โครงการหนึ่งอาจารย์หนึ่งผลงาน ประจำปี พ.ศ.2545

ประมวลสาระวิชาฟิสิกส์ 1 (หน่วยที่ 1-3)

โดย

พันเอก ดร.วรศิษย์ อุชัย

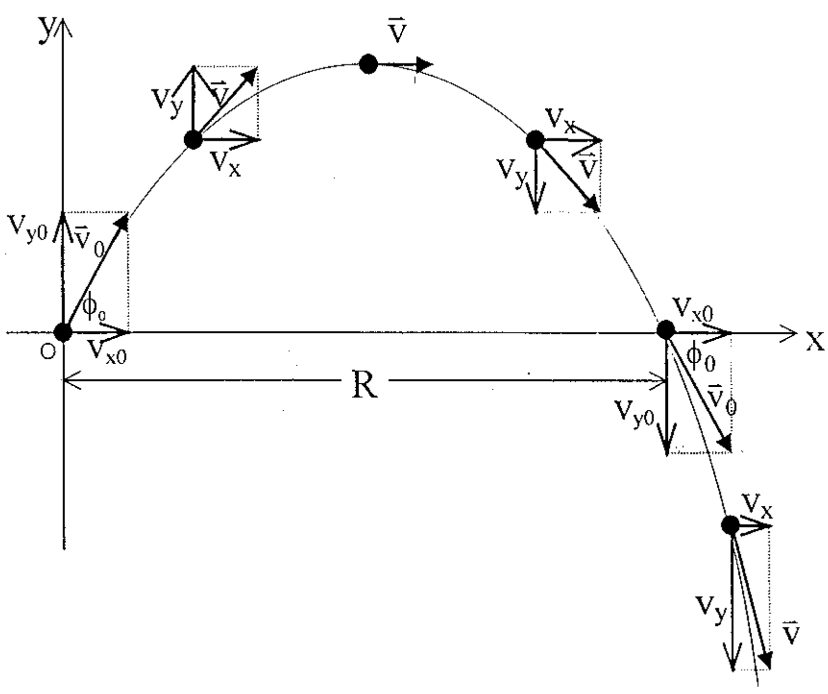
สาขาวิชาฟิสิกส์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

หน่วยที่

1

การเคลื่อนที่



โดย อาจารย์พันเอก ดร.วรศิษย์ อุชัย

ตอนที่ 1.1

บทนำ

เนื่องจากฟิสิกส์เป็นศาสตร์ที่อธิบายปรากฏการณ์ทางธรรมชาติโดยอาศัยสมการทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณทางฟิสิกส์ชนิดต่างๆ ดังนั้นในบทนำนอกจากจะกล่าวถึงความหมายของฟิสิกส์แล้วก็จะกล่าวถึงปริมาณทางฟิสิกส์และหน่วยของปริมาณเหล่านั้น

ในการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณทางฟิสิกส์ชนิดต่างๆ นั้น จะสามารถกระทำได้อย่างมีประสิทธิภาพ เมื่อใช้ความรู้เรื่องเวกเตอร์ ดังนั้นบทนำจึงต้องกล่าวถึงเรื่องของเวกเตอร์และการรวมเวกเตอร์ องค์ประกอบของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก และการคูณเวกเตอร์

1. ฟิสิกส์

คำว่า ฟิสิกส์ เป็นคำที่มาจากภาษากรีก ซึ่งมีความหมายว่า **ธรรมชาติ** (nature) ดังนั้นจึงอาจนิยามวิชา ฟิสิกส์ ว่าเป็นศาสตร์ของธรรมชาติ ซึ่งสามารถอธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นในธรรมชาติได้อย่างถูกต้อง วิทยาศาสตร์สาขาอื่นๆ เช่น เคมี ชีววิทยา ธรณีวิทยา และดาราศาสตร์ล้วนแล้วแต่อาศัยวิชาฟิสิกส์เป็นพื้นฐาน เนื่องจากทฤษฎีต่างๆ ในวิชาฟิสิกส์ซึ่งเป็นคำอธิบายของปรากฏการณ์ทางธรรมชาติ โดยอาศัยสมการทางคณิตศาสตร์นั้นได้มาจากการสังเกต การวัด และการทดลอง ดังนั้นเราจึงถือว่าฟิสิกส์เป็น **ศาสตร์ที่ได้จากการทดลอง** หรือ **Experimental Sciences**

เราอาจแบ่งวิชาฟิสิกส์ออกได้เป็น 5 แขนง ดังต่อไปนี้

1. กลศาสตร์ (Mechanics) : เป็นแขนงที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ
2. อุณหพลศาสตร์ (Thermodynamics) : เป็นแขนงที่เกี่ยวข้องกับความร้อน อุณหภูมิ และพฤติกรรมของอนุภาคจำนวนมากๆ
3. แม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetics) : เป็นแขนงที่เกี่ยวข้องกับประจุไฟฟ้า กระแสไฟฟ้า และแม่เหล็กไฟฟ้า
4. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ (Theory of Relativity) : เป็นแขนงที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่มีความเร็วสูง
5. กลศาสตร์ควอนตัม (Quantum Mechanics) : เป็นแขนงที่เกี่ยวข้องกับพฤติกรรมของอนุภาคขนาดเล็ก

2. ปริมาณทางฟิสิกส์และหน่วย

การอธิบายปรากฏการณ์ทางธรรมชาตินั้น เราอาศัยสมการทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของปริมาณทางฟิสิกส์ต่างๆ ตามกฎเกณฑ์ของธรรมชาติ ดังนั้นจึงต้องกำหนดปริมาณทางฟิสิกส์ที่ต้องการขึ้นมา และเนื่องจากวิชาฟิสิกส์เป็นศาสตร์ที่ได้จากการทดลอง ปริมาณทางฟิสิกส์ที่กำหนดขึ้นมานี้ต้องเป็นมาตรฐานเดียวกันที่ผู้ทำการทดลองสามารถสื่อสารกันได้อย่างถูกต้องหรือเข้าใจตรงกัน มาตรฐานดังกล่าวก็คือ **หน่วย** (unit) ของปริมาณทางฟิสิกส์นั่นเอง

2.1 ปริมาณทางฟิสิกส์

ปริมาณทางฟิสิกส์ (physical quantity) แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

2.1.1 ปริมาณพื้นฐาน (basic quantity) : เป็นปริมาณที่ได้จากการวัดโดยตรง เช่น มวล ความยาว เวลา อุณหภูมิ และประจุไฟฟ้า เป็นต้น

2.1.2 ปริมาณอนุพันธ์ (derived quantity) : เป็นปริมาณที่ได้จากการนำปริมาณพื้นฐานมาผสมผสานกัน เช่น อัตราเร็ว อัตราเร่ง โมเมนตัม และพลังงาน เป็นต้น

2.2 หน่วย

หน่วย (unit) ของปริมาณทางฟิสิกส์ที่นิยมใช้มีหลายระบบ แต่หน่วยในระบบนานาชาติ หรือหน่วย SI ซึ่งย่อมาจากคำภาษาฝรั่งเศสว่า **Le Systeme International d' Unites** เป็นหน่วยที่ยอมรับร่วมกันในระหว่างนานาชาติ ตารางที่ 1.1 แสดงถึงหน่วยของปริมาณพื้นฐาน และตารางที่ 1.2 แสดงถึงหน่วยของปริมาณอนุพันธ์ในระบบ SI

***ตารางที่ 1.1* หน่วยของปริมาณพื้นฐาน 7 ปริมาณ**

ปริมาณ	ชื่อหน่วย	สัญลักษณ์
มวล	กิโลกรัม (kilogram)	kg
ความยาว	เมตร (meter)	m
เวลา	วินาที (second)	s
จำนวนสาร	โมล (mole)	mol
อุณหภูมิเชิงอุณหพลศาสตร์	เคลวิน (kelvin)	K
กระแสไฟฟ้า	แอมแปร์ (ampere)	A
ความเข้มของการส่องสว่าง	แคนเดลา (candela)	Cd

ตารางที่ 1.2 หน่วยของปริมาณอนุพันธ์บางปริมาณ

ปริมาณ	ชื่อหน่วย	สัญลักษณ์	มาจากหน่วยพื้นฐาน
แรง	นิวตัน (newton)	N	kg m/s^2
งาน	จูล (joule)	J	kg m^2/s^2
กำลัง	วัตต์ (watt)	W	kg m^2/s^3 (J/s)
ความดัน	พาสคัล (pascal)	Pa	kg/m s^2 (N/m^2)
ความเหนี่ยวนำ	เฮนรี (henry)	H	kg m^2/A^2 s^3

ในบางกรณีอาจมีความต้องการใช้หน่วยที่มีขนาดใหญ่มากๆ หรือเล็กมากๆ ดังนั้นเพื่อความสะดวกในการใช้ จึงมีการกำหนดคำอุปสรรค (prefixes) นำหน้าหน่วยขึ้น ตารางที่ 1.3 แสดงคำอุปสรรคของหน่วยในระบบ SI พร้อมทั้งความหมายและสัญญลักษณ์ของคำอุปสรรคเหล่านั้น

