



รายงานการวิจัย

การศึกษาสมบัติทะลุผ่านของกระแสไฟฟ้าในสนามแม่เหล็กของรอยต่อ
ระหว่างโลหะธรรมดากับตัวนำยิ่งยวดที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูง
(The Study of Tunneling Spectroscopy in Applied Magnetic Field of
Normal Metal-High T_C Superconductor Junction)

คณะผู้วิจัย

หัวหน้าโครงการ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. พวงรัตน์ ไพเราะ

สาขาวิชาฟิสิกส์

สำนักวิชาวิทยาศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ พ.ศ. 2545

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว

มกราคม 2548

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีที่ให้เงินทุนอุดหนุนโครงการวิจัยนี้ และขอขอบคุณ Michael F. Smith (University of Toronto) Assistant Professor Robert W. Hill (University of Waterloo) และ Dr. Christian Lupien (Cornell University) สำหรับข้อคิด ข้อมูลทางการทดลอง และคำวิจารณ์ที่เป็นประโยชน์ต่อโครงการวิจัยนี้

บทคัดย่อ

รายงานวิจัยฉบับนี้ประกอบด้วย การศึกษาสมบัติการทะลุผ่านของตัวนำยวดยิ่งเอส-จีเวฟ กล่าวคือ ได้คำนวณรอยต่อที่มีการวางตัวหลายแบบของตัวนำยวดยิ่งที่มีฟังก์ชันช่องว่างพลังงานสองแบบ คือ แบบที่มีบัพเป็นจุดและบัพเป็นเส้น พบว่า สเปกตรัมทะลุผ่านของรอยต่อ ที่มีการวางตัวโดยที่เวกเตอร์ตั้งฉากของรอยต่อขนานกับระนาบเอบีของตัวนำยวดยิ่งเตตระโกนอล ขึ้นกับการวางตัวในระนาบดังกล่าวเป็นอย่างมาก สเปกตรัมความนำไฟฟ้าประกอบด้วยยอดแหลมสองยอด ปรากฏที่ค่าพลังงานซึ่งตรงกับขนาดของค่าฟังก์ชันช่องว่างพลังงานในทิศทางที่ขนานกับเวกเตอร์ตั้งฉากของรอยต่อ และที่ค่าฟังก์ชันช่องว่างพลังงานในทิศทางทำมุมหนึ่งในสี่ของไพเรเดียน กับเวกเตอร์ตั้งฉาก ยอดแหลมสองยอดนี้มีอยู่ในสเปกตรัมของตัวนำยวดยิ่งทั้งสองแบบ คือ ทั้งช่องว่างพลังงานที่มีบัพเป็นจุดและเป็นเส้น แต่ยอดแหลมดังกล่าว จะเห็นได้ชัดเจนกว่า ในตัวนำยวดยิ่งแบบที่มีช่องว่างพลังงานเป็นแบบเส้น สำหรับการทะลุผ่านในแนวแกนซี พบว่า ยอดแหลมอยู่ที่ค่าของช่องว่างพลังงานสูงสุดในกรณีของบัพแบบเส้น ขณะที่ในกรณีของบัพแบบจุด ยอดแหลมจะอยู่ที่ค่าของช่องว่างพลังงานในแนวแกนซี

Abstract

The tunneling spectroscopy of s+g-wave superconductors is studied in this research project. It is various junction orientations for two forms of the superconducting gap, one which allows for point nodes and the other which allows for line nodes, are calculated. For a junction oriented with its normal vector parallel to the ab plane of the tetragonal superconductor, it is found that the tunneling spectrum is strongly dependent on orientation in the plane. The spectrum contains two peaks at energies equivalent to the magnitudes of the gap function in the direction parallel to the interface normal and in the direction making a $\pi/4$ angle with the normal. These two peaks appear in both superconductors with point nodes and line nodes, but are more prominent in the latter. For the tunneling along the c axis, it is found that a sharp peak at the gap maximum in the conductance spectrum of the superconductor with line nodes, whereas with point nodes a peak is found to occur at the value of the gap function along the c axis.

สารบัญ

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ	ก
บทคัดย่อภาษาไทย	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ค
สารบัญ	ง
สารบัญภาพ	จ
บทที่ 1 บทนำ	1
บทที่ 2 วิธีดำเนินการวิจัย	3
บทที่ 3 ผลการคำนวณ	7
บทที่ 4 บทสรุป	10
บรรณานุกรม	33
ภาคผนวก	11
ประวัติผู้วิจัย	25

สารบัญภาพ

หน้า

- รูปที่ 3.1 สเปกตรัมความนำของรอยต่อตัวนำวคยั้งเอสววกจีเวฟที่มีบัพ (ก) แบบเส้น และ (ข) แบบจุด α คือมุมที่แกนเอของผลึกตัวนำวคยั้งกระทำกับเวกเตอร์ตั้งฉากของรอยต่อในหน่วยเรเดียน ลูกศรเส้นทึบชี้ยอดแหลมที่ความต่างศักย์ ซึ่งตรงกับค่าช่องว่างพลังงานในแนวของเวกเตอร์ตั้งฉากของรอยต่อ และลูกศรเส้นประชี้ยอดแหลมที่ความต่างศักย์ ซึ่งตรงกับค่าช่องว่างพลังงานในแนวทำมุม 45 องศาับเวกเตอร์ตั้งฉากของรอยต่อ 7
- รูปที่ 3.2 สเปกตรัมความนำของรอยต่อตัวนำวคยั้งเอสววกจีเวฟที่มีบัพ (ก) แบบเส้น และ (ข) แบบจุด โดยในแต่ละกราฟ แบ่งพล็อต 3 กรณี ที่มีค่าส่วนประกอบเอส (Δ_s) ต่างกันไปเมื่อเทียบกับส่วนประกอบจี (Δ_g) 8
- รูปที่ 3.3 สเปกตรัมความนำของรอยต่อตัวนำวคยั้งเอสววกจีเวฟแบบเส้นที่มี (ก) $\Delta_s = 0.9\Delta_g$ และ (ข) $\Delta_s = 1.1\Delta_g$ ลูกศรเส้นทึบชี้ยอดแหลมที่ความต่างศักย์ซึ่งตรงกับผลต่างของทั้งสองส่วนประกอบ 8

บทที่ 1

บทนำ

งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยด้านทฤษฎีของสเปกโทรสโกปีทะลุผ่าน (Tunneling spectroscopy) ของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม (Unconventional superconductors) ซึ่งได้แก่ ตัวนำยวดยิ่งที่มีสมมาตรพลังงานต่างไปจากตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม (Conventional superconductors) ตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมนี้อาจมีหลายสภาพเป็นตัวนำยวดยิ่ง (ยกเว้นพวกเฟอร์มิออนหนัก Sr_2RuO_4 เป็นต้น) ที่อุณหภูมิสูงกว่าพวกตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาการวิจัย

งานวิจัยทางด้านตัวนำยวดยิ่งเป็นที่แพร่หลาย ในสาขาฟิสิกส์สารควบแน่นมาเป็นเวลานาน โดยเฉพาะเมื่อมีการค้นพบตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูง ซึ่งเป็นพวกเซรามิกส์คอปเปอร์ออกไซด์ ในปี ค.ศ.1986 (1) การค้นพบนี้กระตุ้นการตื่นตัวในการทำงานวิจัยทางด้านนี้เป็นอย่างมาก เนื่องจากมีความหวังที่ว่า อาจมีสารที่กลายเป็นตัวนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิสูงขึ้นไปอีกได้ นอกจากสารพวกคอปเปอร์ออกไซด์แล้ว ก็ยังมีสารพวกอื่นอีกที่กลายเป็นตัวนำยวดยิ่ง ที่อุณหภูมิสูงกว่าตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม เช่น สารพวกโบโรคาร์ไบด์ มักเนเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) เป็นต้น

ปัญหาสำคัญที่สุดที่นักวิจัยในด้านนี้กำลังพยายามค้นหาคำตอบ ก็คือ อะไรเป็นกลไกที่ทำให้สารเหล่านี้กลายเป็นตัวนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิสูงได้ แต่ก่อนที่จะสามารถตอบปัญหานี้ได้ สมบัติของตัวนำยวดยิ่งเหล่านี้ต้องเป็นที่เข้าใจอย่างกระจ่างแจ้งก่อน ความเข้าใจสมบัติที่สำคัญอย่างหนึ่งที่จะนำไปสู่การไขปัญหา กลไกการเกิดสภาพยวดยิ่งที่อุณหภูมิสูงนั้น ก็คือ ค่าช่องว่างพลังงานของตัวนำยวดยิ่ง ทั้งขนาดและสมมาตรของช่องว่างพลังงานของตัวนำยวดยิ่งเหล่านี้ มีลักษณะที่ต่างไปจากของตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม กล่าวคือ ขนาดของช่องว่างพลังงานของตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงนั้น มีค่าไม่คงที่และขึ้นกับทิศทางของผลึก และค่าสูงสุดของมันก็ใหญ่กว่าค่าช่องว่างพลังงานของตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมมาก นอกจากขนาดของช่องว่างพลังงานจะไม่คงที่แล้ว เฟสของมันก็อาจมีค่าเปลี่ยนไปด้วย เช่น ในพวกคอปเปอร์ออกไซด์ กล่าวคือ การเปลี่ยนแปลงของเฟสมีลักษณะที่ทำให้สมมาตรของช่องว่างพลังงานเป็นแบบดิเวฟ (2)

สำหรับสมบัติของช่องว่างพลังงานของสารพวกโบโรคาร์ไบด์นั้น ยังเป็นที่ถกเถียงกันอยู่ แม้ว่าจะเป็นที่แน่ชัดว่าช่องว่างพลังงานของสารพวกนี้ไม่มีการเปลี่ยนเฟส แต่ว่าจะมีบีพหรือไม่มี และถ้ามี จะเป็นบีพแบบใดยังไม่เป็นที่ชัดเจน กล่าวคือ ในบางการทดลอง เช่น การวัดความร้อนจำเพาะในสนามแม่เหล็กบ่งชี้ว่า ลักษณะของช่องว่างพลังงานของสารพวกนี้มีบีพในลักษณะที่เป็นเส้น แต่ในการวัดความนำความร้อนในแนวแกนซีของผลึกบ่งชี้ว่า ลักษณะของช่องว่างพลังงานของสารพวกนี้มีบีพในลักษณะที่เป็นจุด (3) (4) (5)

