \tag{3.26}$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$a_P u_P' - \sum a_{nb} u_{nb}' = -\left(\frac{\partial p'}{\partial x}\right)_P \cdot \Delta V \tag{3.27}$$

สมการข้างต้นนี้เรียกว่าสมการแก้ไขความเร็ว เพราะประกอบด้วยพจน์แก้ไขความเร็ว และมีพจน์แก้ไขความดันเป็นการกำเนิด สำหรับขั้นตอนวิธี SIMPLE นั้นได้ประมาณให้เทอม $\sum a_{nb}u'_{nb} = 0$ เหตุผลคือ เพื่อให้ได้พจน์แก้ไขความเร็วในรูปของพจน์แก้ไขความดัน ดังนั้นเมื่อลดรูปและจัดรูปใหม่ จะได้

$$u'_P = -\frac{1}{a_P^u}\left(\frac{\partial p'}{\partial x}\right)_P \cdot \Delta V \tag{3.28}$$

ทำนองเดียวกันสำหรับความเร็ว v และ w ได้เป็นดังนี้

$$v'_P = -\frac{1}{a_P^v}\left(\frac{\partial p'}{\partial y}\right)_P \cdot \Delta V \tag{3.29}$$

และ

$$w'_P = -\frac{1}{a_P^w}\left(\frac{\partial p'}{\partial z}\right)_P \cdot \Delta V \tag{3.30}$$

จากนั้นพิจารณาสมการความต่อเนื่องดังนี้

$$\rho\left[(u_e - u_w)\Delta y\Delta z + (v_n - v_s)\Delta x\Delta z + (w_t - w_b)\Delta x\Delta y\right] = 0 \tag{3.31}$$

ซึ่งในรูปค่าแก้ไขเป็นดังนี้

$$\begin{aligned}&\rho\left[(u'_e - u'_w)\Delta y\Delta z + (v'_n - v'_s)\Delta x\Delta z + (w'_t - w'_b)\Delta x\Delta y\right] \\ &= \rho\left[(u^*_w - u^*_e)\Delta y\Delta z + (v^*_s - v^*_n)\Delta x\Delta z + (w^*_b - w^*_t)\Delta x\Delta y\right]\end{aligned} \tag{3.32}$$

จะเห็นได้ว่า พจน์ความเร็วประมาณและความเร็วแก้ไขในสมการข้างต้นเป็นค่าที่ด้านของปริมาตรควบคุม(ซึ่งอยู่ระหว่างจุดสองจุด) ไม่ใช่ที่จุด ดังนั้นเพื่อให้ได้ความเร็วที่ด้านดังกล่าว จึงต้องใช้การประมาณค่า โดยพจน์ความเร็วแก้ไขใช้การประมาณค่าแบบผลต่างกลาง(หรืออาจใช้วิธีประมาณค่าอันดับสูงกว่านี้ก็ได้) ส่วนพจน์ความเร็วประมาณนั้นใช้วิธีประมาณค่าในช่วงของ Rhie และ Chow ซึ่งจะได้รูปแบบของแต่ละเทอมเป็นดังนี้

การประมาณค่าสำหรับพจน์ความเร็วแก้ไข

$$u'_e = \frac{u'_P + u'_E}{2} = -\left(\frac{1}{a^u_P}\right)_e \left(\frac{\partial p'}{\partial x}\right)_e \Delta V_e = -\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{a^u_{P,P}} + \frac{1}{a^u_{P,E}}\right)\left(\frac{p'_E - p'_P}{x_E - x_P}\right)\cdot \Delta V_e \qquad (3.33a)$$

$$u'_w = \frac{u'_P + u'_W}{2} = -\left(\frac{1}{a^u_P}\right)_w \left(\frac{\partial p'}{\partial x}\right)_w \Delta V_w = -\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{a^u_{P,P}} + \frac{1}{a^u_{P,W}}\right)\left(\frac{p'_P - p'_W}{x_P - x_W}\right)\cdot \Delta V_w \qquad (3.33b)$$

$$v'_n = \frac{v'_P + v'_N}{2} = -\left(\frac{1}{a^v_P}\right)_n \left(\frac{\partial p'}{\partial y}\right)_n \Delta V_n = -\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{a^v_{P,P}} + \frac{1}{a^v_{P,N}}\right)\left(\frac{p'_N - p'_P}{y_N - y_P}\right)\cdot \Delta V_n \qquad (3.33c)$$