ตารางที่ 1.3 คำอุปสรรคในระบบ SI

คำอุปสรรค	ความหมาย	สัญลักษณ์
exa-	10^{18}	E
peta-	10^{15}	P
tera-	10^{12}	T
giga-	10^{9}	G
mega-	10^{6}	M
kilo-	10^{3}	K
hecto-	10^{2}	H
deka-	10^{1}	Da
deci-	10^{-1}	D
centi-	10^{-2}	C
milli-	10^{-3}	M
micro-	10^{-6}	μ
nano-	10^{-9}	n
pico-	10^{-12}	p
femto-	10^{-15}	f
atto-	10^{-18}	a

3. เวกเตอร์และการรวมเวกเตอร์

ปริมาณทางฟิสิกส์ ทั้งที่เป็นปริมาณพื้นฐานและปริมาณอนุพันธ์ อาจแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทคือ

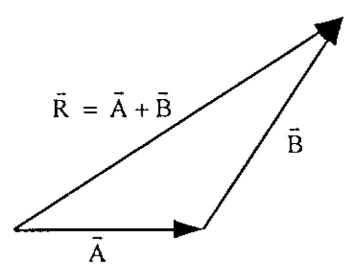
1) ปริมาณสเกลาร์ (scalar quantity) เป็นปริมาณที่บอกขนาดอย่างเดียวก็มีความหมายสมบูรณ์ เช่น มวล ความยาว เวลา งาน และพลังงาน เป็นต้น

2) ปริมาณเวกเตอร์ (vector quantity) เป็นปริมาณที่ต้องบอกทั้งขนาดและทิศทางจึงจะมีความหมายสมบูรณ์ เช่น แรง การกระจัด ความเร็ว ความเร่ง และโมเมนตัม เป็นต้น

3.1 การรวมเวกเตอร์

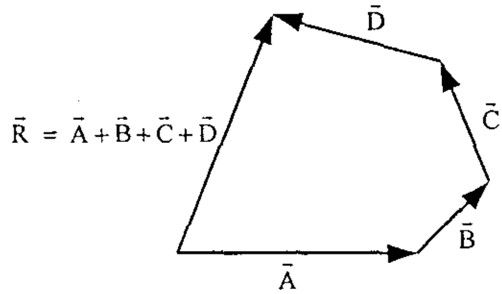
การรวมเวกเตอร์ หมายถึง การนำเวกเตอร์ตั้งแต่ 2 เวกเตอร์ขึ้นไปมารวมกัน ซึ่งอาจเป็นการบวกหรือลบเวกเตอร์ก็ได้ โดยมีเงื่อนไขว่าเวกเตอร์ที่จะสามารถรวมกันได้จะต้องมีหน่วยเดียวกัน เช่น การรวมเวกเตอร์ของการกระจัด หรือการรวมเวกเตอร์ของความเร็ว เป็นต้น เราสามารถรวมเวกเตอร์โดยอาศัยวิธีเรขาคณิต ซึ่งมีวิธีการดังจะกล่าวต่อไปนี้

3.1.1 การบวกเวกเตอร์ ถ้าเราต้องการบวกเวกเตอร์ $\bar{B}$ เข้ากับเวกเตอร์ $\bar{A}$ ให้เขียนเวกเตอร์ $\bar{A}$ โดยให้มีขนาดและทิศทางตรงตามขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ $\bar{A}$ ก่อน แล้วเขียนเวกเตอร์ $\bar{B}$ ให้มีขนาดและทิศทางตรงตามขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ $\bar{B}$ ลงไป โดยให้ส่วนท้ายของเวกเตอร์ $\bar{B}$ อยู่ตรงส่วนหัวของเวกเตอร์ $\bar{A}$ ดังรูปที่ 1.1 เวกเตอร์ลัพธ์ $\bar{R}$ ซึ่งมีค่า $\bar{R} = \bar{A} + \bar{B}$ จะเป็นเวกเตอร์ที่ลากจากท้ายของเวกเตอร์ $\bar{A}$ ไปยังหัวของเวกเตอร์ $\bar{B}$



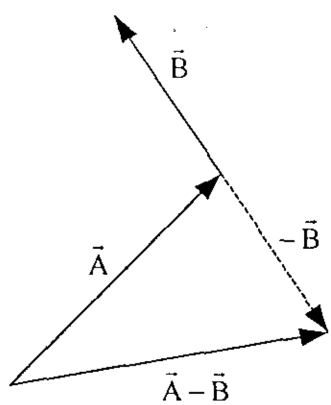
รูปที่ 1.1 **การบวกเวกเตอร์ $\bar{A}$ กับ $\bar{B}$ ซึ่งได้เวกเตอร์ลัพธ์ $\bar{R}$ ซึ่งเป็นเวกเตอร์ที่ลากจากส่วนท้ายของเวกเตอร์ $\bar{A}$ ไปยังส่วนหัวของเวกเตอร์ $\bar{B}$**

ในกรณีของการบวกเวกเตอร์มากกว่า 2 เวกเตอร์ เราสามารถทำได้ในลักษณะเดียวกัน โดยการนำเวกเตอร์ทั้งหมดมาวาดต่อๆ กันไป และเวกเตอร์ที่ลากจากท้ายของเวกเตอร์แรกไปยังหัวของเวกเตอร์สุดท้ายจะเป็นเวกเตอร์ลัพธ์ดังแสดงในรูปที่ 1.2



_รูปที่ 1.2_ การบวกเวกเตอร์ $\vec{A}$ กับ $\vec{B}$, $\vec{C}$ และ $\vec{D}$ ซึ่งได้เวกเตอร์ลัพธ์ $\vec{R}$ ซึ่งเป็น เวกเตอร์ที่ลากจากส่วนท้ายของเวกเตอร์ $\vec{A}$ ไปยังส่วนหัวของเวกเตอร์ $\vec{D}$

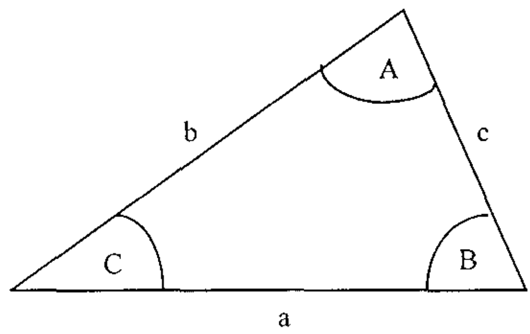
3.1.2 การลบเวกเตอร์ การลบเวกเตอร์สามารถกระทำได้ในลักษณะเดียวกันกับการบวกเวกเตอร์ เพียงแต่ให้กลับทิศของเวกเตอร์ที่จะนำมาลบไปในทิศตรงกันข้ามก่อนดำเนินการวาดส่วนท้ายของเวกเตอร์นั้นลงตรงหัวของเวกเตอร์แรก เวกเตอร์ลัพธ์ก็คือเวกเตอร์ที่ลากจากส่วนท้ายของเวกเตอร์แรกไปยังส่วนหัวของเวกเตอร์สุดท้าย รูปที่ 1.3 แสดงการลบเวกเตอร์ $\vec{A}$ ด้วยเวกเตอร์ $\vec{B}$ ซึ่งจะได้เวกเตอร์ลัพธ์ $\vec{R}$ มีค่า $\vec{R} = \vec{A} - \vec{B}$



_รูปที่ 1.3_ การลบเวกเตอร์ $\vec{A}$ ด้วย $\vec{B}$ โดยเวกเตอร์ $-\vec{B}$ มีขนาดเท่ากับเวกเตอร์ $\vec{B}$ แต่ทิศทางตรงกันข้าม

3.2 ความสัมพันธ์ระหว่างด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยม

ในการรวมเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์เข้าด้วยกัน เวกเตอร์เหล่านั้นและเวกเตอร์ลัพธ์จะทำให้เกิดสามเหลี่ยมขึ้น ซึ่งถ้าหากรู้ความยาวและมุมของสามเหลี่ยมบางค่า เราอาจใช้กฎของไซน์ (sine's law) หรือกฎของโคไซน์ (cosine's law) เพื่อหาค่าความยาวและมุมของรูปสามเหลี่ยมที่ยังไม่ทราบค่าได้ ดังนี้



รูปที่ 1.4 **สามเหลี่ยมซึ่งเกิดขึ้นจากการรวมเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์**

พิจารณาสามเหลี่ยมในรูปที่ 1.4 ซึ่งมีด้านยาว a , b และ c และมีมุมเป็น A , B และ C ตามลำดับ เราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างความยาวและมุมของสามเหลี่ยมได้จากกฎของไซน์และกฎของโคไซน์ดังนี้

กฎของไซน์ (sine's law) :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \tag{1.1}$$

กฎของโคไซน์ (cosine's law) :

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\ \cos A \\ b^2 &= c^2 + a^2 - 2ca\ \cos B \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\ \cos C \end{aligned} \tag{1.2}$$