เครื่องมืออย่างหนึ่งที่ใช้การศึกษาสมบัติของช่องว่างพลังงานของตัวนำยวดยิ่ง ก็คือ สเปกโทรสโกปีทะลุผ่าน (6) (7) (8) ซึ่งเป็นการวัดค่าความนำไฟฟ้าที่เปลี่ยนไปตามความต่างศักย์ของรอยต่อระหว่างโลหะ

กับตัวนำวดยิ่ง สำหรับตัวนำวดยิ่งแบบดั้งเดิม สเปกตรัมความนำไฟฟ้ามีค่าแปรผันตรงกับ ความหนาแน่นสถานะของตัวนำวดยิ่งและไม่ขึ้นกับทิศทางของการวางตัวของผลึก และที่ความต่างศักย์ซึ่งตรงกับค่าช่องว่างพลังงานของตัวนำวดยิ่ง สเปกตรัมความนำไฟฟ้ามียอดแหลมอยู่ ซึ่งแสดงถึง การที่มีความหนาแน่นสถานะจำนวนมากที่ค่าพลังงานนี้ แต่สำหรับตัวนำวดยิ่งที่มีสมมาตรของช่องว่างพลังงานไม่ได้เป็นแบบดั้งเดิม สเปกตรัมความนำไฟฟ้ามีลักษณะแปรตามทิศทางของการวางตัวของผลึกตัวนำวดยิ่ง (9) (10) (11) (12) การที่สเปกโตรสโคปีทะลุผ่านมีลักษณะขึ้นกับการวางตัวของผลึกนั้น ทำให้มันมีศักยภาพในการช่วยคลี่คลายปัญหาเกี่ยวกับลักษณะของช่องว่างพลังงานของสารพวกบอโรคาร์ไบด์ได้

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

งานวิจัยนี้มีจุดประสงค์หลักในตอนแรกคือ เพื่อศึกษาผลของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าต่อสเปกตรัมทะลุผ่านของตัวนำวดยิ่งแบบดีเวฟ แต่ในระหว่างการดำเนินงานในช่วงต้น ผู้วิจัยได้ทราบข้อมูลเกี่ยวกับตัวนำวดยิ่งพวกบอโรคาร์ไบด์ ซึ่งเป็นตัวนำวดยิ่งที่มีค่าช่องว่างพลังงานที่ยังเป็นที่ถกเถียงกันอยู่ กล่าวคือ ยังไม่เป็นที่แน่ชัดว่าช่องว่างพลังงานของสารเหล่านี้มีบัพเป็นแบบใด ผู้วิจัยเห็นว่า สเปกตรัมทะลุผ่านน่าจะเป็นเครื่องมือทางการทดลองอย่างหนึ่งที่สามารถไขปัญหาข้อนี้ได้ จึงเริ่มทำงานวิจัยไปในทิศทางเพื่อศึกษาผลของทิศทางของระนาบรอยต่อ ต่อลักษณะของสเปกตรัมความนำไฟฟ้าของตัวนำวดยิ่งที่มีสมมาตรช่องว่างพลังงานแบบเอสบอวกจีเวฟ ทั้งในแบบที่มีบัพแบบเส้นและบัพแบบจุด

1.3 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

ผลที่ได้รับจากงานวิจัยนี้ คือ สามารถแสดงให้เห็นได้ว่า สเปกตรัมความนำไฟฟ้าระหว่างตัวนำวดยิ่งแบบเอสบอวกจีเวฟกับ โลหะธรรมดาสามารถนำไปใช้เพื่อช่วยแยกแยะได้ว่า ตัวนำวดยิ่งแบบเอสบอวกจีเวฟมีช่องว่างพลังงานที่มีบัพเป็นแบบเส้น หรือแบบจุดได้ ซึ่งผลของงานวิจัยนี้ได้รับการตีพิมพ์ในวารสาร *Journal of Physics: Condensed Matter*, **15**, 4457 (2003) โดยมีชื่อเรื่องคือ “Directional tunnelling spectroscopy of a normal metal-s+g-wave superconductor junction” (โปรดดูภาคผนวก)

บทที่ 2

วิธีการดำเนินการวิจัย

การคำนวณสเปกตรัมความนำไฟฟ้าในโครงการวิจัยนี้ ทำโดยใช้วิธีการกระเจิงตามแบบของบีทีเค (BTK formalism) (13) กล่าวคือ ใช้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนและ/หรือการทะลุผ่านหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ผ่านรอยต่อระหว่างโลหะธรรมดากับตัวนำยวดยิ่ง รายละเอียดของแบบจำลองของระบบที่ใช้และวิธีการคำนวณเป็นไปดังในหัวข้อย่อยต่อไปนี้

2.1 แบบจำลอง

ระบบที่พิจารณาในการคำนวณเป็นระบบที่มีขนาดเป็นอนันต์ โดยให้ระนาบรอยต่อระหว่างโลหะกับตัวนำยวดยิ่งเป็นระนาบ yz และให้โลหะอยู่ในบริเวณที่มีค่า $x < 0$ ทั้งหมด ส่วนในบริเวณที่ $x > 0$ ให้เป็นตัวนำยวดยิ่งซึ่งมีโครงสร้างผลึกเป็นแบบเตตระโกนอล ตามโครงสร้างผลึกของสารพวกบอโรคาร์ไบด์ ที่ระนาบรอยต่อ ให้มีศักย์ซึ่งมีค่าเป็น $H\delta(x)$ แทนระนาบฉนวน โดยที่ H แสดงสูงของศักย์ของระนาบฉนวนซึ่งมีความกว้างเป็นศูนย์ตามสมบัติของฟังก์ชันเดลตา $\delta(x)$

ค่าช่องว่างพลังงานตามแบบจำลองในงานวิจัยนี้ ให้มีค่าขึ้นกับตำแหน่งคือ $\Delta(x) = \Delta_{s+g} \Theta(x)$ โดยที่ Δ_{s+g} เป็นค่าช่องว่างพลังงานที่ไม่ขึ้นกับตำแหน่งแต่ขึ้นกับเฉพาะค่าโมเมนตัมในลักษณะที่เรียกว่า เอสบวกจีเวฟ และ $\Theta(x)$ คือ ฟังก์ชันขั้นบันไดซึ่งมีค่าเป็นศูนย์เมื่อ $x < 0$ และเป็นหนึ่งเมื่อ $x > 0$ งานวิจัยนี้ได้พิจารณาฟังก์ชันช่องว่างพลังงาน Δ_{s+g} 2 แบบ ดังแสดงในสมการข้างล่างนี้

$$\Delta_{s+g}^{(1)}(k) = \Delta_s - \Delta_g \cos 4\phi \quad (1)$$

$$\Delta_{s+g}^{(2)}(k) = \Delta_s - \Delta_g \sin^2 \theta \cos 4\phi \quad (2)$$

โดยที่ มุม θ กับ ϕ เป็นมุมที่โมเมนตัม k กระทำต่อแกน z และ x (ในระนาบ xy) ตามลำดับ สังเกตว่า ถ้า $\Delta_s = \Delta_g$ ฟังก์ชันช่องว่างพลังงานแบบในสมการที่ 1 จะมีบัพแบบเส้น ส่วนสมการ 2 จะมีบัพแบบจุด

2.2 วิธีการคำนวณ

งานวิจัยนี้ได้มีการคำนวณทั้งความนำไฟฟ้าในแนวระนาบเอบีและในแนวแกนซี โดยวิธีการคำนวณใช้วิธีการแบบกระเจิง กล่าวคือ ใช้สมการของ Bogoliubov-de Gennes ในการบรรยายระบบรอยต่อคือ

$$\begin{bmatrix} \hat{O}_p + H\delta(x) - \mu & \Delta(x) \\ \Delta(x) & -\hat{O}_p - H\delta(x) + \mu \end{bmatrix} U(\vec{r}) = EU(\vec{r}) \quad (3)$$

โดยที่ μ เป็น ค่า Chemical potential ของระบบ ตัวกระทำ \hat{O}_p คือ

$$\hat{O}_p = -\frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{1}{m_{xy}} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{m_z} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$$

โดยที่ m_{xy} คือ มวลยังผลของอิเล็กตรอนในระนาบเอบี m_z มวลยังผลของอิเล็กตรอนในแนวแกนซี และ $U(\vec{r})$ เป็นฟังก์ชันที่มี 2 ส่วนประกอบ ซึ่งเขียนอยู่ในรูป

$$U(\vec{r}) = \begin{bmatrix} u(\vec{r}) \\ v(\vec{r}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_k \\ v_k \end{bmatrix} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \quad (4)$$

ในวิธีการกระจงั้น นำ $U(\vec{r})$ ไปแทนค่าในสมการที่ 3 ซึ่งจะได้สเปกตรัมพลังงานของอนุภาคในสถานะกระตุ้นในแต่ละบริเวณ คือ สำหรับโลหะได้ว่า

$$E(\vec{q}) = \pm \xi_q = \pm \left(\frac{\hbar^2}{2m} (q_x^2 + q_y^2 + q_z^2) - \mu \right) \quad (5)$$

และสำหรับตัวนำยิ่งยวด

$$E(\vec{k}) = \sqrt{\xi_k^2 + \Delta_k^2} \quad (6)$$

โดยในสมการที่ 5 นั้นเครื่องหมายบวกใช้สำหรับอิเล็กตรอน และเครื่องหมายลบใช้สำหรับโฮล และสำหรับตัวนำยิ่งยวด

$$\xi_k = \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{k_x^2 + k_y^2}{m_{ab}} + \frac{k_z^2}{m_c} \right) - \mu \quad (7)$$

ค่าอัมปลิจูดของฟังก์ชัน $U(\vec{r})$ สำหรับด้านโลหะเป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} u_k \\ v_k \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (8)$$

โดยที่ตัวบนเป็นของอิเล็กตรอนและตัวล่างเป็นของโฮล ส่วนของด้านตัวนำยิ่งยวดเป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} u_k \\ v_k \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{|E + \xi_k|^2 + \Delta_k^2}} \begin{bmatrix} E + \xi_k \\ \Delta_k \end{bmatrix} \quad (9)$$

ในกรณีของการคำนวณกระแสในระนาบเอบี เขียนฟังก์ชัน $U(\vec{r})$ ในแต่ละบริเวณได้เป็นดังนี้

$$U_N(\vec{r}) = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e^{iq^+x} + a \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e^{iq^-x} + b \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e^{-iq^+x} \right) e^{ik_y y + ik_z z} \quad (10)$$

$$U_S(\vec{r}) = \left(c \begin{bmatrix} u_{k^+} \\ v_{k^+} \end{bmatrix} e^{ik^+x} + d \begin{bmatrix} u_{-k^-} \\ v_{-k^-} \end{bmatrix} e^{-ik^-x} \right) e^{ik_y y + ik_z z} \quad (11)$$