$$v'_s = \frac{v'_P + v'_S}{2} = -\left(\frac{1}{a^v_P}\right)_s \left(\frac{\partial p'}{\partial y}\right)_s \Delta V_s = -\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{a^v_{P,P}} + \frac{1}{a^v_{P,S}}\right)\left(\frac{p'_P - p'_S}{y_P - y_S}\right)\cdot \Delta V_s \qquad (3.33d)$$

$$w'_t = \frac{w'_P + w'_T}{2} = -\left(\frac{1}{a^w_P}\right)_t \left(\frac{\partial p'}{\partial z}\right)_t \Delta V_t = -\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{a^w_{P,P}} + \frac{1}{a^w_{P,T}}\right)\left(\frac{p'_T - p'_P}{z_T - z_P}\right)\cdot \Delta V_t \qquad (3.33e)$$

$$w'_b = \frac{w'_P + w'_B}{2} = -\left(\frac{1}{a^w_P}\right)_b \left(\frac{\partial p'}{\partial z}\right)_b \Delta V_b = -\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{a^w_{P,P}} + \frac{1}{a^w_{P,B}}\right)\left(\frac{p'_P - p'_B}{z_P - z_B}\right)\cdot \Delta V_b \qquad (3.33f)$$

การประมาณค่าสำหรับพจน์ความเร็วประมาณ

$$u^*_e = \frac{u^*_P + u^*_E}{2} - \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{a^u_{P,P}} + \frac{1}{a^u_{P,E}}\right)\left[\left(\frac{p_E - p_P}{x_E - x_P}\right) - \frac{1}{2}\left(\left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_P + \left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_E\right)\right]\cdot \Delta V_e \qquad (3.34a)$$

$$u^*_w = \frac{u^*_P + u^*_W}{2} - \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{a^u_{P,P}} + \frac{1}{a^u_{P,W}}\right)\left[\left(\frac{p_P - p_W}{x_P - x_W}\right) - \frac{1}{2}\left(\left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_P + \left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_W\right)\right]\cdot \Delta V_w \qquad (3.34b)$$

$$v^*_n = \frac{v^*_P + v^*_N}{2} - \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{a^v_{P,P}} + \frac{1}{a^v_{P,N}}\right)\left[\left(\frac{p_N - p_P}{y_N - y_P}\right) - \frac{1}{2}\left(\left.\frac{\partial p}{\partial y}\right|_P + \left.\frac{\partial p}{\partial y}\right|_N\right)\right]\cdot \Delta V_n \qquad (3.34c)$$

$$v_s^* = \frac{v_P^* + v_S^*}{2} - \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{a_{P,P}^v} + \frac{1}{a_{P,S}^v}\right)\left[\left(\frac{p_P - p_S}{y_P - y_S}\right) - \frac{1}{2}\left(\left.\frac{\partial p}{\partial y}\right|_P + \left.\frac{\partial p}{\partial y}\right|_S\right)\right]\cdot \Delta V_s \tag{3.34d}$$

$$w_t^* = \frac{w_P^* + w_T^*}{2} - \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{a_{P,P}^w} + \frac{1}{a_{P,T}^w}\right)\left[\left(\frac{p_T - p_P}{z_T - z_P}\right) - \frac{1}{2}\left(\left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_P + \left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_T\right)\right]\cdot \Delta V_t \tag{3.34e}$$

$$w_b^* = \frac{w_P^* + w_B^*}{2} - \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{a_{P,P}^w} + \frac{1}{a_{P,B}^w}\right)\left[\left(\frac{p_P - p_B}{z_P - z_B}\right) - \frac{1}{2}\left(\left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_P + \left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_B\right)\right]\cdot \Delta V_b \tag{3.34f}$$

แทนค่าความเร็วแก้ไขและความเร็วประมาณลงในสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned}&\rho\left[(u'_e - u'_w)\Delta y\Delta z + (v'_n - v'_s)\Delta x\Delta z + (w'_t - w'_b)\Delta x\Delta y\right] \\ &= \rho\left[(u_w^* - u_e^*)\Delta y\Delta z + (v_s^* - v_n^*)\Delta x\Delta z + (w_b^* - w_t^*)\Delta x\Delta y\right]\end{aligned} \tag{3.35}$$