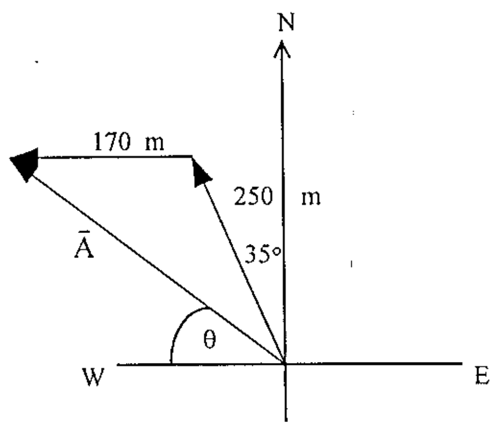
ตัวอย่างที่ 1.1 หญิงคนหนึ่งเดินได้ระยะ 250 เมตร ในทิศ 35° จากเหนือไปทางตะวันตก แล้วเดินต่อได้ระยะ 170 เมตร ไปทางตะวันตก

(a) จงหาการกระจัดผลลัพธ์ $\bar{A}$ โดยวิธีเรขาคณิต

(b) เปรียบเทียบขนาดของการกระจัดผลลัพธ์ และระยะทางที่เดิน

วิธีทำ

(a)



รูปที่ 1.5 **กราฟของการกระจัดของการเดินทางของหญิง**

cosine's law : $$A^2 = (170\text{m})^2 + (250\text{m})^2 - 2(170\text{m})(250\text{m})\cos 125^\circ$$

$$A = 374.4 \text{ m}$$

sine's law : $$\frac{250\text{ m}}{\sin\theta} = \frac{374.4\text{m}}{\sin 125^\circ} = 457.06$$

$$\sin\theta = 0.547$$

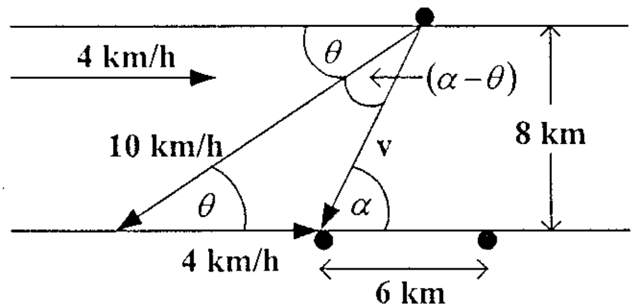
$$\theta = 33.1^\circ$$

(b) ระยะทางเดิน $= 250 \text{ m} + 170 \text{ m} = 420 \text{ m}$

ขนาดการกระจัดผลลัพธ์ $= 374.4 \text{ m}$

ตัวอย่างที่ 1.2 เมือง A และ B ตั้งอยู่ฝั่งตรงข้ามของแม่น้ำกว้าง 8 กิโลเมตร กระแสน้ำมีอัตราเร็ว 4 กิโลเมตร/ชั่วโมง ชายคนหนึ่งอยู่ที่เมือง A จะเดินทางไปเมือง C ซึ่งอยู่ห่างจากเมือง B เป็นระยะทาง 6 กิโลเมตร อยู่ต้นน้ำและฝั่งเดียวกับเมือง B ถ้าเรือเคลื่อนที่ได้อัตราเร็วสูงสุด 10 กิโลเมตร/ชั่วโมง เขาต้องเลือกใช้เส้นทางใด จึงจะเดินทางถึงเมือง C เร็วที่สุด

วิธีทำ



รูปที่ 1.6 กราฟการเดินทางของชายจากเมือง A ถึงเมือง C

sine's law :
$$\frac{10}{\sin(180-\alpha)} = \frac{4}{\sin(\alpha-\theta)}$$

$$\frac{10}{\sin\alpha} = \frac{4}{\sin\alpha\cos\theta - \cos\alpha\sin\theta}$$

$$\frac{10}{\left(8/10\right)} = \frac{4}{\left(8/10\right)\cos\theta - \left(6/10\right)\sin\theta}$$

$$8 = 20\cos\theta - 15\sin\theta \qquad (1)$$

และ
$$\frac{v}{\sin\theta} = \frac{10}{\sin(180-\alpha)} = \frac{100}{8}$$

$$\sin\theta = \frac{8}{100}v \qquad (2)$$

แทน (2) ใน (1)
$$8 = 20\cos\theta - \frac{15\times 8}{100}v$$

$$40 = 100\cos\theta - 6v \qquad (3)$$

cosine's law :
$$v^2 = 10^2 + 4^2 - 80\cos\theta \qquad (4)$$

สมการ (3) × 8/10
$$40\times\frac{8}{10} = 100\times\frac{8}{10}\cos\theta - 6\times\frac{8}{10}v$$

$$32 = 80\cos\theta - \frac{24}{5}v$$

$$80\cos\theta = 32 + \frac{24}{5}v \qquad (5)$$

แทน (5) ใน (4)

$$v^2 = 116-\left(32+\frac{24}{5}v\right)$$

$$= 84 - 4.8v$$

$$\therefore \quad v^2 + 4.8v - 84 = 0$$

$$v = -11.87, 7.07 \ \text{km/h}$$

แทนค่า $v = 7.07$ km/h ใน (3)

$$40 = 100\cos\theta - 6(7.07)$$

$$= 100\cos\theta - 42.42$$

$$\cos\theta = \frac{82.42}{100} = 0.8242$$

$$\theta = 34.49^\circ \text{ หรือ } 34^\circ 29'$$

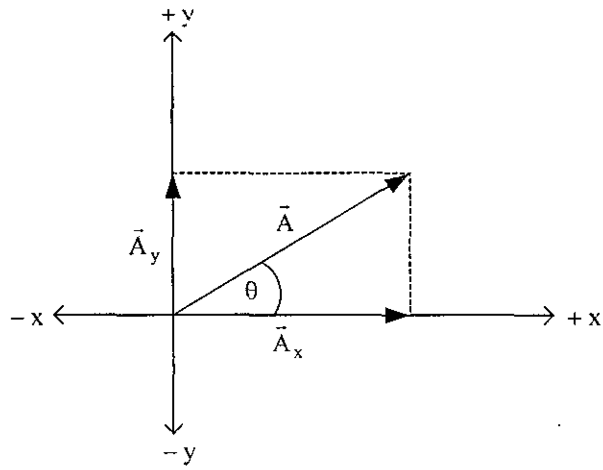
เขาต้องขับเรือในทิศทางทำมุม $34^\circ 29'$ กับแนวขนานฝั่ง

4. องค์ประกอบของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก

4.1 การแยกเวกเตอร์เป็นองค์ประกอบของเวกเตอร์

การรวมเวกเตอร์โดยวิธีเรขาคณิตนั้น ไม่เหมาะกับการรวมเวกเตอร์หลายๆ เวกเตอร์เข้าด้วยกัน เพราะจะได้ผลลัพธ์ที่ไม่แม่นยำ ดังนั้นถ้าต้องรวมเวกเตอร์จำนวนมากๆ เข้าด้วยกัน ควรใช้วิธีแยกเวกเตอร์ออกเป็นองค์ประกอบของเวกเตอร์ (vector components) ก่อนแล้วค่อยรวมกันทางพีชคณิต

พิจารณาเวกเตอร์ $\vec{A}$ ในระบบแกนพิกัดฉาก (rectangular coordinate system) ในสองมิติ (ระนาบ xy) ในรูปที่ 1.7



รูปที่ 1.7 **การแยกเวกเตอร์ $\vec{A}$ เป็นองค์ประกอบของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก**

เราสามารถแยกเวกเตอร์ $\vec{A}$ ออกเป็นองค์ประกอบของเวกเตอร์ในแนวแกน x และ y เป็น $\vec{A}_x$ และ $\vec{A}_y$ ตามลำดับ และสามารถเขียนเวกเตอร์ $\vec{A}$ อยู่ในรูปขององค์ประกอบของเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y \qquad (1.3)$$

โดยขนาดขององค์ประกอบของเวกเตอร์ $\vec{A}_x$ และ $\vec{A}_y$ มีความสัมพันธ์กับขนาดของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และมุม θ ดังนี้

$$\begin{aligned} A_x &= A\cos\theta \\ A_y &= A\sin\theta \end{aligned} \qquad (1.4)$$

จากรูปที่ 1.7 และความสัมพันธ์ของด้านและมุมของสามเหลี่ยมมุมฉากจะได้ขนาดของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และมุม θ ดังนี้

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \\ \tan\theta &= A_y/A_x \end{aligned} \qquad (1.5)$$

4.2 การรวมเวกเตอร์โดยใช้องค์ประกอบของเวกเตอร์

เราสามารถรวมเวกเตอร์ โดยใช้องค์ประกอบของเวกเตอร์ดังกล่าวในหัวข้อ 4.1 ได้โดยง่ายและสะดวก โดยแยกเวกเตอร์ทั้งสองออกเป็นองค์ประกอบของเวกเตอร์ก่อนแล้วค่อยรวมองค์ประกอบของเวกเตอร์เหล่านั้นทางพีชคณิต เช่น การรวมเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ ซึ่งสามารถกระทำได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \vec{A} &= \vec{A}_x + \vec{A}_y \\ \vec{B} &= \vec{B}_x + \vec{B}_y \end{aligned} \qquad (1.6)$$

ดังนั้นเราสามารถเขียนเวกเตอร์ $\vec{A}$ ในรูปขององค์ประกอบของเวกเตอร์และเวกเตอร์หน่วยได้ดังนี้

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k} \qquad (1.10)$$

โดยขนาดของเวกเตอร์ $\vec{A}$ มีค่า

$$A = \left|\vec{A}\right| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \qquad (1.11)$$