ตัวห้อย N และ S แทนบริเวณโลหะและตัวนำเวดจ์ ตามลำดับ โมเมนตัม q^\pm, k^\pm มีค่าเป็นไปตามสมการต่อไปนี

$$\hbar q^\pm = \sqrt{2m(\mu \pm E) - \hbar^2 k_y^2 - \hbar^2 k_z^2} \quad (12)$$

$$\frac{\hbar k^\pm}{\sqrt{m_{ab}}} = \sqrt{2(\mu \pm \sqrt{E^2 - \Delta_k^2}) - \frac{\hbar^2 k_y^2}{m_{ab}} - \frac{\hbar^2 k_z^2}{m_c}} \quad (13)$$

a, b, c และ d เป็นค่าอัมพลิจูดของการสะท้อนและทะลุผ่าน ซึ่งสามารถหาได้มาจากเงื่อนไขที่รอยต่อต่อไปนี

$$U_N(x=0) = U_S(x=0) \equiv U_0 \quad (14)$$

$$ZU_0 = \frac{1 + m/m_{ab}}{4k_F} \left(\frac{\partial U_S}{\partial x} \Big|_{x=0^+} - \frac{\partial U_N}{\partial x} \Big|_{x=0^-} \right) \quad (15)$$

โดยที่ Z มีค่าเป็น $mH/(\hbar^2 k_F)$ สำหรับกรณีของการคำนวณในแนวแกนซี ทุกอย่างยังคงเหมือนเดิม ยกเว้นสมการที่ 15 เปลี่ยนจาก m_{ab} เป็น m_c เท่านั้น

ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนและทะลุผ่านทั้งสี่ตัวหาได้จากสมการต่อไปนี

$$A = |a|^2 \left(\frac{q^-}{q^+} \right) \quad (16)$$

$$B = |b|^2 \quad (17)$$

$$C = |c|^2 (|u_{k^+}|^2 - |v_{k^+}|^2) \left(\frac{k^+}{q^+} \right) \quad (18)$$

$$D = |d|^2 (|u_{-k^-}|^2 - |v_{-k^-}|^2) \left(\frac{k^-}{q^+} \right) \quad (19)$$

ซึ่งสามารถนำสัมประสิทธิ์ต่อไปนีมาใช้คำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าและความนำไฟฟ้าของรอยต่อ คือ

$$I_{NS}(V) = \frac{e\Omega}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} v_{qx} [1 + A(\vec{q}) - B(\vec{q})] |f(E_q - eV) - f(E_q)| \quad (20)$$

โดยที่ Ω คือปริมาณของระบบ v_{qx} คือ ความเร็วในแนว x ของอิเล็กตรอนที่วิ่งมาที่รอยต่อจากบริเวณที่เป็นโลหะ และ $f(E)$ คือ ฟังก์ชันแฟร์มี-ดิแรก

ดังนั้นที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน จะได้ความนำไฟฟ้าของรอยต่อในแนวระนาบเอบี และแนวแกนซีเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} G_{NS}^{ab}(V) &= \frac{dI_{NS}^{ab}}{dV} \\ &= \frac{me^3\Omega V}{4\pi^2\hbar^2} \int d\phi_N \int d\theta_N \sin^2 \theta_N \cos \phi_N [1 + A(V, \phi_N, \theta_N) - B(V, \phi_N, \theta_N)] \end{aligned}$$

$$G_{NS}^c(V) = \frac{me^3\Omega V}{4\pi^2\hbar^2} \int d\phi_N \int d\theta_N \sin\theta_N \cos\theta_N [1 + A(V, \phi_N, \theta_N) - B(V, \phi_N, \theta_N)]$$

งานวิจัยนี้พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างความนำไฟฟ้ากับค่าศักย์ไฟฟ้าที่ตกคร่อมรอยต่อ ซึ่งเป็นปริมาณที่วัดได้ในการทดลอง

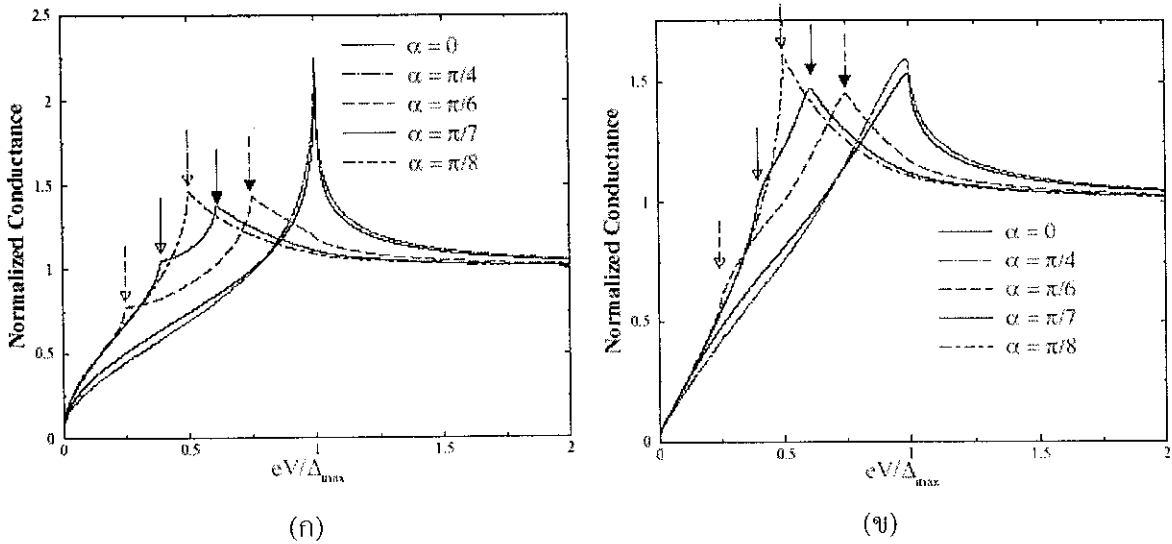
บทที่ 3

ผลการคำนวณ

ในงานวิจัยนี้ ได้พิจารณาค่า Δ_s และ Δ_g ต่าง ๆ กัน 3 กรณี คือ $\Delta_s = \Delta_g$, $\Delta_s = 0.9\Delta_g$ และ $\Delta_s = 1.1\Delta_g$ โดยผลที่ได้เป็นดังต่อไปนี้

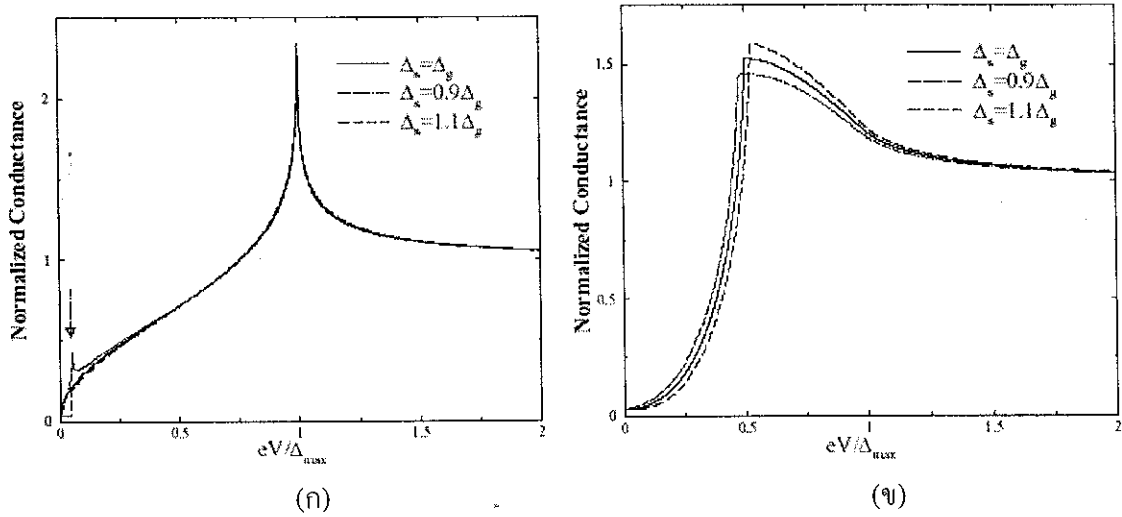
3.1 อภิปรายผล

จากการคำนวณพบว่า สำหรับตัวนำวยดิ่งแบบเอสววกจีเวฟที่มีขนาดของส่วนประกอบเอสเท่ากับขนาดของส่วนประกอบบี สเปกตรัมของรอยต่อในระนาบเอบีจะมีขอดแหลมอยู่ที่ความต่างศักย์ 2 ค่า ค่าแรกคือค่าความต่างศักย์ซึ่งตรงกับค่าช่องว่างพลังงานในแนวของเวกเตอร์ตั้งฉากของรอยต่อ และอีกค่าความต่างศักย์ซึ่งตรงกับค่าช่องว่างพลังงานในแนวทำมุม 45 องศากับเวกเตอร์ตั้งฉากของรอยต่อ ขอดแหลม 2 ขอดนี้พบได้ในทั้งตัวนำวยดิ่งแบบเอสววกจีเวฟที่มีทั้งบัพแบบจุดและแบบเส้น แต่จะเห็นได้ชัดเจนกว่าในสเปกตรัมของตัวนำวยดิ่งที่มีบัพแบบเส้น (โปรดดูรูปที่ 3.1 ประกอบ) สำหรับสเปกตรัมความนำไฟฟ้าในแนวแกนซีนั้นมีความต่างกันระหว่างตัวนำวยดิ่งที่มีบัพแบบเส้นกับที่มีบัพแบบจุด สเปกตรัมในแนวแกนซีของตัวนำวยดิ่งที่มีบัพแบบเส้นนั้น จะมีขอดแหลมที่ตำแหน่งของค่าช่องว่างพลังงานสูงสุด แต่สเปกตรัมในแนวแกนซีของตัวนำวยดิ่งที่มีบัพแบบจุด จะมีขอดแหลมที่ตำแหน่งของค่าช่องว่างพลังงานตามแนวแกนซี (โปรดดูรูปที่ 3.2 ประกอบ)