แล้วทำการจัดรูปเสียใหม่จะได้ดังนี้

$$a_P^p p'_P - \sum a_{nb}^p p'_{nb} = S^p \tag{3.36}$$

โดยสัมประสิทธิ์ของสมการมีรูปเป็นดังนี้

$$a_W^p = \rho(\Delta y\Delta z)^2\left(\frac{1}{a_P^u}\right)_w \tag{3.37a}$$

$$a_E^p = \rho(\Delta y\Delta z)^2\left(\frac{1}{a_P^u}\right)_e \tag{3.37b}$$

$$a_S^p = \rho(\Delta x\Delta z)^2\left(\frac{1}{a_P^v}\right)_s \tag{3.37c}$$

$$a_N^p = \rho(\Delta x\Delta z)^2\left(\frac{1}{a_P^v}\right)_n \tag{3.37d}$$

$$a_B^p = \rho(\Delta x \Delta y)^2 \left(\frac{1}{a_P^w}\right)_b \tag{3.37e}$$

$$a_T^p = \rho(\Delta x \Delta y)^2 \left(\frac{1}{a_P^w}\right)_t \tag{3.37f}$$

$$a_P^p = \sum_{W,E,S,N,B,T} a_{nb} \tag{3.37g}$$

$$S^P = F_w - F_e + F_s - F_n + F_b - F_t \tag{3.37h}$$

เมื่อ $F_w = \rho\Delta y\Delta z u_w^*$, $F_e = \rho\Delta y\Delta z u_e^*$, $F_s = \rho\Delta x\Delta z v_s^*$, $F_n = \rho\Delta x\Delta z v_n^*$, $F_b = \rho\Delta x\Delta y w_b^*$ *และ* $F_t = \rho\Delta x\Delta y w_t^*$ ซึ่งเป็นฟลักซ์มวลที่ด้านต่างๆ ของปริมาตรควบคุม

สรุปลำดับการทำงานของ SIMPLE algorithm ได้ดังนี้

1. เดาค่าเริ่มต้น $p^*, u^*, v^*, w^*, k^*, \varepsilon^*, \mu_t^*$
2. ทำการแก้สมการโมเมนตัม จะได้ค่า u^*, v^*, w^*
3. ทำการแก้สมการความดันแก้ไข จะได้ค่า p'
4. ปรับแก้ค่า p, u, v, w
5. ทำการแก้สมการพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน จะได้ค่า k
6. ทำการแก้สมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน จะได้ ε
7. ทำการคำนวณ μ_t
8. กำหนดให้ p, u, v, w ในข้อ 4 เท่ากับ p^*, u^*, v^*, w^* และค่า k, ε, μ_t จากข้อ 5, 6 และ 7 เท่ากับ $k^*, \varepsilon^*, \mu_t^*$ แล้วย้อนกลับไปทำข้อ 2 ใหม่จนกว่าคำตอบจะลู่เข้า

บทที่ 4

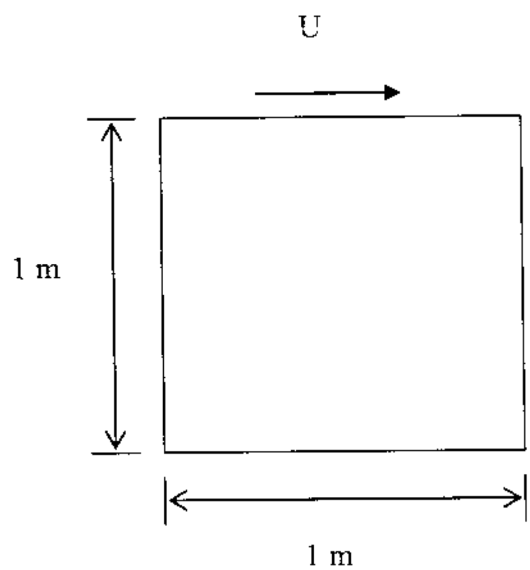
ผลการวิจัยและการวิเคราะห์ผล

บทนี้จะนำเสนอในส่วนของผลการวิจัย โดยจะทำการตรวจสอบผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ของงานวิจัยนี้ ซึ่งกรณีทดสอบที่ใช้ในงานวิจัยนี้คือ

- การไหลแบบสองมิติและราบเรียบใน Cavity
- การไหลแบบสามมิติและปั่นป่วนใน Cavity

4.1 การไหลแบบสองมิติและราบเรียบใน Cavity

รูปร่างและขนาดของ Cavity แบบสองมิติได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 รูปร่างและขนาดของ Cavity แบบสองมิติ