การรวมเวกเตอร์โดยอาศัยเวกเตอร์หน่วยจึงสามารถกระทำได้โดยรวมองค์ประกอบของเวกเตอร์ของเวกเตอร์ที่จะรวมกันในแกนเดียวกันเข้าด้วยกัน เช่น การรวมเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ ซึ่งได้ผลลัพธ์เป็นเวกเตอร์ $\vec{R}$ และเราสามารถเขียนเวกเตอร์ผลลัพธ์ $\vec{R}$ ได้ดังนี้

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k} \qquad (1.12)$$

เนื่องจาก $\vec{R} = R_x\hat{i} + R_y\hat{j} + R_z\hat{k}$ จะได้องค์ประกอบของเวกเตอร์ผลลัพธ์มีค่า

$$\begin{aligned} R_x &= A_x + B_x \\ R_y &= A_y + B_y \\ R_z &= A_z + B_z \end{aligned} \qquad (1.13)$$

ตัวอย่างที่ 1.3 $\vec{a} = 4\hat{i} - 3\hat{j}$ และ $\vec{b} = 6\hat{i} + 8\hat{j}$ จงหาขนาดและทิศทางเทียบกับแกน x ของเวกเตอร์ต่อไปนี้

(a) $\vec{a}$

(b) $\vec{b}$

(c) $\vec{a} + \vec{b}$

(d) $\vec{b} - \vec{a}$

(e) $\vec{a} - \vec{b}$

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ $a_x = 4, a_y = -3, b_x = 6, b_y = 8$

(a)

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\tan\alpha = \frac{a_y}{a_x} = \frac{4}{-3} = -1.33$$

$$\alpha = -53.1^\circ \text{ หรือ } 306.9^\circ$$

ถ้า $\vec{R}$ คือผลรวมของ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ จะได้

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (\vec{A}_x + \vec{B}_x) + (\vec{A}_y + \vec{B}_y) \tag{1.7}$$

เนื่องจาก $\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y$ ดังนั้นจะได้

$$\vec{R}_x = \vec{A}_x + \vec{B}_x$$

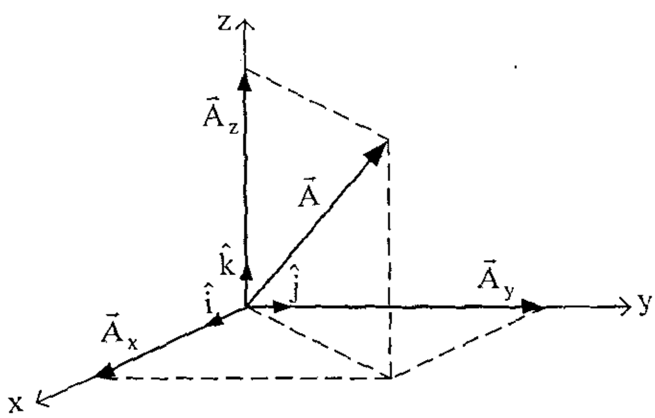
$$\vec{R}_y = \vec{A}_y + \vec{B}_y \tag{1.8}$$

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{A_y + B_y}{A_x + B_x}$$

4.3 การรวมเวกเตอร์โดยใช้เวกเตอร์หน่วย

การรวมเวกเตอร์ นอกจากจะใช้องค์ประกอบของเวกเตอร์ดังกล่าวในหัวข้อ 4.2 แล้ว ยังสามารถใช้เวกเตอร์หน่วยได้สะดวกเช่นเดียวกัน ก่อนที่จะกล่าวถึงการรวมเวกเตอร์โดยวิธีนี้ เราจะกล่าวถึงการแยกเวกเตอร์ใดๆ ให้อยู่ในรูปของององค์ประกอบของเวกเตอร์และเวกเตอร์หน่วย (unit vector) ก่อน

พิจารณาเวกเตอร์ $\vec{A}$ ในระบบพิกัดฉาก (xyz) ซึ่งมี $\hat{i}$, $\hat{j}$ และ $\hat{k}$ เป็นเวกเตอร์หน่วย (unit vector) ซึ่งมีขนาดเท่ากับ 1 และมีทิศชี้ไปในแกน +x , +y และ +z ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 1.8



รูปที่ 1.8 **การแยกเวกเตอร์ $\vec{A}$ เป็นองค์ประกอบของเวกเตอร์ในแนวแกน x , y และ z ที่มีเวกเตอร์หน่วยเป็น $\hat{i}$, $\hat{j}$ และ $\hat{k}$ ตามลำดับ**

องค์ประกอบของเวกเตอร์ $\vec{A}$ ในแนวแกน x , y และ z สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \vec{A}_x &= A_x\hat{i} \\ \vec{A}_y &= A_y\hat{j} \\ \vec{A}_z &= A_z\hat{k} \end{aligned} \tag{1.9}$$

(b)

$$|\vec{b}| = \sqrt{b_x^2 + b_y^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$$\tan\alpha = \frac{b_y}{b_x} = \frac{8}{6} = 1.33$$

$$\alpha = 53.1^\circ$$

(c)

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x)\,\hat{i} + (a_y + b_y)\hat{j}$$

$$= (4+6)\,\hat{i} + (-3+8)\hat{j} = 10\,\hat{i} + 5\,\hat{j}$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} = 11.18$$

$$\tan\alpha = \frac{5}{10} = 0.5$$

$$\alpha = 26.6^\circ$$

(d)

$$\vec{b} - \vec{a} = (b_x - a_x)\hat{i} + (b_y - a_y)\hat{j}$$

$$= (6-4)\,\hat{i} + (8+3)\,\hat{j} = 2\,\hat{i} + 11\,\hat{j}$$

$$|\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{2^2 + 11^2} = \sqrt{125} = 11.18$$

$$\tan\alpha = \frac{11}{2} = 5.5$$

$$\alpha = 79.69^\circ$$

(e)

$$\vec{a} - \vec{b} = (a_x - b_x)\,\hat{i} + (a_y - b_y)\hat{j}$$

$$= (4-6)\,\hat{i} + (-3-8)\hat{j} = -2\,\hat{i} - 11\,\hat{j}$$

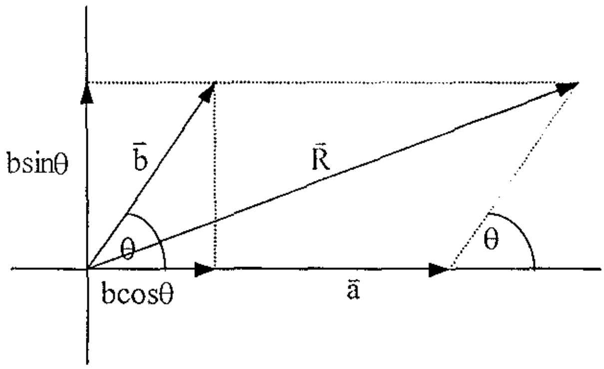
$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{(-2)^2 + (-11)^2} = \sqrt{125} = 11.18$$

$$\tan\alpha = \frac{-11}{-2} = 5.5$$

$$\alpha = 259.69^\circ$$

ตัวอย่างที่ 1.4 เวกเตอร์ $\vec{a}$ และ $\vec{b}$ ทำมุม θ ต่อกัน จงแสดงว่าขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์ $\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$ มีค่าเท่ากับ $\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta}$ โดยใช้วิธีการแยกเป็นองค์ประกอบของเวกเตอร์

วิธีทำ



รูปที่ 1.9 **กราฟการรวมเวกเตอร์ $\vec{a}$ และ $\vec{b}$ ได้ผลลัพธ์เป็นเวกเตอร์ $\vec{R}$**

แยกเวกเตอร์ $\vec{a}$ และ $\vec{b}$ เข้าแกน x และ y จะได้

$$a_x = a \quad ; \quad b_x = b\cos\theta$$

$$a_y = 0 \quad ; \quad b_y = b\sin\theta$$

รวมเวกเตอร์ตามแกน x และ y จะได้

$$R_x = a_x + b_x = a + b\cos\theta$$

$$R_y = a_y + b_y = 0 + b\sin\theta$$

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2 = (a + b\cos\theta)^2 + (b\sin\theta)^2$$

$$= a^2 + 2ba\cos\theta + b^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta$$

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta}$$

5. การคูณเวกเตอร์

การคูณเวกเตอร์มี 2 ชนิด คือ การคูณแบบสเกลาร์ (scalar product or dot product) ซึ่งจะได้ผลลัพธ์เป็นปริมาณสเกลาร์ และการคูณแบบเวกเตอร์ (vector product or cross product) ซึ่งจะได้ผลลัพธ์เป็นปริมาณเวกเตอร์

5.1 การคูณแบบสเกลาร์

เมื่อเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ คูณกันแบบสเกลาร์ จะได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta \tag{1.14}$$