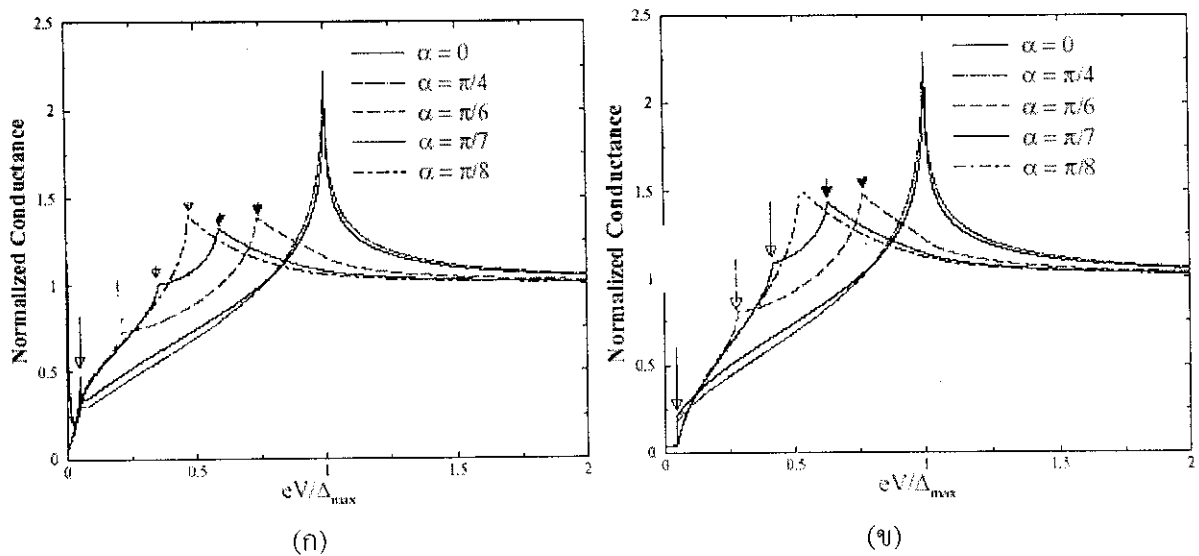


รูปที่ 3.1 สเปกตรัมความนำของรอยต่อตัวนำวยดิ่งเอสววกจีเวฟที่มีบัพ (ก) แบบเส้น และ (ข) แบบจุด α คือมุมที่แกนเอของผลึกตัวนำวยดิ่งกระทำกับเวกเตอร์ตั้งฉากของรอยต่อในหน่วยเรเดียน ลูกศรเส้นทึบชี้ขอดแหลมที่ความต่างศักย์ ซึ่งตรงกับค่าช่องว่างพลังงานในแนวของเวกเตอร์ตั้งฉากของรอยต่อ และลูกศรเส้นประชี้ขอดแหลมที่ความต่างศักย์ ซึ่งตรงกับค่าช่องว่างพลังงานในแนวทำมุม 45 องศากับเวกเตอร์ตั้งฉากของรอยต่อ

หากฟังก์ชันช่องว่างพลังงานแบบเอสวากิเวฟ มีส่วนประกอบเอสไม่เท่ากับส่วนประกอบบี สเปกตรัมความนำของตัวนำควดิ่งที่มีฟังก์ชันพลังงานทั้งสองแบบมีลักษณะคล้ายกัน กล่าวคือ นอกจากจะมียอดแหลม 2 ยอดที่ตำแหน่งดั้งที่ได้กล่าวไปแล้วในย่อหน้าที่แล้วนั้น สเปกตรัมของรอยต่อในระนาบเอบี ก็จะมียอดแหลมที่ความต่างศักย์ศูนย์โวลต์ และที่ผลต่างระหว่างส่วนประกอบทั้งสอง ในกรณีที่ส่วนประกอบเอสน้อยกว่าส่วนประกอบบี มียอดแหลมที่ความต่างศักย์ซึ่งตรงกับผลต่างของทั้งสองส่วนประกอบเท่านั้น ดังในรูปที่ 1 ซึ่งแสดงเฉพาะของตัวนำควดิ่งที่มีฟังก์ชันพลังงานตามสมการที่ 1 (สเปกตรัมของตัวนำควดิ่งที่มีฟังก์ชันพลังงานตามสมการที่ 2 มีลักษณะคล้ายกัน)



รูปที่ 3.2 สเปกตรัมความนำของรอยต่อตัวนำควดิ่งเอสวากิเวฟที่มีบีพ (ก) แบบเส้น และ (ข) แบบจุด โดยในแต่ละกราฟ แบ่งพล็อต 3 กรณี ที่มีค่าส่วนประกอบเอส (Δ_s) ต่างกันไปเมื่อเทียบกับส่วนประกอบบี (Δ_g)



รูปที่ 3.3 สเปกตรัมความนำของรอยต่อตัวนำควดิ่งเอสวากิเวฟแบบเส้นที่มี (ก) $\Delta_s = 0.9\Delta_g$ และ (ข) $\Delta_s = 1.1\Delta_g$ ลูกศรเส้นทึบชี้ยอดแหลมที่ความต่างศักย์ซึ่งตรงกับผลต่างของทั้งสองส่วนประกอบ

สำหรับสเปกตรัมของรอยต่อในแนวแกนซีนั้น ถ้าส่วนประกอบเอสไม่เท่ากับจี สเปกตรัมของตัวนำยวดยิ่งที่มีฟังก์ชันตามสมการ 2 ยังคงมียอดแหลมที่ตำแหน่งของค่าช่องว่างพลังงานตามแนวแกนซีเช่นเดิม เพียงแต่ค่าดังกล่าวจะเลื่อนไปตามค่าของส่วนประกอบทั้งสอง แต่สเปกตรัมของตัวนำยวดยิ่งที่มีฟังก์ชันตามสมการ 1 นั้นนอกจากจะมียอดแหลมที่ตำแหน่งของค่าช่องว่างพลังงานสูงสุดแล้ว ยังมียอดที่ผลต่างของทั้งสองส่วนประกอบด้วย (โปรดดูรูปที่ 3.2 ประกอบ)

บทที่ 4

บทสรุป

โครงการวิจัยนี้เป็นงานวิจัยที่ศึกษาทางทฤษฎีของสเปกตรัมความนำไฟฟ้า ระหว่างโลหะกับตัวนำยวดยิ่ง โดยตัวนำยวดยิ่งที่งานวิจัยนี้พิจารณานั้น มีช่องว่างพลังงานแบบเอสบวคจีแอฟและมีโครงสร้างผลึกเป็นแบบเตตระโกนอล ทั้งนี้ผลที่ได้จากการศึกษาสามารถนำไปใช้เปรียบเทียบกับข้อมูลทางการทดลองของสารพวกโบโรคาร์ไบด์ได้

งานวิจัยนี้เน้นการศึกษาว่า สเปกตรัมความนำไฟฟ้าของตัวนำยวดยิ่งขึ้นกับลักษณะของบัพ และการวางตัวของผลึกของตัวนำยวดยิ่งอย่างไร โดยได้พิจารณาช่องว่างพลังงานแบบที่มีบัพเป็นเส้น กับบัพเป็นจุด ในรอยต่อ 2 แบบ คือ รอยต่อในแนวระนาบเอบี และในแนวแกนซี

วิธีการคำนวณที่งานวิจัยนี้ใช้นั้นเป็นการคำนวณตามวิธีการบีทีเค ซึ่งเป็นวิธีการที่มีพื้นฐานมาจากวิธีการกระเจิงในทางกลศาสตร์ควอนตัม กล่าวคือ กระแสและความนำไฟฟ้าหามาของรอยต่อได้จากสัมประสิทธิ์การสะท้อนและ/หรือการทะลุผ่านของอิเล็กตรอนที่วิ่งเข้าหารอยต่อ ค่าสัมประสิทธิ์เหล่านี้หามาได้จากเงื่อนไขขอบเขตที่รอยต่อ

จากผลการคำนวณ พบว่าสเปกตรัมความนำไฟฟ้าของรอยต่อในแนวระนาบเอบีสามารถนำมาใช้ในการระบุค่าช่องว่างพลังงานตามแนวต่าง ๆ ได้ และพบว่าสเปกตรัมในแนวแกนซีสามารถนำมาใช้ในการแยกแยะระหว่างช่องว่างพลังงานที่มีบัพแบบจุดกับแบบเส้นได้ ผลการศึกษานี้บ่งชี้ว่า สเปกตรัมความนำไฟฟ้าสามารถนำไปใช้ช่วยคลี่คลายปัญหาที่ว่า ช่องว่างพลังงานของสารพวกนี้มีรูปแบบเป็นแบบใด ซึ่งจะทำให้การศึกษาเกี่ยวกับกลไกที่ทำให้เกิดสภาพนำยวดยิ่งในสารพวกนี้ก้าวไปในอีกขั้นหนึ่งได้

บรรณานุกรม

1. J. G. Bednorz and K. A. Muller. (1986). Possible high- T_c superconductivity in the Ba-La-Cu-O system. Z. Physics B Vol. 64. p. 189.
2. C. C. Tsuei and J. R. Kirtley. (2000). Pairing symmetry in cuprate superconductors. Review of Modern Physics. Vol. 72. p. 969.
3. K. Izawa, A. Shibata, Yuji Matsuda, Y. Kato, H. Takeya, K. Hirata, C. J. van der Beek, and M. Konczykowski. (2001). Low Energy Quasiparticle Excitation in the Vortex State of Borocarbide Superconductor YNi_2B_2C . Physical Review Letters Vol. 86. p.1327.
4. M. Nohara, M. Issiki, F. Sakai and H. Takagi. Quasiparticle Density of States of Clean and Dirty s -wave Superconductors in the Vortex States. (1999) Journal of Physical Society of Japan. Vol. 68. p.1078.
5. K. Izawa, K. Kamata, Y. Nakajima, Y. Matsuda, T. Watanabe, M. Nohara, H. Takagi, P. Thalmeier, and K. Maki. (2002). Gap Function with Point Nodes in Borocarbide Superconductor YNi_2B_2C . Physical Review Letters Vol. 89. p. 137006 (2002).
6. E. L. Wolf. (1985) Principles of Electron Tunneling Spectroscopy. Oxford University Press: New York.
7. C. B. Duke. (1969) Tunneling in Solids. Academic Press: New York.
8. W. L. McMillan and J. M. Rowell. (1969). Chapter 11. In R. D. Parks, Superconductivity. Page 561– 613. Marshall-Dekker: New York.
9. P. Pairor and M. B. Walker. (2002). Tunneling conductance for d -wave superconductors: Dependence on crystallographic orientation and Fermi surface. Physical Review B. Vol. 65. p. 064507.
10. S. Kashiwaya, Y. Tanaka, M. Koyanagi, H. Takashima and K. Kajimura. (1995). Origin of zero-bias conductance peaks in high- T_c superconductors. Physical Review B. Vol. 51. p. 1350.
11. Y. Tanaka and S. Kashiwaya. (1995). Theory of Tunneling Spectroscopy of d -Wave Superconductors. Physical Review Letters. Vol. 74. p. 3451.
12. S. Kashiwaya, Y. Tanaka, M. Koyanagi and K. Kajimura. (1996). Theory for tunneling spectroscopy of anisotropic superconductors. Physical Review B. Vol. 53. p. 2667.
13. G. E. Blonder, M. Tinkham, and T. M. Klapwijk. (1982). Transition from metallic to tunneling regimes in superconducting microconstrictions: Excess current, charge imbalance, and supercurrent conversion. Physical Review B. Vol. 25. p. 4515.