จำนวนกริดที่ใช้ในการคำนวณคือ 512 x 512 สำหรับทุกกรณี และเงื่อนไขขอบเขตคือ

$u = U = 1.0$ ที่ผนังด้านบน

$u = 0$ ที่ผนังทั้งสามด้านที่เหลือ

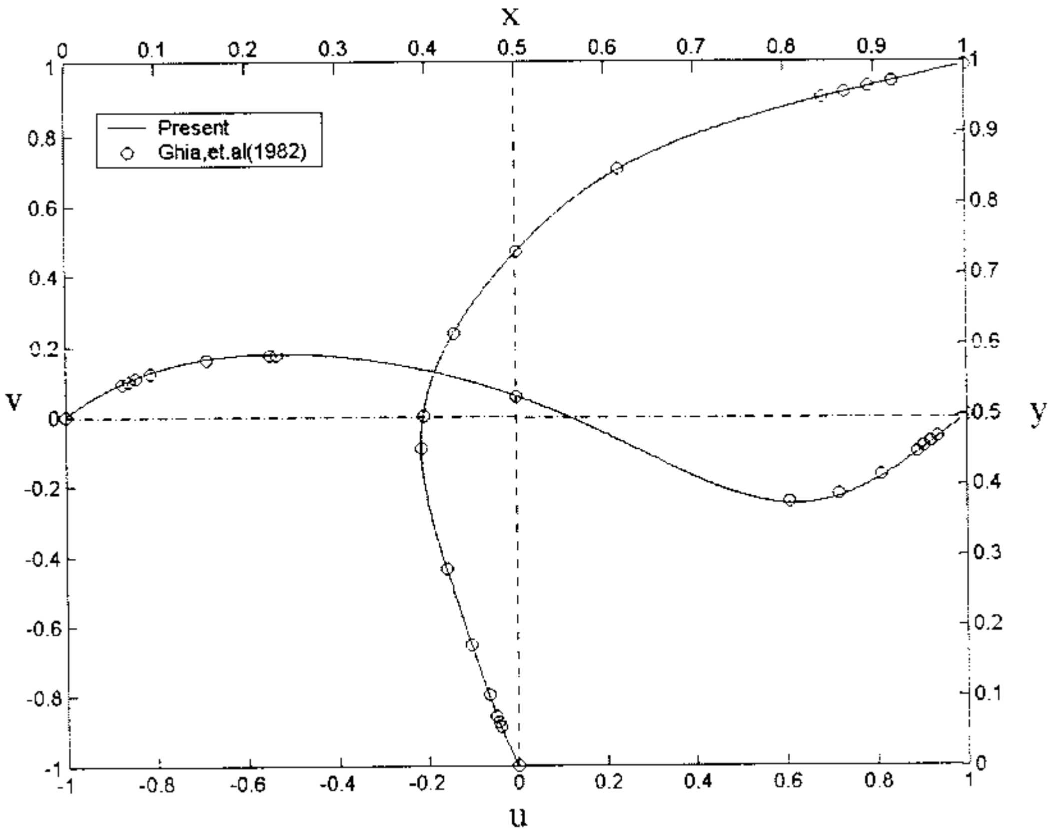
$v = 0$ ที่ผนังทุกด้าน

p คำนวณได้จาก extrapolation

$p' = 0$ ที่ผนังทุกด้าน

ส่วนเงื่อนไขเริ่มต้นคือ ตัวแปรทุกตัวเป็นศูนย์

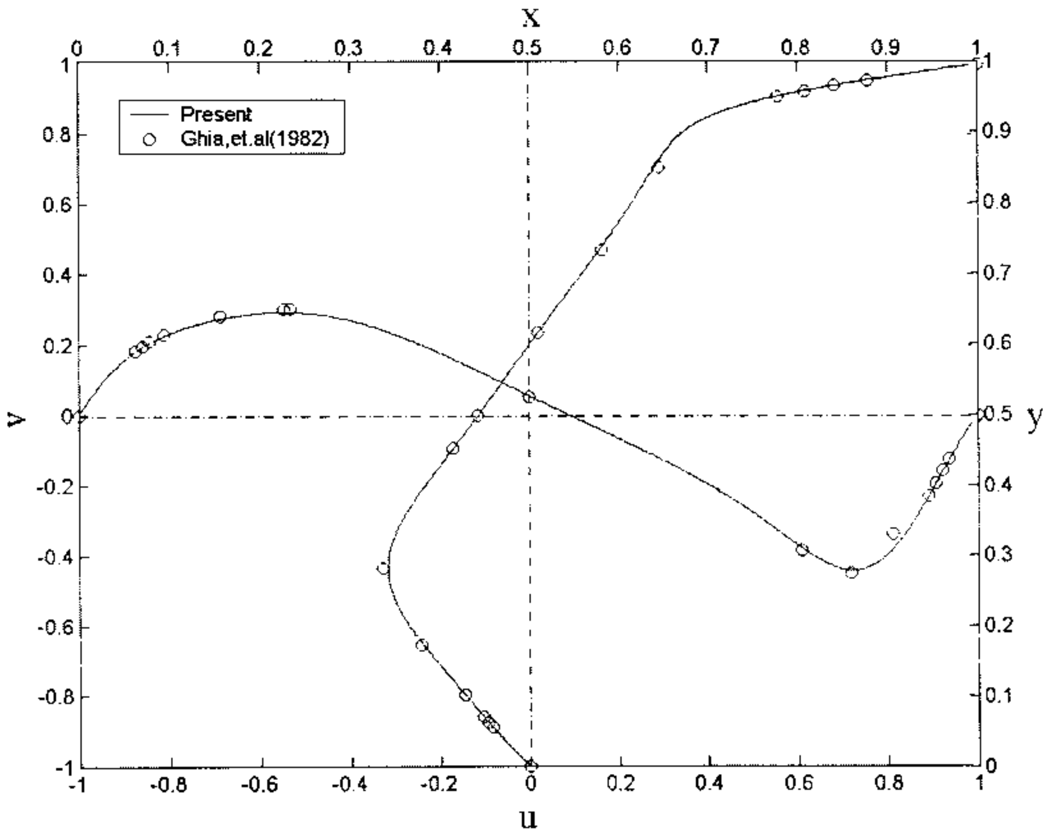
กรณีที่ 1 เมื่อ Re = 100



รูปที่ 4.2 ความเร็วที่ตำแหน่งกึ่งกลางทั้งในแนวนอนและในแนวราบ เมื่อ Re = 100

จากรูปที่ 4.2 ที่ Re = 100 ผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ได้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ของงานวิจัยนี้มีค่าตรงกับผลการคำนวณเชิงตัวเลขของ Ghia et al (1982)