เมื่อ θ คือมุมระหว่าง $\vec{A}$ และ $\vec{B}$

ในการคูณแบบสเกลาร์โดยใช้องค์ประกอบของเวกเตอร์จะได้

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \left[A_x\,\hat{i} + A_y\,\hat{j} + A_z\,\hat{k}\right]\cdot\left[B_x\,\hat{i} + B_y\,\hat{j} + B_z\,\hat{k}\right]$$

$$= A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \tag{1.15}$$

ผลลัพธ์ที่ได้ในสมการ (1.15) นั้น เราได้ใช้ผลลัพธ์ของการคูณแบบสเกลาร์ของเวกเตอร์หน่วย $\hat{i}$ $\hat{j}$ และ $\hat{k}$ ตามสมการข้างล่างนี้

$$\begin{aligned} \hat{i}\cdot\hat{i} &= \hat{j}\cdot\hat{j} = \hat{k}\cdot\hat{k} = 1 \\ \hat{i}\cdot\hat{j} &= \hat{i}\cdot\hat{k} = \hat{j}\cdot\hat{k} = 0 \\ \hat{j}\cdot\hat{i} &= \hat{k}\cdot\hat{i} = \hat{k}\cdot\hat{j} = 0 \end{aligned} \tag{1.16}$$

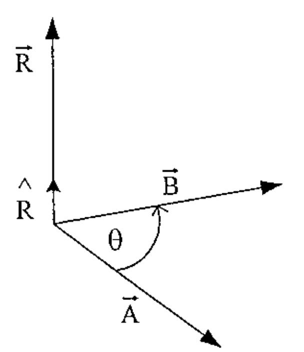
5.2 การคูณแบบเวกเตอร์

เมื่อเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ คูณกันแบบเวกเตอร์ จะได้ผลลัพธ์เป็นเวกเตอร์ $\vec{R}$ ดังนี้

$$\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta\,\hat{R} = \vec{R} \tag{1.17}$$

เมื่อ θ คือมุมระหว่าง $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ และ

$\hat{R} = \dfrac{\vec{R}}{|\vec{R}|}$ คือ เวกเตอร์หน่วยซึ่งมีทิศตั้งฉากกับระนาบของ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ ดังแสดงในรูปที่ 1.10



รูปที่ 1.10 **แสดงทิศทางของเวกเตอร์ผลลัพธ์ $\vec{R}$ ซึ่งตั้งฉากกับระนาบของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$**

ทิศทางของ $\vec{R}$ สามารถหาได้โดยใช้กฎมือขวาโดยตั้งระนาบของมือขวาขนานกับแนวของ $\vec{A}$ แล้วรวบนิ้วทั้งสี่เข้าหาปลายของ $\vec{B}$ นิ้วหัวแม่มือจะชี้ทิศของ $\vec{R}$

ในการคูณแบบเวกเตอร์โดยองค์ประกอบของเวกเตอร์จะได้

$$\vec{A} \times \vec{B} = \left[A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}\right] \times \left[B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}\right]$$

$$= \left[A_yB_z - A_zB_y\right]\hat{i} + \left[A_zB_x - A_xB_z\right]\hat{j} + \left[A_xB_y - A_yB_x\right]\hat{k} \qquad (1.18)$$

ผลลัพธ์ที่ได้ในสมการ (1.18) นั้น เราได้ใช้ผลลัพธ์ของการคูณแบบเวกเตอร์ของเวกเตอร์หน่วย $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$ ตามสมการข้างล่างนี้

$$\begin{array}{lll} \hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0 & & \\ \hat{i} \times \hat{j} = \hat{k} & ; & \hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k} \\ \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} & ; & \hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i} \\ \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j} & ; & \hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j} \end{array} \qquad (1.19)$$

ผลลัพธ์ตามสมการ (1.18) นั้น อาจหาได้โดยใช้วิธีหาดีเตอร์มิแนนท์ (determinant) หรือ

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{bmatrix}$$

$$= \left[A_yB_z - A_zB_y\right]\hat{i} + \left[A_zB_x - A_xB_z\right]\hat{j} + \left[A_xB_y - A_yB_x\right]\hat{k}$$

ตัวอย่างที่ 1.5 เวกเตอร์ $\vec{a} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ และ $\vec{c} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$

จงหา (a) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$

(b) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})$

วิธีทำ

(a) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$

$$= a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z + a_xc_x + a_yc_y + a_zc_z \qquad (1)$$

แทนค่าในสมการ (1) ด้วย

$$\begin{array}{lll} a_x = 3 & b_x = -1 & c_x = 2 \\ a_y = 3 & b_y = -4 & c_y = 2 \\ a_z = -2 & b_z = 2 & c_z = 1 \end{array}$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = (-3 - 12 - 4) + (6 + 6 - 2) = -9$$

(b) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

$$= (a_y b_z - a_z b_y)\hat{i} + (a_y c_z - a_z c_y)\hat{i}$$

$$+ (a_z b_x - a_x b_z)\hat{j} + (a_z c_x - a_x c_z)\hat{j}$$
$$+ (a_x b_y - a_y b_x)\hat{k} + (a_x c_y - a_y c_x)\hat{k}$$

$$= (6-8)\hat{i} + (3+4)\hat{i} + (2-6)\hat{j} + (-4-3)\hat{j} + (-12+3)\hat{k} + (6-6)\hat{k}$$

$$= 5\hat{i} - 11\hat{j} - 9\hat{k}$$

สรุป

1. ฟิสิกส์

ฟิสิกส์ เป็นศาสตร์ของธรรมชาติซึ่งสามารถอธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ ในธรรมชาติได้อย่างถูกต้อง และเป็นศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานของวิทยาศาสตร์สาขาอื่นๆ เช่น เคมี ชีววิทยา และธรณีวิทยา เป็นต้น

2. ปริมาณทางฟิสิกส์ และหน่วย

ปริมาณทางฟิสิกส์แบ่งเป็น 2 ประเภทคือ ปริมาณพื้นฐาน และปริมาณอนุพันธ์ โดยปริมาณพื้นฐานเป็นปริมาณที่ได้โดยตรงจากการวัด แต่ปริมาณอนุพันธ์เป็นปริมาณที่ได้จากการผสมผสานของปริมาณพื้นฐาน

หน่วยเป็นสิ่งที่บอกถึงมาตรฐานของปริมาณทางฟิสิกส์ เพื่อให้ผู้ทำการทดลองสื่อสารกันได้อย่างถูกต้องหรือเข้าใจตรงกัน โดยหน่วยที่นิยมใช้คือหน่วยในระบบนานาชาติ (SI unit)

3. เวกเตอร์ และการรวมเวกเตอร์

ปริมาณทางฟิสิกส์ทั้งที่เป็นปริมาณพื้นฐาน และปริมาณอนุพันธ์ อาจแบ่งเป็นปริมาณเวกเตอร์ และปริมาณสเกลาร์ โดยปริมาณเวกเตอร์นั้นต้องบอกทั้งขนาดและทิศทางจึงจะสมบูรณ์ แต่ปริมาณสเกลาร์สามารถบอกเพียงขนาดก็สมบูรณ์ได้

การรวมเวกเตอร์นั้นอาจกระทำได้โดยวิธีเรขาคณิต โดยการวาดเวกเตอร์แรกให้มีขนาดและทิศทางตรงตามเวกเตอร์แรกลงก่อน แล้วค่อยนำเวกเตอร์ที่สองมาวาดต่อโดยให้ส่วนท้ายของเวกเตอร์ที่สองอยู่บนส่วนหัวของเวกเตอร์แรก และให้มีขนาดและทิศทางตรงตามเวกเตอร์ที่สอง เวกเตอร์ผลลัพธ์ก็คือเวกเตอร์ที่ลากจากส่วนท้ายของเวกเตอร์แรกไปยังส่วนหัวของเวกเตอร์ที่สอง

ในกรณีที่รวมเวกเตอร์มากกว่าสองเวกเตอร์ก็สามารถกระทำได้ในลักษณะเดียวกัน เนื่องจากการรวมเวกเตอร์โดยวิธีเรขาคณิต จะทำให้เกิดรูปสามเหลี่ยมขึ้น ดังนั้นกฎของไซน์ (สมการ 1.1) และกฎของโคไซน์ (สมการ 1.2) อาจเป็นประโยชน์ต่อการหาเวกเตอร์ผลลัพธ์

4. องค์ประกอบของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก

เวกเตอร์ใดๆ สามารถแยกออกเป็นองค์ประกอบของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากได้ ดังแสดงในสมการ (1.3) (1.4) และ (1.5) และการรวมเวกเตอร์โดยใช้องค์ประกอบของเวกเตอร์นั้นกระทำได้โดยแยกเวกเตอร์ที่จะรวมกันออกเป็นองค์ประกอบของเวกเตอร์เสียก่อน แล้วค่อยรวมองค์ประกอบของเวกเตอร์เหล่านั้นเข้าด้วยกัน ดังแสดงในสมการ (1.6) (1.7) และ (1.8)

ทำนองเดียวกัน การรวมเวกเตอร์โดยใช้เวกเตอร์หน่วยก็กระทำได้โดยเขียนเวกเตอร์ที่จะรวมกันอยู่ในรูปขององค์ประกอบของเวกเตอร์ และเวกเตอร์หน่วย แล้วทำการรวมองค์ประกอบของเวกเตอร์ในแกนเดียวกันเข้าด้วยกัน ก่อนที่จะนำผลลัพธ์เหล่านั้นมาหาเวกเตอร์ผลลัพธ์ ดังแสดงในสมการ (1.9) (1.10) (1.11) และ (1.12)