ภาคผนวก

ผลงานที่ได้รับการตีพิมพ์ภายใต้โครงการนี้คือ “Directional tunnelling spectroscopy of a normal metal-s + g-wave superconductor junction” **P. Pairor** and M. F. Smith, *Journal of Condensed Matter Physics*, 2003, Vol. 15, pp. 4457 – 4468.

Directional tunnelling spectroscopy of a normal metal–*s* + *g*-wave superconductor junction

P Pairor¹ and M F Smith²

¹ School of Physics, Institute of Science, Suranaree University of Technology, 111 University Avenue, Nakhon Ratchasima, 30000, Thailand

² Department of Physics, University of Toronto, 60 St George Street, Toronto, ON, M5S 1A7, Canada

E-mail: pairor@scs.sut.ac.th

Received 6 March 2003

Published 13 June 2003

Online at stacks.iop.org/JPhysCM/15/4457

Abstract

We calculate the normal metal–*s* + *g*-wave superconductor tunnelling spectrum for various junction orientations and for two forms of the superconducting gap, one which allows for point nodes and the other which allows for line nodes. For a junction oriented with its normal parallel to the *ab* plane of the tetragonal superconductor, we find that the tunnelling spectrum is strongly dependent on orientation in the plane. The spectrum contains two peaks at energies equivalent to the magnitudes of the gap function in the direction parallel to the interface normal and in the direction making a $\pi/4$ angle with the normal. These two peaks appear in both superconductors with point nodes and line nodes, but are more prominent in the latter. For the tunnelling along the *c* axis, we find a sharp peak at the gap maximum in the conductance spectrum of the superconductor with line nodes, whereas with point nodes we find a peak occurring at the value of the gap function along the *c* axis. We discuss the relevance of our result to borocarbide systems.

(Some figures in this article are in colour only in the electronic version)

1. Introduction

Nonmagnetic rare-earth borocarbides, such as $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ and $\text{LuNi}_2\text{B}_2\text{C}$, are among the materials which exhibit unconventional superconductivity. There is strong evidence in these materials indicating that their superconducting gap function is highly anisotropic [1, 2] and that there exist low-lying excitations in the superconducting state [3–8]. The presence of these low-energy excitations implies that the gap function has nodes (or deep minima) on the Fermi surface. The location of these nodes and their nature, i.e., whether they are point nodes or line nodes, is still unclear. The thermal conductivity in a magnetic field at low temperatures [1] and the dependence of the specific heat on the magnetic field [3, 6] suggest the existence of line nodes like those in the cuprates and UPt_3 . However, the recent measurements of the

c-axis thermal conductivity in a rotational magnetic field along the *ab* plane were interpreted as evidence for a gap function with point nodes along [100] and [010] directions [2]. Further studies which employ different experimental techniques may be necessary to determine the detailed structure of the superconducting gap function in momentum space. Here we suggest that directional tunnelling spectroscopy may be useful for this purpose.

In general, the tunnelling conductance spectrum of an anisotropic superconductor is strongly dependent on the crystal orientation with respect to the interface plane. In the case of a *d*-wave superconductor with vertical line nodes, it has been shown that features in the conductance spectrum occur at voltages which depend strongly on crystal orientation. These voltages correspond to values of the gap function at particular points on the Fermi surface [9]. For instance, in the case of an *ab*-plane tunnelling junction, if the surface orientation of the superconductor is not [100] or [010], the conductance spectrum contains a peak at the voltage corresponding to the value of the gap function in the direction parallel to the surface normal. The observation of this feature would, in principle, allow the directional normal metal–superconductor (NS) tunnelling spectroscopy to map out the magnitude of the superconducting gap function.

In this paper, we calculate the NS tunnelling spectra of anisotropic *s*-wave superconductors with two forms of gap functions, which have been suggested as possible candidates for the gap in borocarbides [10, 11]. The candidates are allowed by the symmetry of the borocarbide crystal structure and consistent with experimental results. It is apparent that the gap function has fourfold symmetry and does not change sign, but there is evidence for deep minima along [100] and [010] directions [1–8]. The simplest suitable candidates are of the *s* + *g*-wave form. In our calculation, we find, similar to a *d*-wave case, that features appear in the spectra at voltages corresponding to values of the gap at particular points on the Fermi surface depending on surface orientation. Some of these features are characteristic of the general *s* + *g*-wave gap function and are thus common to the two candidates, while one particular feature occurs only for the candidate with point nodes. Thus, if these features can be observed experimentally, it may be possible to determine which form of the gap, if either, correctly describes that of the borocarbides.

The two candidate gap functions are both *s* + *g*-wave and are given by equations (1*a*) and (1*b*) respectively:

$$\Delta_{k,1} = \Delta_s - \Delta_g \cos 4\phi \quad (1a)$$

$$\Delta_{k,2} = \Delta_s - \Delta_g \sin^2 \theta \cos 4\phi \quad (1b)$$

where θ and ϕ are the polar angles in spherical coordinates, and Δ_s and Δ_g are the *s* and *g* components of the gap function respectively. For an elliptical Fermi surface, the case of line (point) nodes occurs when $\Delta_s = \Delta_g$ in equations (1*a*), (1*b*). We study both *ab*-plane and *c*-axis tunnelling spectra for both forms of the gap function by using the so-called Blonder–Tinkham–Klapwijk (BTK) scattering formalism [12] and a continuous model to describe the electronic structure of the normal metal and superconductor. Although detailed features of the conductance depend on the shape of the Fermi surface, it is sufficient to use the continuous model which gives an elliptical Fermi surface to study the positions of the main features in the conductance spectra [9].

In the case of tunnelling into the *ab* plane of a *s* + *g*-wave superconductor, we show in this paper that there are three main features occurring at voltages associated with the difference of the *s* and *g* components of the gap function and the values of the gap function in two particular directions with respect to the interface normal, one in the direction parallel to the surface normal and the other in the direction making a $\pi/4$ angle with the surface normal. These two features are more prominent for the *s* + *g*-wave superconductor with line nodes than for

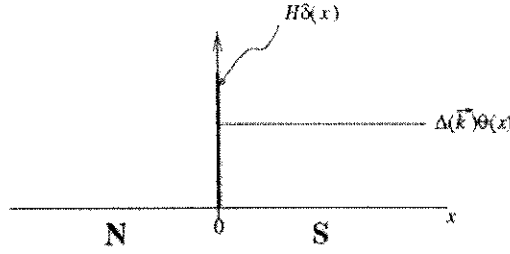


Figure 1. The NS junction is represented by an infinite system as shown in this picture. The normal metal fills the $x < 0$ region and the superconductor fills the $x > 0$ region. The insulating barrier is represented by a delta function of height H in units of energy per length. The gap function is taken to be zero in the normal metal and to be nonzero and independent of x in the superconductor.

the superconductor with point nodes. In the case of c -axis tunnelling junctions, there is one prominent feature at the maximum gap in the conductance spectrum of the superconductor with line nodes, whereas for the superconductor with point nodes the conductance spectrum contains two features, one at the maximum gap and the other at the value of the gap function along the c axis.

In section 2, we describe the calculation method and the assumptions used throughout this paper. Then, we provide the detailed results and discussion of all the cases of interest at zero temperature in section 3. In addition to the cases in which the nodes exist, we also consider cases in which the superconducting gap has small but nonzero gap minima. We show all the results in both the Andreev limit (low barrier) and the tunnelling limit (high barrier).

2. Assumptions and method of calculation

As in [12], we represent the NS junction with an infinite system, the left half of which is a normal metal and the right half of which is a superconductor (see figure 1). The insulating barrier is represented by a delta function potential with strength H . For the ab -plane tunnelling junctions, the interface normal vector lies somewhere in the ab plane, and for the c -axis tunnelling junction the interface normal is parallel to the c axis.

We take the normal metal to be cubic, and take the superconductor to be tetragonal to describe the crystal structure of the borocarbides. In our calculation, we ignore both the suppression of the gap function near the NS interface and the proximity effect for simplicity. The gap function Δ_k is taken to be as in either equations (1a) or (1b).

The Bogoliubov–de Gennes equations that describe the excitations of the system are

$$\begin{bmatrix} \hat{O}_p + H\delta(x) - \mu & \Delta_k\Theta(x) \\ \Delta_k\Theta(x) & -\hat{O}_p - H\delta(x) + \mu \end{bmatrix} U(\vec{r}) = EU(\vec{r}) \quad (2)$$

where μ is the chemical potential, $\Theta(x)$ is the Heaviside step function,

$$\hat{O}_p = -\frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{1}{m_{xy}} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{m_z} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right),$$

$$m_{xy} = \begin{cases} m \text{ (effective mass in the normal metal),} & x < 0, \\ m_{ab} \text{ (} ab\text{-plane effective mass in the superconductor).} & x > 0, \end{cases}$$

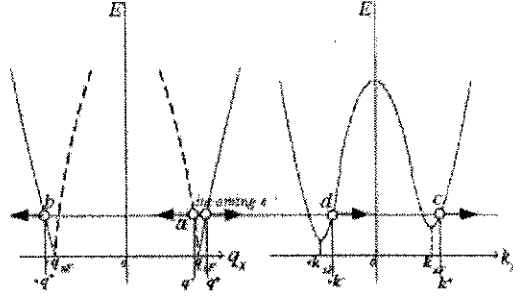


Figure 2. The plot of two excitation energies as a function of q_x or k_x , the component parallel to the interface normal, at a particular value of \vec{k}_\parallel , which is (k_y, k_z) . The plot on the left is for the excitation energy of the normal metal and the plot on the right is for the excitation energy of the superconductor. At the same energy, there can be four propagating excitations for each side. However, for an electron incoming from the normal side, the wavefunction of the normal metal is a linear combination of only three excitations represented by the open circles, and the wavefunction of the superconductor is the sum of two outgoing excitations also represented by the open circles.

$$m_z = \begin{cases} m, & x < 0, \\ m_c \text{ (c-axis effective mass in the superconductor)}, & x > 0, \end{cases}$$

and $U(\vec{r})$ is a two-component function:

$$U(\vec{r}) = \begin{bmatrix} u(\vec{r}) \\ v(\vec{r}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_k \\ v_k \end{bmatrix} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}. \quad (3)$$

After substituting $U(\vec{r})$ from equation (3) into (2), we obtain the bulk excitation energies for the normal metal and superconductor respectively as

$$E(\vec{q}) = \pm \xi_{\vec{q}} = \pm \left(\frac{\hbar^2}{2m} (q_x^2 + q_y^2 + q_z^2) - \mu \right) \quad (4a)$$

$$E(\vec{k}) = \sqrt{\xi_{\vec{k}}^2 + \Delta_c^2} \quad (4b)$$

where for the normal metal (equation (4a)) the plus and minus signs are for electron and hole excitations respectively, and for the superconductor (equation (4b))

$$\xi_{\vec{k}} = \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{k_x^2 + k_y^2}{m_{ab}} + \frac{k_z^2}{m_c} \right) - \mu. \quad (5)$$

Figure 2 shows a plot of the excitation energy of the normal metal (superconductor) as a function of q_x (k_x), the component along the interface normal, at a particular $\vec{q}_\parallel = \vec{k}_\parallel = (k_y, k_z)$, the component perpendicular to the interface normal.