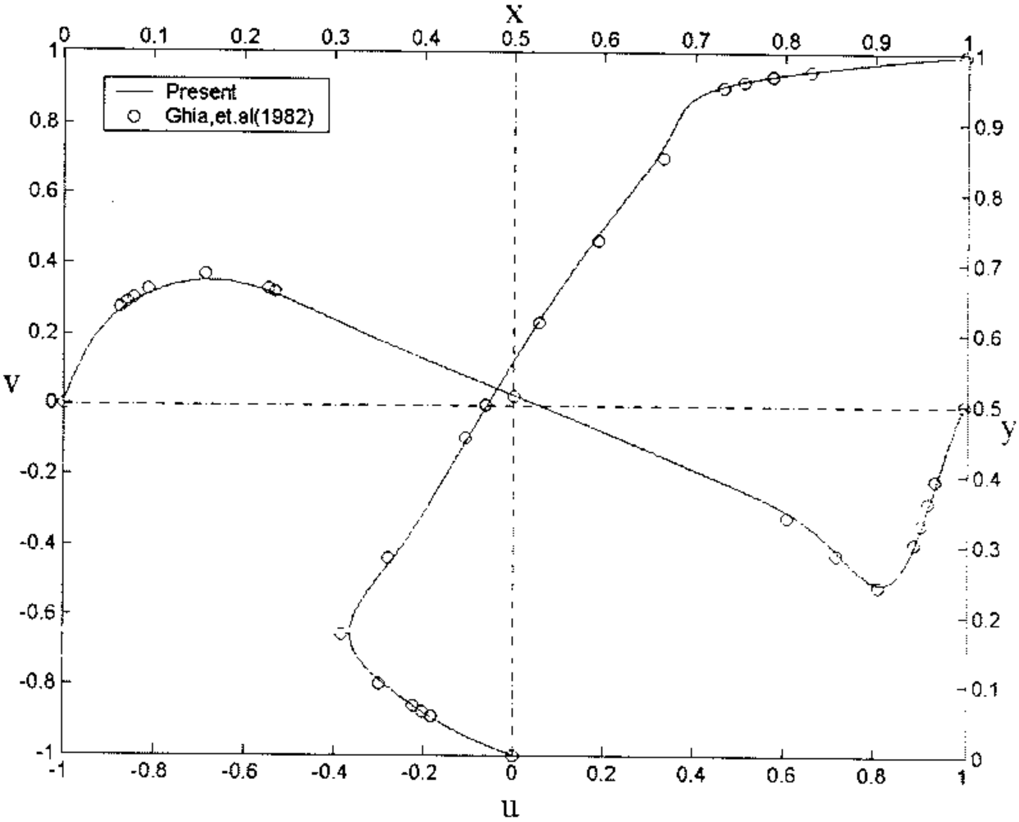
กรณีที่ 2 เมื่อ Re = 400



รูปที่ 4.3 ความเร็วที่ตำแหน่งกึ่งกลางทั้งในแนวนอนและในแนวราบ เมื่อ Re = 400

จากรูปที่ 4.3 ที่ Re = 400 ความเร็วมีการเปลี่ยนแปลงมากกว่าในกรณีที่ Re = 100 พบว่า ผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ได้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ของงานวิจัยนี้มีค่าสอดคล้องกับผลการคำนวณเชิงตัวเลขของ Ghia et al (1982) เป็นอย่างดี

กรณีที่ 3 เมื่อ Re = 1000

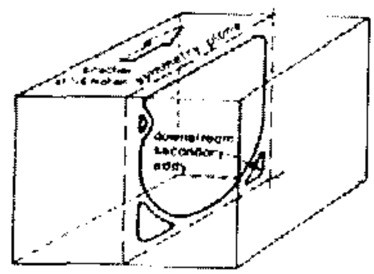


รูปที่ 4.4 ความเร็วที่ตำแหน่งกึ่งกลางทั้งในแนวนอนและในแนวราบ เมื่อ Re = 1000

จากรูปที่ 4.4 ที่ Re = 1000 แม้ว่าความเร็วได้มีการเปลี่ยนแปลงมากกว่าในกรณีที่ Re = 400 แต่ผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ได้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ของงานวิจัยนี้ยังคงมีค่าสอดคล้องกับผลการคำนวณเชิงตัวเลขของ Ghia et al (1982) เป็นอย่างดี