5. การคูณเวกเตอร์

การคูณเวกเตอร์แบบสเกลาร์ระหว่างเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ จะได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta \text{ เมื่อ } \theta \text{ คือมุมระหว่าง } \vec{A} \text{ และ } \vec{B}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

การคูณเวกเตอร์แบบเวกเตอร์ระหว่างเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ จะได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta\,\hat{R} \text{ เมื่อ } \theta \text{ คือมุมระหว่าง } \vec{A} \text{ และ } \vec{B}$$

ทิศทางของเวกเตอร์ลัพธ์จะตั้งฉากกับระนาบของ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$

การคูณเวกเตอร์แบบเวกเตอร์นั้นอาจใช้วิธีหา ดีเตอร์มิแนนท์ ซึ่งจะได้ผลลัพธ์เช่นเดียวกับสมการ (1.18)

ตอนที่ 1.2

การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง

เพื่อความง่ายในการศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุ เราจะเริ่มต้นด้วยการศึกษาการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงก่อนโดยเริ่มต้นที่ความหมายของจลนศาสตร์ ต่อจากนั้นจึงค่อยอธิบายถึงนิยามของปริมาณการเคลื่อนที่ชนิดต่างๆ เช่น การกระจัด ความเร็วและความเร่ง ในตอนสุดท้ายจะอธิบายถึงลักษณะของการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว และวัตถุตกอย่างอิสระ

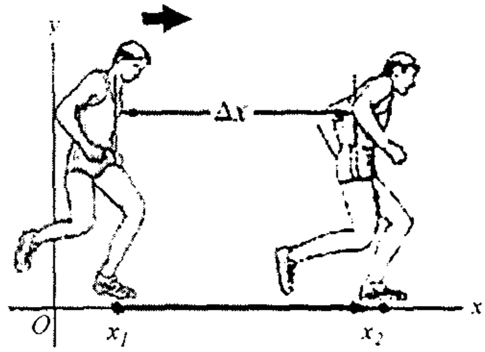
1. จลนศาสตร์

ปรากฏการณ์อย่างหนึ่งที่เราพบเห็นบ่อยๆ ในชีวิตประจำวันก็คือ การเคลื่อนที่ของวัตถุต่างๆ เช่น การเคลื่อนที่ของรถยนต์ และการเคลื่อนที่ของเครื่องบิน เป็นต้น ดังได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อ 1 ของตอนที่ 1.1 ว่า **กลศาสตร์** (Mechanics) ซึ่งเป็นแขนงหนึ่งของวิชาฟิสิกส์ เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของวัตถุและกลศาสตร์ที่อธิบายถึงลักษณะของการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยไม่กล่าวถึงสาเหตุของการเคลื่อนที่ก็คือ **จลนศาสตร์** (Kinematics)

วิชาจลนศาสตร์จะกล่าวถึงความหมายหรือนิยามของปริมาณการเคลื่อนที่ชนิดต่างๆ เช่น การกระจัด ความเร็วและความเร่ง เป็นต้น นอกจากนั้นจลนศาสตร์ยังจะอธิบายถึงลักษณะการเคลื่อนที่ของการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว และการเคลื่อนที่ของวัตถุตกอย่างอิสระ

2. การกระจัด

ในการอธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุนั้น เราจำเป็นต้องรู้ตำแหน่งของวัตถุ ณ เวลาใดๆ เทียบกับตำแหน่งอ้างอิงอันหนึ่ง เช่น ตำแหน่งของนักวิ่งคนหนึ่งในแนวแกน x จากตำแหน่งเริ่มต้น x_1 ไปยังตำแหน่งสุดท้าย x_2 ดังแสดงในรูปที่ 1.11



รูปที่ 1.11 **นักวิ่งกำลังเคลื่อนที่ในแนวแกน x ด้วยการกระจัด $\Delta\bar{x} = \bar{x}_2 - \bar{x}_1$**

การกระจัด Δx ก็คือผลต่างของตำแหน่งระหว่างตำแหน่งสุดท้ายและตำแหน่งเริ่มต้นซึ่งอาจเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\Delta x = x_2 - x_1 \tag{1.20}$$

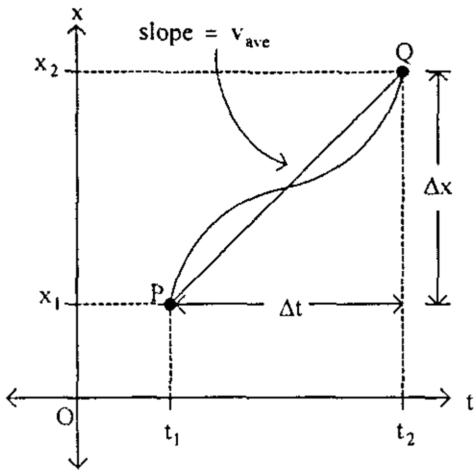
โดยปกติการกระจัดเป็นปริมาณเวกเตอร์ซึ่งควรเขียนสัญลักษณ์เป็น "$\Delta\bar{x}$" แต่เนื่องจากเป็นกรณีหนึ่งมิติเราจึงเขียนเป็น "Δx" แทน และทิศทางของมันสามารถบอกได้โดยเครื่องหมายที่ได้จากสมการ (1.20)

3. ความเร็ว

ในชีวิตประจำวันเรามักจะใช้คำว่า ความเร็ว (velocity) และอัตราเร็ว (speed) อย่างสับสนปนเปกันไป ซึ่งดูเหมือนว่าเป็นสิ่งเดียวกัน แต่ในทางฟิสิกส์คำสองคำนี้มีความหมายที่แตกต่างกันไม่สามารถใช้ทดแทนกันได้ ดังนั้นจึงควรทำความเข้าใจว่ามีความแตกต่างกันอย่างไร ในที่นี้จะขอกล่าวเพียงว่า ความเร็วเป็นปริมาณเวกเตอร์ แต่อัตราเร็วเป็นปริมาณสเกลาร์

3.1 ความเร็วเฉลี่ย

พิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุอันหนึ่งในแนวแกน x โดยเริ่มต้นจากจุด P ณ เวลา t_1 ไปถึงจุด Q ณ เวลา t_2 โดยมีตำแหน่งของวัตถุ ณ เวลา t_1 และ t_2 เป็น x_1 และ x_2 ตามลำดับดังแสดงในรูปที่ 1.12



รูปที่ 1.12 **แสดงตำแหน่งและเวลาของการเคลื่อนที่ของวัตถุในแนวแกน x ความเร็วเฉลี่ย v_{ave} ในช่วงเวลา $\Delta t = t_2 - t_1$ คือความชันของเส้นตรง PQ**

ความเร็วเฉลี่ย (average velocity , v_{ave}) ของวัตถุในหนึ่งมิติก็คือ อัตราส่วนของการกระจัดต่อช่วงเวลาของการเคลื่อนที่หรือ

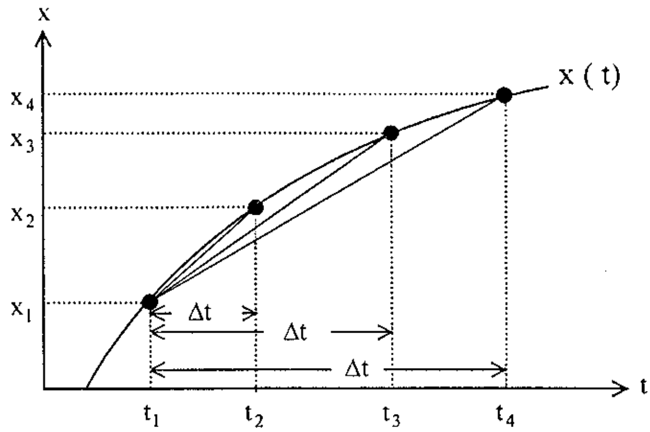
$$v_{ave} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \tag{1.21}$$

$$= \text{ความชันของเส้นตรง PQ}$$

ทำนองเดียวกันกับการกระจัด ความเร็วเฉลี่ยเป็นปริมาณเวกเตอร์ ซึ่งจะมีทิศตามเครื่องหมายที่ได้จากสมการ (1.21) จากรูปที่ 1.12 จะเห็นว่าความเร็วเฉลี่ยมีค่าเท่ากับความชัน (slope) ของเส้นตรง PQ ความเร็วเฉลี่ยนี้จะเป็นปริมาณที่บอกค่าเฉลี่ยของความเร็วตลอดการเคลื่อนที่ ซึ่งไม่สามารถบอกความเร็วขณะใดขณะหนึ่งได้ และถ้าการเคลื่อนที่นั้นเป็นการเคลื่อนที่ครบรอบ (เช่น วิ่งรอบสนาม) จะได้ความเร็วเฉลี่ยเป็นศูนย์เพราะมีการกระจัดเท่ากับศูนย์

3.2 ความเร็วบัดดล

พิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุอันหนึ่งในแนวแกน x จากตำแหน่ง x_1 ในช่วงเวลาสั้นๆ ดังแสดงในรูปที่ 1.13