The amplitudes of the excitations, u_k and v_k , of the normal metal are

$$\begin{bmatrix} u_k \\ v_k \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} & \text{for electrons,} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} & \text{for holes,} \end{cases} \quad (6)$$

whereas those of the superconductor are

$$\begin{bmatrix} u_k \\ v_k \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{|E + \xi_k|^2 + \Delta_c^2}} \begin{bmatrix} \Delta_c \\ E + \xi_k \end{bmatrix}. \quad (7)$$

The wavefunction of each side is a linear combination of all the appropriate excitations of the same energy and the momentum that has the same component perpendicular to the interface normal. For ab -plane tunnelling, the wavefunctions of both sides are therefore

$$U_N(\vec{r}) = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e^{iq^+x} + a \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e^{iq^-x} + b \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e^{-iq^+x} \right) e^{ik_y y + ik_z z} \quad (8a)$$

$$U_S(\vec{r}) = \left(c \begin{bmatrix} uk^* \\ v_k^* \end{bmatrix} e^{ik^+x} + d \begin{bmatrix} u-k^- \\ v-k^- \end{bmatrix} e^{-ik^-x} \right) e^{ik_y y + ik_z z} \quad (8b)$$

where q^\pm and k^\pm (see figure 2) satisfy

$$\hbar q^\pm = \sqrt{2m(\mu \pm E) - \hbar^2 k_y^2 - \hbar^2 k_z^2} \quad (9a)$$

$$\frac{\hbar k^\pm}{\sqrt{m_{\text{orb}}}} = \sqrt{2\left(\mu \pm \sqrt{E^2 - \Delta_k^2}\right) - \frac{\hbar^2 k_y^2}{m_{\text{orb}}} - \frac{\hbar^2 k_z^2}{m_c}} \quad (9b)$$

and a , b , c , and d are the Andreev reflection, the normal reflection, the same-branched transmission, and the cross-branched transmission amplitudes respectively. For the c -axis tunnelling, we can obtain the wavefunction of each side in a similar way.

Normally, the range of the energy E relevant to the NS tunnelling experiments is of meV order whereas the Fermi energy is of eV order. Therefore, we use the following approximation for q^\pm and k^\pm :

$$q^+ = q^- = \sqrt{\frac{2m\mu}{\hbar^2} - k_y^2 - k_z^2} = q_F \sin \theta_N \cos \phi_N \quad (10a)$$

$$k^+ = k^- = k_F \sqrt{\frac{m_{\text{orb}}}{m^*}} \sin \theta_S \cos \phi_S \quad (10b)$$

where q_F is the magnitude of the Fermi wavevector of the normal metal, and k_F , m^* are the parameters that satisfy $\hbar^2 k_F^2 / (2m^*) = E_{F,S}$, the Fermi energy of the superconductor. Using the conservation of the momentum parallel to the surface, we have the following relationship between the polar angles in spherical coordinates:

$$q_F \sin \theta_N \sin \phi_N = k_F \sqrt{\frac{m_{\text{orb}}}{m^*}} \sin \theta_S \sin \phi_S \quad (11a)$$

$$q_F \cos \theta_N = k_F \sqrt{\frac{m_c}{m^*}} \cos \theta_S. \quad (11b)$$

We obtain all the amplitudes a , b , c , and d by applying the following matching conditions at the interface:

$$U_N(x=0) = U_S(x=0) = U_0 \quad (12a)$$

$$ZU_0 = \frac{1+m/m_{\text{orb}}}{4k_F} \left(\frac{\partial U_S}{\partial x} \Big|_{x=0^+} - \frac{\partial U_N}{\partial x} \Big|_{x=0^-} \right) \quad (12b)$$

where $Z = mH/(\hbar^2 k_F)$. Note that both matching conditions are for the ab -plane tunnelling junction. For the c -axis tunnelling junction, the first condition remains the same, but we have to replace m_{orb} with m_c in the second condition.

In the BTK formalism, the Andreev reflection, the normal reflection, and the two transmission probabilities are used to obtain the current across the junction. All the reflection and transmission probabilities are obtained from

$$A = |\alpha|^2 \left(\frac{q^-}{q^+} \right) \quad (13a)$$

$$B = |b|^2 \quad (13b)$$

$$C = |c|^2 (|u_{q^+}|^2 - |v_{q^+}|^2) \left(\frac{k^+}{q^+} \right) \quad (13c)$$

$$D = |d|^2 (|u_{-q^-}|^2 - |v_{-q^-}|^2) \left(\frac{k^-}{q^-} \right) \quad (13d)$$

and satisfy $A + B + C + D = 1$, i.e., the number of particles is conserved.

On the normal metal side, we find that the current across the junction as a function of an applied voltage is

$$I_{NS}(V) = \frac{e\Omega}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} v_{qx} [1 + A(\vec{q}) - B(\vec{q})] [f(E_q - eV) - f(E_q)] \quad (14)$$

where Ω is volume, v_{qx} is the x component of the group velocity of the incoming electron, and $f(E)$ is the Fermi–Dirac distribution function. The conductance of the ab -plane junction at zero temperature is

$$G_{NS}^{ab}(V) = \frac{dI_{NS}^{ab}}{dV} = \frac{me^3\Omega V}{4\pi^2\hbar^2} \int d\phi_N \int d\theta_N \sin^2\theta_N \cos\phi_N \times [1 + A(V, \phi_N, \theta_N) - B(V, \phi_N, \theta_N)]. \quad (15)$$

Similarly, the conductance of the c -axis tunnelling junction is

$$G_{NS}^c(V) = \frac{me^3\Omega V}{4\pi^2\hbar^2} \int d\phi_N \int d\theta_N \sin\theta_N \cos\theta_N [1 + A(V, \phi_N, \theta_N) - B(V, \phi_N, \theta_N)]. \quad (16)$$

The limits of both integrals can be found by considering equations (11a) and (11b).

3. Results and discussion

We plot the normalized conductance as a function of applied voltage for both ab -plane and c -axis tunnelling. We define the normalized conductance as the conductance of the junction normalized by its value at a high voltage, i.e., $eV \gg \Delta_{max}$, the maximum magnitude of the gap function. Using both forms of the gap function in equations (1a) and (1b), we consider three cases: (1) $\Delta_t = \Delta_g$, (2) $\Delta_t = 0.9\Delta_g$, and (3) $\Delta_t = 1.1\Delta_g$. These choices of the parameter Δ_t/Δ_g span the range allowed by the results of thermal conductivity measurements in borocarbides which indicate that the ratio of the gap maximum to the gap minimum is at least 10 [1]. All the results are obtained for zero temperature.

3.1. ab -plane tunnelling

Figure 3 shows the diagram of the junction that has the interface normal on the ab plane of the superconductor. We specify the orientation in the ab plane with α , the angle between the interface normal and the a axis of the superconductor. The gap function is a function of α :

$$\Delta_{k\pm,1} = \Delta_t - \Delta_g \cos 4(\phi_g \mp \alpha) \quad (17a)$$

$$\Delta_{k\pm,2} = \Delta_t - \Delta_g \sin^2\theta_g \cos 4(\phi_g \mp \alpha). \quad (17b)$$

In the Andreev limit (small Z), the conductance spectrum depends very little on the junction orientation. As shown in figure 4 for $\Delta_{k,1}$ and in figure 5 for $\Delta_{k,2}$, the conductance spectra in all cases have the inverted gap structure. Note that in the case of $\Delta_{k,2}$ in figure 5, there is a slight kink at the voltage associated with the value of the gap function along the c axis ($eV = \Delta_g$). Also note that when $\Delta_t \neq \Delta_g$, there is a feature occurring at $eV = |\Delta_t - \Delta_g|$ as marked by the arrows in figures 4(b), (c) and 5(b), (c).

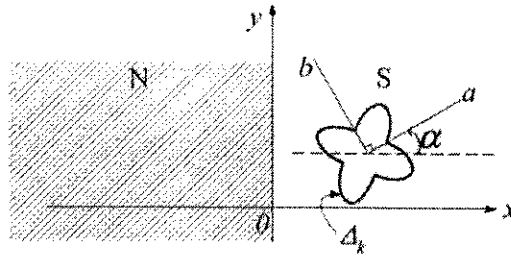


Figure 3. The geometry of the *ab*-plane tunnelling NS junction. The angle between the *x* axis and the *a* axis, α , defines the orientation of the junction.