4.2 การไหลแบบสามมิติและปั่นป่วนใน Cavity

รูปร่างของ Cavity แบบสามมิติได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.5 ซึ่งมีขนาด 1 เมตรเท่ากันหมดทุกด้าน



รูปที่ 4.5 รูปร่างของ Cavity แบบสามมิติ

จำนวนกริดที่ใช้ในการคำนวณคือ 61 x 61 x 61 สำหรับทุกกรณี และเงื่อนไขขอบเขตคือ

$u = U = 1.0$ ที่ผนังด้านบน

$u = 0$ ที่ผนังทั้งห้าด้านที่เหลือ

$v = 0$ ที่ผนังทุกด้าน

p คำนวณได้จาก extrapolation

$p' = 0$ ที่ผนังทุกด้าน

$k = 1.5\left(T_i x U_{mag}\right)^2;\ U_{mag} = \left(u^2 + v^2 + w^2\right)^{1/2};\ T_i = 0.04$

$k = 1.5(0.04x1)^2 = 2.4E-03$

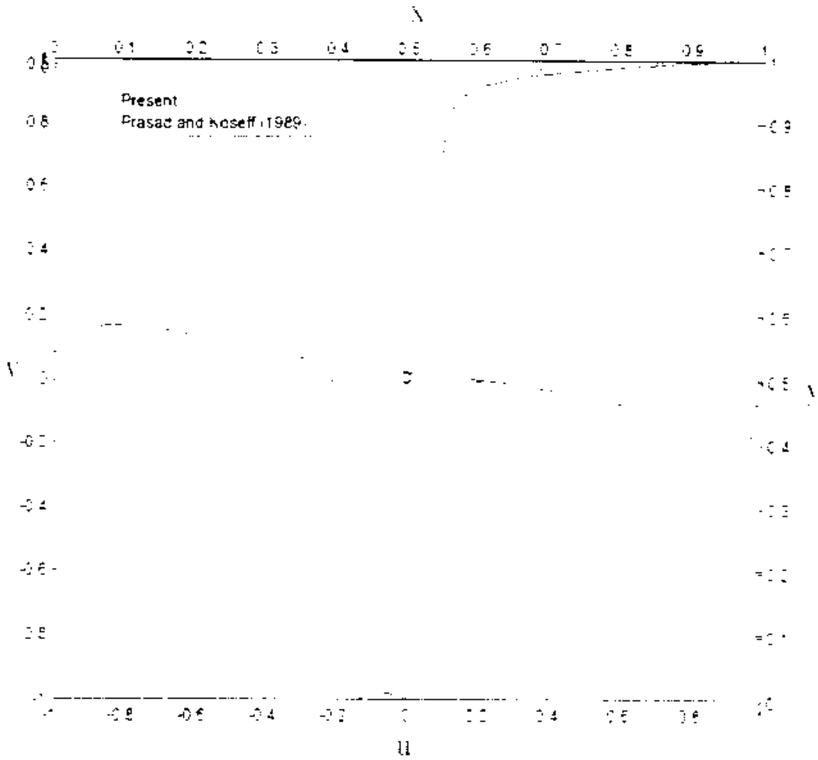
$\varepsilon = C_\mu^{3/4}\dfrac{k^{3/2}}{\ell};\ C_\mu = 0.09;\ \ell = 0.07L;\ L = 1.0$