รูปที่ 1.13 **กราฟการเคลื่อนที่ของวัตถุในแนวแกน x เมื่อพิจารณาในช่วงเวลาสั้นๆ**

ความเร็วบัดดล (instantaneous velocity , v) เป็นความเร็วขณะใดขณะหนึ่งของการเคลื่อนที่ของวัตถุ ซึ่งก็คือค่าความเร็วเมื่อพิจารณาในช่วงเวลาสั้นๆ ($\Delta t \rightarrow 0$) หรือ

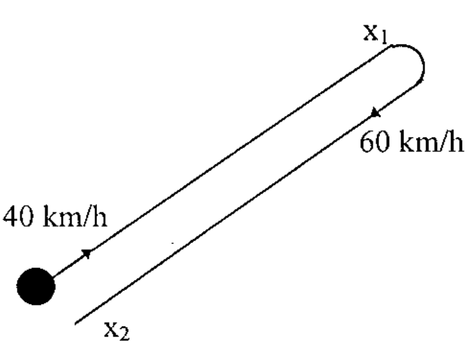
$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \qquad (1.22)$$

= ความชันของเส้นสัมผัสทางเดินของการเคลื่อนที่

จะเห็นจากสมการ (1.22) ว่าความเร็วบัดดลมีค่าเท่ากับความชันของเส้นสัมผัสทางเดินของการเคลื่อนที่ของวัตถุ

ตัวอย่างที่ 1.6 รถยนต์เคลื่อนที่ขึ้นเขาด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และย้อนลงเขาด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงคำนวณความเร็วเฉลี่ย ตลอดการเคลื่อนที่

วิธีทำ



รูปที่ 1.14 **การเคลื่อนที่ของรถยนต์ขึ้นเขาและย้อนกลับจุดเดิม**

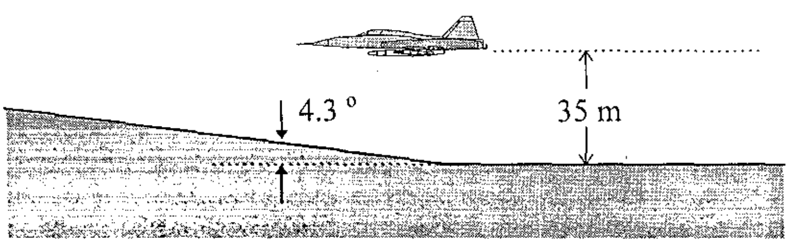
ในการเคลื่อนที่ขึ้นเขาแล้วกลับลงสู่จุดเดิมนั้นจะได้การกระจัดเป็นศูนย์ หรือ

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 0$$

$$\therefore v_{ave} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0 \text{ km/h}$$

ตัวอย่างที่ 1.7 เครื่องบินรบความเร็วสูง ฝึกบินการหลบเลี่ยงการตรวจจับเรดาร์ในแนวระดับความสูง 35 เมตร เหนือพื้นดิน ขณะบินเครื่องบินผ่านบริเวณผิวดินที่มีความชัน 4.3° สูงกว่าพื้นราบ เป็นการเปลี่ยนระดับผิวพื้นที่ยากต่อการสังเกต นักบินมีเวลาเท่าใดในการแก้ไขเพื่อไม่ให้ชนพื้น อัตราเร็วเครื่องบิน 1300 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

วิธีทำ



***รูปที่ 1.15* การบินเปลี่ยนระดับของเครื่องบินรบความเร็วสูง**

ถ้าให้ Δx เป็นระยะในแนวราบที่เครื่องบินเคลื่อนที่ก่อนชนผิวดิน จะได้

$$\tan 4.3° = \frac{35}{\Delta x}$$

$$\therefore \Delta x = \frac{35}{\tan 4.3°} = \frac{35}{0.075} = 465.48 \text{ m}$$

เวลาก่อนชนพื้น $$= \frac{\Delta x}{v_{ave}} = \frac{465.48 \text{ m}}{1300 \times 10^3 \frac{\text{m}}{(3600 \text{ s})}} = 1.29 \text{ s}$$

ตัวอย่างที่ 1.8 ตำแหน่งของอนุภาคเคลื่อนที่ตามแกน x ในหน่วยเซนติเมตร มีความสัมพันธ์ตามสมการ $x = 9.75 + 1.50\,t^3$ โดย t เป็นวินาที ในช่วงเวลา t = 2 ถึง t = 3 จงคำนวณ

(a) ความเร็วเฉลี่ย

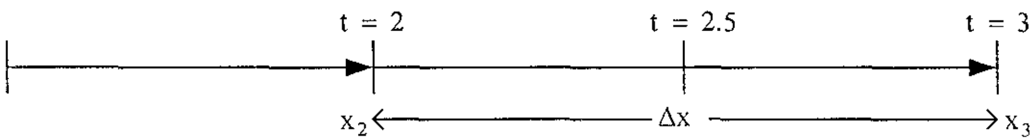
(b) ความเร็วบัดดล t = 2 วินาที

(c) ความเร็วบัดดล t = 3 วินาที

(d) ความเร็วบัดดล t = 2.5 วินาที

(e) ความเร็วบัดดล เมื่ออนุภาคเคลื่อนที่ตรงจุดกึ่งกลางของทางเดิน ระหว่างเวลา t = 2 วินาที และ t = 3 วินาที

พิจารณาการเคลื่อนที่ของอนุภาคในแนวแกน x จากรูปที่ 1.16



รูปที่ 1.16 แสดงตำแหน่งของการเคลื่อนที่ของอนุภาคในแนวแกน x

วิธีทำ

(a) ความเร็วเฉลี่ย :
$$v_{ave} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_3 - x_2}{t_3 - t_2}$$

$$t = 2\,s \quad ; \quad x_2 = 9.75 + 1.5(2)^3 = 21.75\ \text{cm}$$

$$t = 3\,s \quad ; \quad x_3 = 9.75 + 1.5(3)^3 = 50.25\ \text{cm}$$

$$v = \frac{x_3 - x_2}{t_3 - t_2} = \frac{50.25 - 21.75}{1} = 28.5\ \text{cm/s}$$

(b) ความเร็วบัดดล :
$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(9.75 + 1.5t^3\right)$$

$$= 0 + 1.5 \times 3t^2$$

$$= 4.5t^2$$

เมื่อ $t = 2\ s$; $v = 4.5 \times (2)^2 = 18.0\ \text{cm/s}$

(c) เมื่อ $t = 3\ s$; $v = 4.5 \times (3)^2 = 40.5\ cm/s$

(d) เมื่อ $t = 2.5\ s$; $v = 4.5 \times (2.5)^2 = 28.1\ cm/s$

(e) เมื่ออนุภาคอยู่ตรงกึ่งกลางทางเดินระหว่าง $t = 2\ s$ และ $t = 3\ s$ นั้น จะมีการกระจัด

$$x = x_2 + \frac{x_3 - x_2}{2} = 21.75 + \frac{50.25}{2} = 36.00\ cm$$

$$\therefore\ 9.75 + 1.50t^3 = 36.00$$

$$t^3 = \frac{36.00 - 9.75}{1.5}$$

$$= \frac{26.25}{1.5} = 17.5$$

$$\therefore\ t = 2.6\ s$$

$$v = 4.5 \times (2.6)^2$$

$$= 30.4\ cm/s$$

4. ความเร่ง

ในการเคลื่อนที่ของวัตถุอาจมีความเร็วที่เปลี่ยนแปลงเมื่อเทียบกับเวลา อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วนี้เรียกว่า "ความเร่ง" (acceleration)

4.1 ความเร่งเฉลี่ย

ความเร่งเฉลี่ย (average acceleration , a_{ave}) จะเป็นปริมาณที่บอกถึงการเปลี่ยนแปลงความเร็วของวัตถุตลอดช่วงเวลาของการเคลื่อนที่โดยไม่สามารถบอกถึงรายละเอียดของการเปลี่ยนแปลงความเร็วในขณะใดขณะหนึ่งได้ สมการของความเร่งเฉลี่ยอาจเขียนได้เป็น

$$a_{ave} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \qquad (1.23)$$

4.2 ความเร่งบัดดล

ในกรณีที่การเคลื่อนที่ของวัตถุมีความเร็วเปลี่ยนแปลงในแต่ละช่วงเวลามีค่าไม่เท่ากัน เราต้องใช้ "ความเร่งบัดดล" (instantaneous acceleration , a) เพื่อบวกค่าความเร่งของวัตถุในขณะใดขณะหนึ่ง สมการของความเร่งบัดดลคือ

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \qquad (1.24)$$

ความเร่งบัดดลอาจมีค่าเป็นบวกหรือลบก็ได้ขึ้นอยู่กับการเปลี่ยนแปลงของความเร็ว (Δv) ว่าเพิ่มขึ้นหรือลดลง ถ้าหาก a มีค่าเป็นบวก เราเรียกว่าเป็น "ความเร่ง" แต่ถ้า a มีค่าเป็นลบเรามักเรียกว่า "ความหน่วง" (deceleration)