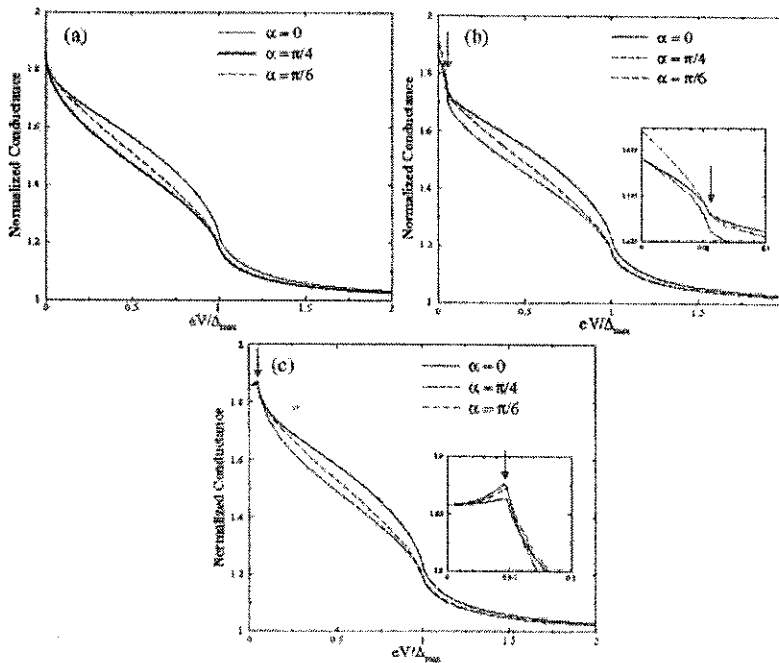


Figure 4. *ab*-plane tunnelling junctions. The plots of the normalized conductance spectra when $Z = 0$ for three surface orientations for three cases of the gap function $\Delta_{k \pm 1} = \Delta_s - \Delta_g \cos 4(\phi_S \mp \alpha)$: (a) $\Delta_s = \Delta_g$, (b) $\Delta_s = 0.9\Delta_g$, and (c) $\Delta_s = 1.1\Delta_g$. The arrows in (b) and (c) indicate the feature occurring at the voltage corresponding to $|\Delta_s - \Delta_g|$. The insets in (b) and (c) are enlargements of the conductance plots near zero voltage.

In the tunnelling limit (large Z), the shape of the conductance spectrum changes with the interface orientation. First, consider the case where $\Delta_s = \Delta_g$; there are two distinct peaks which are more pronounced for the superconductor with the gap function $\Delta_{k,1}$ than

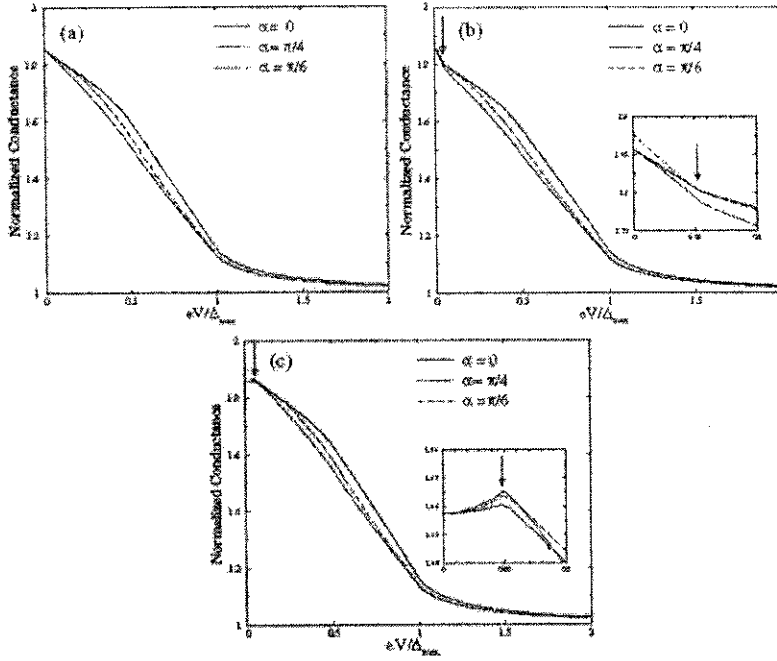


Figure 5. *ab*-plane tunneling junctions. The plot of the normalized conductance spectra when $Z = 0$ for three surface orientations for three cases of the gap function $\Delta_{k_1,2} = \Delta_S - \Delta_S \sin^2 \theta_S \cos 4(\phi_S \mp \alpha)$: (a) $\Delta_I = \Delta_S$, (b) $\Delta_I = 0.9\Delta_S$, and (c) $\Delta_I = 1.1\Delta_S$. The arrows in (b) and (c) indicate the feature occurring at the voltage corresponding to $|\Delta_S - \Delta_I|$. The insets in (b) and (c) are enlargements of the conductance plots near zero voltage.

for the superconductor with the gap function $\Delta_{k,1}$ (compare figures 6(a) and 7(a)). The two peaks occur at voltages corresponding to $\Delta_{k,i}(\theta_S = \pi/2, \phi_S = 0, \alpha)$ (marked by the filled arrows) and $\Delta_{k,i}(\theta_S = \pi/2, \phi_S = \pi/4, \alpha)$ (marked by the hollowed arrows), where i is either 1 or 2. Notice that when $\alpha = \pi/8$, there is only one peak due to the fact that $\Delta_{k,i}(\theta_S = \pi/2, \phi_S = 0, \alpha = \pi/8) = \Delta_{k,i}(\theta_S = \pi/2, \phi_S = \pi/4, \alpha = \pi/8)$.

In the case of $\Delta_I = 0.9\Delta_S$, $\Delta_{k,i}$ can be both positive and negative. Consequently, for the orientations with $\alpha \neq 0, \pi/4$, in addition to the two peaks at the positions like those in the case of $\Delta_I = \Delta_S$, there exists a peak at zero voltage (see figures 6(b) and 7(b)). The existence of this zero-bias conductance peak, which also occurs in the d-wave case, is a signature of the presence of a sign change of the gap function [13, 14].

When $\Delta_I = 1.1\Delta_S$, there is a finite gap minimum. The conductance is very small for voltages less than the gap minimum, and the two peaks at $\Delta_{k,i}(\theta_S = \pi/2, \phi_S = 0, \alpha)$ and $\Delta_{k,i}(\theta_S = \pi/2, \phi_S = \pi/4, \alpha)$ are still present.

In summary, the conductance spectrum in every case where $\alpha \neq 0, \pi/4$ contains two peaks at $\Delta_{k,i}(\theta_S = \pi/2, \phi_S = 0, \alpha)$ and $\Delta_{k,i}(\theta_S = \pi/2, \phi_S = \pi/4, \alpha)$. These two angles, $\phi_S = 0, \pi/4$, are special because the magnitudes of the gap function of the two transmitted superconducting excitations with the k_y corresponding to these angles are the same, i.e.,

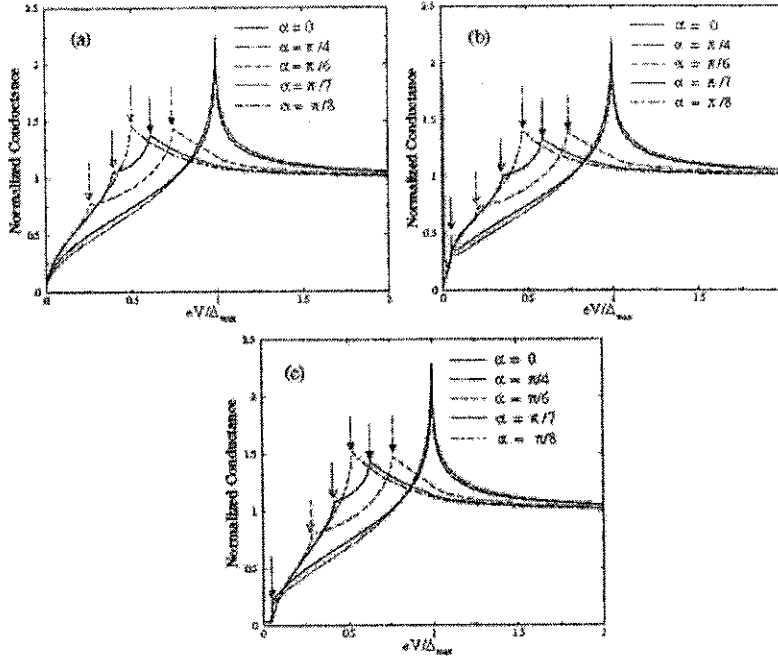


Figure 6. *ab*-plane tunnelling junctions. The plots of the normalized conductance spectra when $Z = 3$ for three interface orientations for three cases of the gap function $\Delta_{k_{x,1}} = \Delta_S - \Delta_S \cos 4(\phi_S \mp \alpha)$: (a) $\Delta_S = \Delta_S$, (b) $\Delta_S = 0.9\Delta_S$, and (c) $\Delta_S = 1.1\Delta_S$. The hollowed arrows indicate the features occurring at the voltage corresponding to $\Delta_{k,i}(\theta_S = \pi/2, \phi_S = \pi/4, \alpha)$ and the filled arrows mark the features at the voltage corresponding to $\Delta_{k,i}(\theta_S = \pi/2, \phi_S = 0, \alpha)$.

$\Delta_{k^+} = \Delta_{-k^-}$, as shown pictorially in figure 8. The feature at $\Delta_{k,i}(\theta_S = \pi/2, \phi_S = 0, \alpha)$ has also been shown to occur in a d-wave superconductor in a continuous model [9]. However, the feature at $\Delta_{k,i}(\theta_S = \pi/2, \phi_S = \pi/4, \alpha)$ is unique to an anisotropic s-wave superconductor in this model. In a d-wave superconductor the values of $\Delta_{k^+}(\theta_S = \pi/2, \phi_S = \pi/4, \alpha)$ and $\Delta_{-k^-}(\theta_S = \pi/2, \phi_S = \pi/4, \alpha)$ always have opposite signs and thus excitations having these momenta contribute to the zero-energy surface bound state [13] instead of giving rise to such a feature. We note that the two peaks at $\Delta_{k,i}(\theta_S = \pi/2, \phi_S = 0, \alpha)$ and $\Delta_{k,i}(\theta_S = \pi/2, \phi_S = \pi/4, \alpha)$ are more prominent for the superconductor with the gap function Δ_{k_1} than for the superconductor with the gap function Δ_{k_2} . Given only this quantitative distinction between the *ab*-plane tunnelling results for the two forms of the gap considered, it would probably be difficult to determine from real tunnelling data which form is present. The *ab*-plane tunnelling spectrum would enable a determination of the magnitude of the gap function in an arbitrary direction in the plane for either of the two forms of the gap.