$\varepsilon = 2.7599E-04$

โดยที่ T_i คือ Turbulence intensity และ L คือ Characteristic length

ส่วนเงื่อนไขเริ่มต้นคือ ตัวแปรทุกตัวเป็นศูนย์

กรณีที่ Re = 3200



รูปที่ 4.6 ความเร็วที่ตำแหน่งกึ่งกลางทั้งในแนวนอนและในแนวราบ เมื่อ Re = 3200

จากรูปที่ 4.6 ที่ Re = 3200 แม้ว่าการไหลจะเป็นแบบปั่นป่วน ผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ของงานวิจัยนี้มีค่าสอดคล้องกับผลการทดลองของ Prasad and Koseff (1989) เป็นอย่างดี สำหรับความแตกต่างระหว่างผลการคำนวณกับผลการวัดนั้น น่าจะเกิดจากแบบจำลองการปั่นป่วนที่ใช้ ที่ยังต้องการการพัฒนาให้มีความสามารถมากกว่านี้ ทั้งนี้สังเกตได้จากรูปที่ 4.2 – 4.4 ซึ่งพบว่า โปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้สามารถจำลองการไหลแบบราบเรียบได้เป็นอย่างดี

บทที่ 5
สรุปและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

อุโมงค์ลมเชิงตัวเลขที่อยู่ในรูปของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ซึ่งได้รับการพัฒนาขึ้นในงานวิจัยนี้สามารถจำลองการไหลแบบสามมิติและปั่นป่วนได้ และได้รับการทดสอบโดยการนำไปใช้ในการจำลองการไหลแบบราบเรียบภายใน Cavity แบบสองมิติก่อน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้ จากนั้นได้นำไปใช้ในการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนภายใน Cavity แบบสามมิติ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองการปั่นป่วนที่นำมาใช้ในงานวิจัยนี้ พบว่าอุโมงค์ลมเชิงตัวเลขนี้ให้ผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่มีความถูกต้องสูง โดยประเมินความถูกต้องจากการนำเอาผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ได้จากงานวิจัยนี้ไปเปรียบเทียบกับข้อมูลที่น่าเชื่อถือ

5.2 ข้อเสนอแนะ

อุโมงค์ลมเชิงตัวเลขนี้สามารถถูกพัฒนาต่อไปในอนาคต เพื่อนำไปใช้ในการจำลองและศึกษาการไหลแบบสามมิติผ่านวัตถุได้ นอกจากนี้แบบจำลองการปั่นป่วนสามารถที่จะได้รับการพัฒนาต่อไปเช่นกัน เพื่อตรวจหาขีดจำกัดและเพิ่มขีดความสามารถให้กับแบบจำลองที่ใช้ในงานวิจัยนี้

บรรณานุกรม

Chien, K.-Y. (1982) "Predictions of Channel and Boundary-Layer Flows with a Low-Reynolds-Number Turbulence Model," AIAA Journal, Vol. 20, No. 1, pp. 33-38.

Ghia, U., Ghia, K.N., and Shin, C.T. (1982) "High-Re Solution for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method," Journal of Computational Physics, Vol. 48, pp. 387-411.

Lam, C.K.G., and Bremhorst, K.A. (1981) "Modified Form of the $k-\varepsilon$ Model for Predicting Wall Turbulence," Journal of Fluids Engineering, Vol. 103, pp. 456-460.

Lang, N.J., and Shih, T.H. (1991) "A Critical Comparison of Two-Equation Turbulence Models," NASA Technical Memorandum 105237.

Launder, B.E., and Sharma, B.I. (1974) "Application of the Energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow near a Spinning Disc," Letters in Heat and Mass Transfer, Vol. 1, pp. 131-138.

Nagano, Y., and Tagawa, M. (1990) "An Improved $k-\varepsilon$ Model for Boundary Layer Flows," Journal of Fluids Engineering, Vol. 112, pp. 33-39.

Patankar, S.V. (1980) "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow," Hemisphere.

Patel, V.C., Rodi, W., and Scheuerer, G. (1985) "Turbulence Models for Near-Wall and Low Reynolds Number Flows: A Review," AIAA Journal, Vol. 23, No. 9, pp. 1308-1319.

Prasad, A.K., and Koseff, J.R. (1989) "Reynolds Number and End-Wall Effects on a Lid-Driven Cavity Flow," Physics of Fluids A, 1(2).

Rhie, C.M., and Chow, W.L. (1983) "Numerical Study of the Turbulent Flow past an Airfoil with Trailing Edge Separation," AIAA Journal, Vol. 21, No. 11, pp. 1525-1532.

Shih, T.-H. (1990) "An Improved $k-\varepsilon$ Model for Near-Wall Turbulence and Comparison with Direct Numerical Simulation," NASA TM-103221.

Versteeg, H.K., and Malalasekera, W. (1995) "An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method," Longman Scientific & Technical.

Wilcox, D.C. (1984) "A Complete Model for Turbulence Revisited," AIAA Paper 84-0176.

Wilcox, D.C. (1991) "Progress in Hypersonic Turbulence Modeling," AIAA Paper 91-1785.

Wilcox, D.C. (1993) "Turbulence Modeling for CFD," DCW Industries.

Wilcox, D.C., and Rubesin, W.M. (1980) "Progress in Turbulence Modeling for Complex Flow Fields including Effects of Compressibility," NASA Technical Paper 1517.

Yang, Z., and Shih, T.-H. (1991) "A $k-\varepsilon$ Modeling of Near Wall Turbulence," Proceedings of the 4th International Symposium on Computational Fluid Dynamics, U.C. Davis.

ประวัติผู้วิจัย

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เอกชัย จันทสาโร ดำรงตำแหน่งอาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา ตั้งแต่วันที่ ๑ เมษายน พ.ศ. ๒๕๔๐ จนถึงปัจจุบัน เกิดเมื่อวันที่ ๑៩ มกราคม พ.ศ. ๒๕๑๐ ณ จังหวัดกรุงเทพมหานคร

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เอกชัย จันทสาโร สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในปีพ.ศ. ๒๕๓๒ จากนั้นได้รับทุนรัฐบาลไทย (ทุนทบวงมหาวิทยาลัย รุ่นที่ ๑) ไปศึกษาต่อ ณ Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London เมืองลอนดอน ประเทศอังกฤษ จนสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโท ด้วยวิทยานิพนธ์เรื่อง "Periodic Flow with and without Heat Transfer" ในปีพ.ศ. ๒๕๓๕ และระดับปริญญาเอก ด้วยวิทยานิพนธ์เรื่อง "Numerical Investigation of Periodic Turbulent Shear Flows" ในปีพ.ศ. ๒๕๔๐

ในปีพ.ศ.๒๕๔๐ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เอกชัย จันทสาโร ได้รับการบรรจุเข้าเป็นอาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา และในปีเดียวกันได้ก่อตั้งห้องปฏิบัติการวิจัย Computational Fluid Dynamics Laboratory (CFD Lab) ณ ห้อง B38 ชั้น 1 อาคารวิจัย เพื่อพัฒนาซอฟต์แวร์ทางด้านพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ โดยได้รับการสนับสนุนจาก รองศาสตราจารย์ ดร.วรพจน์ ขำพิศ หัวหน้าสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล และผู้อำนวยการศูนย์เครื่องมือวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ในขณะนั้น (ปัจจุบันท่านดำรงตำแหน่งคณบดี สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์)

ในปีพ.ศ. ๒๕๔๓ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เอกชัย จันทสาโร หัวหน้าห้องปฏิบัติการวิจัย CFD Lab ได้ร่วมมือกับ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภุชงค์ อุทโยภาศ หัวหน้าห้องปฏิบัติการวิจัย Parallel Research Group (PRG) และอาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรางค์รัตน์ จันทสาโร (สุรัตนกวีกุล) หัวหน้าห้องปฏิบัติการวิจัย Computational Mechanics Lab (CML) และอาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ เพื่อก่อตั้งโครงการความร่วมมือทางวิชาการและวิจัย CAMETA (Computer Aided Mechanical Engineering, Technology and Applications) เพื่อสร้างความเข้มแข็งทางวิชาการในการวิจัยและพัฒนาซอฟต์แวร์ทางด้านพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ ซึ่งจะส่งผลให้เกิดการผลิตซอฟต์แวร์ขึ้นใช้เองภายในประเทศและลดการนำเข้าซอฟต์แวร์จากต่างประเทศ