3.2. *c*-axis tunnelling

Because in the continuous model the Fermi surface of a tetragonal crystal is invariant under rotation around the *c* axis of the crystal, the *c*-axis tunnelling spectroscopy is independent of

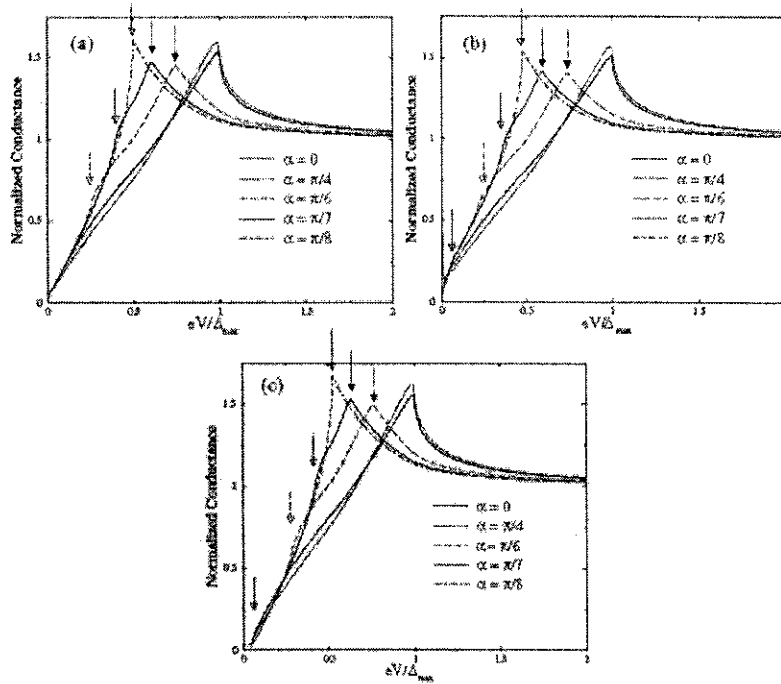


Figure 7. *ab*-plane tunnelling junctions. The plots of the normalized conductance spectra when $Z = 3$ for three interface orientations for three cases of the gap function $\Delta_{k\pm 2} = \Delta_y - \Delta_x \sin^2 \theta_y \cos 4(\phi_y \mp \alpha)$: (a) $\Delta_x = \Delta_y$, (b) $\Delta_x = 0.9\Delta_y$, and (c) $\Delta_x = 1.1\Delta_y$. The hollowed arrows indicate the features at the voltage corresponding to $\Delta_{k,2}(\theta_y = \pi/2, \phi_y = \pi/4, \alpha)$ and the filled arrows mark the features at the voltage corresponding to $\Delta_{k,2}(\theta_y = \pi/2, \phi_y = 0, \alpha)$.

the rotation around the c axis. In the Andreev limit, when $|\Delta_x - \Delta_y| < eV < \Delta_{max}$, the conductance curve of the superconductor with the gap function $\Delta_{k,1}$ is upward and decreasing smoothly (see figure 9(a)). In contrast, the conductance curve of the superconductor with the gap function $\Delta_{k,2}$ is downward when $|\Delta_x - \Delta_y| < eV < \Delta_{k,2}(\theta_y = 0)$ (see figure 10(a)).

In the tunnelling limit, the spectrum of the superconductor with the gap function $\Delta_{k,1}$ contains a peak at the gap maximum and a feature at $|\Delta_x - \Delta_y|$ (see figure 9(b)). The spectrum of the superconductor with the gap function $\Delta_{k,2}$ contains a feature at the gap maximum, and a sharp peak at $\Delta_{k,2}(\theta_y = 0)$ (see figure 10(b)). The occurrence of the sharp peak at different positions in the conductance spectrum makes it possible to distinguish the tunnelling spectrum of the line-node gap from the point-node gap form using c -axis tunnelling data.

4. Conclusions

We have studied the c -axis and ab -plane tunnelling spectroscopy of $s + g$ -wave superconductors. The observation of the predicted features in tunnelling measurements made for various junction orientations would, in principle, provide a way to study the detailed

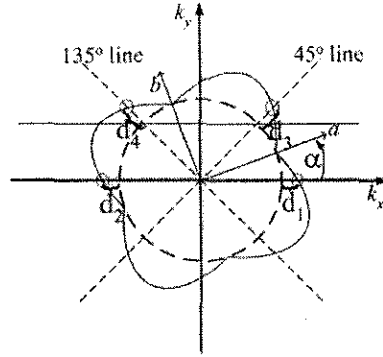


Figure 8. This picture shows a sketch of the gap function in the momentum space, when $\alpha \neq 0, \pi/4$. The dashed circle is the contour of the Fermi surface projected on the $k_x k_y$ plane. The solid curve represents the gap function. The two dashed lines are the $\phi_y = \pi/4$ and $3\pi/4$ lines. The solid horizontal line above $k_y = 0$ is the line of constant k_y at $\phi_S = \pi/4$ on the Fermi surface. This line cuts the Fermi surface at two points on the plane. Note that $d_1 = d_2$ (the magnitudes of the gap of the two excitations when $\phi_S = 0$) and $d_3 = d_4$ (the magnitudes of the gap of the two excitations when $\phi_S = \pi/4$).

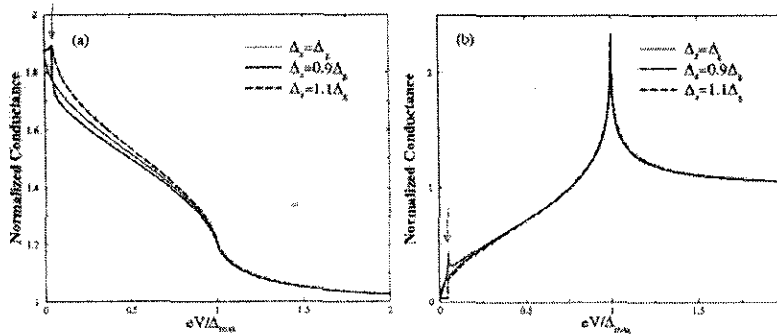


Figure 9. *c*-axis tunnelling junctions. The plots of the normalized conductance spectra for (a) $Z = 0$ and (b) $Z = 3$ in case of the gap $\Delta_{x,y} = \Delta_x - \Delta_y \cos 4(\phi_S \mp \alpha)$. The arrows indicate a feature occurring at $|\Delta_x - \Delta_y|$.

momentum dependence of an *s* + *g*-wave superconducting gap. In borocarbides, the presence of an *s* + *g*-wave gap function having either line or point nodes has been suggested. Directional tunnelling spectroscopy would help to determine whether either form of the superconducting gap is correct.

We can distinguish the *c*-axis tunnelling spectra of a superconductor with line nodes from the spectra of a superconductor with point nodes. In the tunnelling limit, the *c*-axis tunnelling conductance spectrum of a line-node superconductor contains a sharp peak at the gap maximum, whereas in the spectrum of a point-node superconductor a sharp peak occurs at the value of the gap function along the *c* axis.

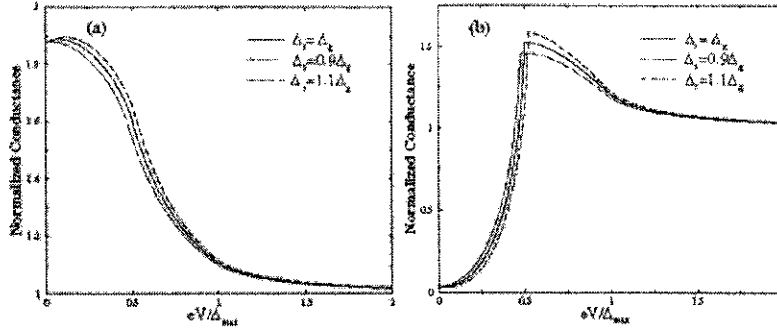


Figure 10. *c*-axis tunnelling junctions. The plots of the normalized conductance spectra for (a) $Z = 0$ and (b) $Z = 3$ in case of the gap $\Delta_{k,z} = \Delta_y - \Delta_x \sin^2 \theta_N \cos 4(\phi_N \mp \alpha)$.

The *ab*-plane tunnelling spectra may be used to map out the magnitude of the gap function in the plane. The conductance spectrum of the *ab*-plane tunnelling junction is strongly dependent on the junction orientation. Two features in the spectrum appear at energies equal to the magnitude of the superconducting gap in two momentum directions: one is the direction parallel to the interface normal and the other is the direction making a $\pi/4$ angle with the interface normal. It is worth noting that these features are more prominent in the spectrum of the superconductor with line nodes than in the spectrum of the superconductor with point nodes, although this subtle distinction may not be observable especially at finite temperatures.

Acknowledgments

We would like to thank M B Walker for valuable discussions and comments. Also, FP would like to thank the Thailand Research Fund (TRF, grant No TRG4580057) for financial support.

References

- [1] Boaknin E *et al* 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 237001
- [2] Iizawa K *et al* 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 137006
- [3] Iizawa K *et al* 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 1327
- [4] Jacobs T *et al* 1995 *Phys. Rev. B* **52** 007022
- [5] Yang In-Sang *et al* 2000 *Phys. Rev. B* **62** 1291
- [6] Nohara M *et al* 1999 *J. Phys. Soc. Japan* **68** 1678
- [7] Nohara M *et al* 2000 *Physica C* **341-348** 2177
- [8] Nohara M *et al* 1997 *J. Phys. Soc. Japan* **66** 1588
- [9] Pairat F and Walker M B 2002 *Phys. Rev. B* **65** 064507
- [10] Maki K *et al* 2002 *Phys. Rev. B* **65** 140502
- [11] Lee H C and Choi Han-Yong 2002 *Phys. Rev. B* **65** 174540
- [12] Blonder G E *et al* 1982 *Phys. Rev. B* **25** 004515
- [13] Hu C-R 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 001526
- [14] Kashiyawa S *et al* 1996 *Phys. Rev. B* **53** 002657

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ-สกุล : ดร. พวงรัตน์ ไพเราะ

ตำแหน่ง : ผู้ช่วยศาสตราจารย์

วัน เดือน ปีเกิด : 14 กุมภาพันธ์ 2516

สถานที่เกิด : จังหวัดกรุงเทพมหานคร

วุฒิการศึกษา:

ปริญญาตรี (วท. บ. ฟิสิกส์) จากคณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อ ปี พ.ศ. 2537

ปริญญาโทและเอก (M. Sc. and Ph. D. Physics) จาก University of Toronto, Canada เมื่อ ปี พ.ศ.
2544

ประสบการณ์:

พ. ศ. 2544 – 2546 อาจารย์สาขาวิชาฟิสิกส์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยี
สุรนารี

พ. ศ. 2546 – ปัจจุบัน ผู้ช่วยศาสตราจารย์สาขาวิชาฟิสิกส์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัย
เทคโนโลยีสุรนารี

ผลงานทางวิชาการ:

เขียนบทความวิชาการตีพิมพ์ในวารสารนานาชาติไม่น้อยกว่า 8 เรื่อง