ตัวอย่างที่ 1.9 อนุภาคเคลื่อนที่โดยมีความเร็วเป็นฟังก์ชันเทียบกับเวลาตามสมการ

$$v(t) = 10 + 2t^2 \qquad \text{เซนติเมตร/วินาที}$$

จงหา

(a) ความเร่งเฉลี่ย ในช่วง $t_1 = 2$ วินาที และ $t_2 = 5$ วินาที

(b) ความเร่งบัดดล ณ เวลา $t = 2$ วินาที

วิธีทำ

(a)

$$v(t_1) = 10+2(2)^2 = 18 \text{ cm/s}$$

$$v(t_2) = 10+2(5)^2 = 60 \text{ cm/s}$$

$$\Delta v = v(t_2) - v(t_1) = 60 - 18 = 42 \text{ cm/s}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 5 - 2 = 3$$

$$a_{ave} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{42}{3} = 14 \text{ cm/s}$$

(b)

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(10 + 2t^2)$$

$$= 4t$$

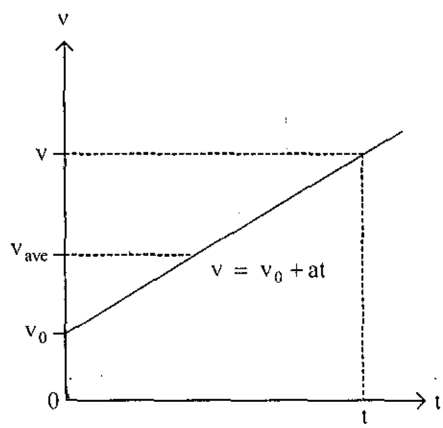
เมื่อ $t = 2 \text{ s}, \ a = 4 \times 2 = 8 \text{ cm/s}^2$

5. การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว

การเคลื่อนที่ของวัตถุหลายๆ กรณีที่ถือได้ว่าเป็นการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว เช่น การตกอย่างอิสระของวัตถุในแนวดิ่ง และการห้ามล้อรถยนต์ เป็นต้น

ในบางกรณีถึงแม้ว่าการเคลื่อนที่นั้นมีความเร่งไม่คงตัว เราอาจหาคำตอบโดยประมาณได้โดยถือว่าการเคลื่อนที่นั้นมีความเร่งคงตัวโดยมีค่าความเร่งเท่ากับความเร่งเฉลี่ยตลอดช่วงของการเคลื่อนที่นั้น ในกรณีที่วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัวถือได้ว่าความเร่งเฉลี่ยมีค่าเท่ากับความเร่งบัดดลหรือ

$$a_{ave} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a \qquad (1.25)$$



รูปที่ 1.17 **แสดงถึงความสัมพันธ์ของปริมาณการเคลื่อนที่ของการเคลื่อนที่ของวัตถุด้วยความเร่งคงตัว**

ในรูปที่ 1.17 วัตถุเริ่มต้นเคลื่อนที่เมื่อเวลา $t = 0$ ด้วยความเร็วต้น v_0 และเมื่อเวลาผ่านไป t วัตถุมีความเร็วเป็น v ดังนั้นจากสมการ (1.23) จะได้ขนาดของความเร่ง

$$a = a_{ave} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v - v_0}{t - 0}$$

$$\therefore v = v_0 + at \qquad (1.26)$$

การหาค่าการกระจัด x ของการเคลื่อนที่สามารถกระทำได้โดยการอินทิเกรตสมการ (1.26) ซึ่งจะได้

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 + at$$

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t v_0\,dt + \int_0^t at\,dt$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad (1.27)$$

ในสมการ (1.27) เรากำหนดให้วัตถุมีการกระจัดเป็น x_0 เมื่อเริ่มต้นเคลื่อนที่ ในกรณีทั่วๆ ไปมักกำหนดให้ $x_0 = 0$ เมื่อเริ่มต้น ดังนั้นสมการ (1.27) จะกลายเป็น

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \tag{1.28}$$

เมื่อแทนค่า $t = \frac{v - v_0}{a}$ ที่ได้จากสมการ (1.26) ในสมการ (1.28) จะได้

$$x = v_0\left(\frac{v - v_0}{a}\right) + \frac{1}{2}a\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2$$

$$\therefore\ v^2 = v_0^2 + 2ax \tag{1.29}$$

ตัวอย่างที่ 1.10 เครื่องบินไอพ่นมีความเร็วเท่ากับ 360 กิโลเมตร/ชั่วโมง บนทางวิ่งเพื่อจะบินขึ้นได้ สมมติให้ความเร่งของเครื่องบินคงตัว และทางวิ่งยาว 1.8 กิโลเมตร จะต้องใช้ความเร่งเท่าใด จากเครื่องอยู่นิ่ง

วิธีทำ

$$v_0 = 0\ ;\ x = 1.8\ \text{km}\ ;\ v = 360\ \text{km/h}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ax$$

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} = \frac{(360)^2 - 0}{2 \times 1.8} = 36{,}000\ \text{km/h}^2$$

หรือ

$$a = \frac{36{,}000 \times 10^3}{(3{,}600)^2} = \frac{36 \times 10^6}{36 \times 36 \times 10^4} = 2.8\ \text{m/s}^2$$

ในกรณีที่ความเร่งมีค่าไม่คงตัวหรือเป็นฟังก์ชันของเวลา เราอาจหาค่าความเร็วและการกระจัดได้ด้วยการอินทิเกรต ดังแสดงในตัวอย่างที่ 1.11

ตัวอย่างที่ 1.11 รถยนต์มีความเร่งตามสมการ $a(t) = 2.0 - 0.1\,t\ \text{m/s}^2$ ที่จุดเริ่มต้น $v_0 = 10$ m/s

(a) จงแสดง ฟังก์ชันความเร็วเทียบกับเวลา $v(t)$ และการกระจัดเทียบกับเวลา $x(t)$

(b) คำนวณหาเวลา t ที่ค่า v มีค่าสูงสุด

(c) v สูงสุดมีค่าเท่าใด

วิธีทำ

(a)

$$v - v_0 = \int_0^t a(t)\,dt = \int_0^t (2.0 - 0.1)\,dt$$

$$\therefore\ v(t) = 10 + 2.0t - 0.05t^2$$

$$x - x_0 = \int_0^t v(t)\,dt = \int_0^t (10 + 2.0t - 0.5t^2)\,dt$$

$$\therefore\ x(t) = 10t + 1.0t^2 - 0.017t^3$$

(b) หาเวลา t ที่ค่า v สูงสุด

$$\text{จาก} \quad a = \frac{dv}{dt} = 0$$

$$\therefore\ 2.0 - 0.1t = 0$$

$$\therefore\ t = 20\ \text{s}$$

(c)

$$v_{max} = v\big|_{t = 20\ s} = \left(10 + 2.0t - 0.05t^2\right)t = 20\ \text{s}$$

$$= 40 - 20 + 10$$

$$= 30\ \text{m/s}$$

6. วัตถุตกอย่างอิสระ

ดังได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อที่ 5 ว่าวัตถุตกอย่างอิสระ (freely falling body) เป็นการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว โดยวัตถุจะเคลื่อนที่ลงสู่พื้นโลกด้วยความเร่ง 9.8 เมตร/วินาที^{2} มีทิศเข้าหาจุดศูนย์กลางของโลก เราเรียกความเร่งนี้ว่า “ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก” (gravitational acceleration , g) ตามปกติค่า g จะเปลี่ยนแปลงไปตามบริเวณต่างๆ บนผิวโลก ระดับความสูงจากผิวโลก และความหนาแน่นของพื้นดินในบริเวณนั้นๆ แต่ในระดับความสูงใกล้ผิวโลกนั้นถือได้ว่า g มีค่าคงตัว

ในดาวดวงอื่นๆ เช่น ดวงอาทิตย์หรือดวงจันทร์ เนื่องจากมีมวลที่แตกต่างไปจากมวลของโลก ดังนั้นจะมีค่า g แตกต่างไปจากค่า g ของโลก เช่น ค่า g ของดวงอาทิตย์เท่ากับ 274 เมตร/วินาที^{2} และของดวงจันทร์เท่ากับ 1.67 เมตร/วินาที^{2}

สมการของการเคลื่อนที่ของวัตถุตกอย่างอิสระจะมีรูปแบบเช่นเดียวกับสมการการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง เพียงแต่แทนค่า a ด้วยค่า g เท่านั้น

ตัวอย่างที่ 1.12 ลูกกอล์ฟลูกหนึ่งถูกปล่อยให้ตกอย่างอิสระจากยอดตึกสูง ถ้าหากไม่คิดแรงต้านของอากาศ จงหาความเร็วและตำแหน่งของลูกกอล์ฟดังกล่าวเมื่อเวลาผ่านไป 1 , 2 และ 3 วินาที ตามลำดับ

วิธีทำ

สมมติให้จุดกำเนิดอยู่ที่ยอดตึกสูงโดยมีแกน +y ชี้ขึ้นในแนวดิ่ง ความเร็วของลูกกอล์ฟ ณ เวลาต่างๆ หาได้จาก

$$v = v_0 + at \qquad (1)$$

เนื่องจากลูกกอล์ฟเคลื่อนที่จากหยุดนิ่งจะได้ $v_0 = 0$ และ $a = -g$
ดังนั้นสมการ (1) จะกลายเป็น

$$v = -gt \qquad (2)$$

แทนค่า t = 1 , 2 และ 3 ใน (2) จะได้

$$v(t = 1) = -9.8 \times 1 = -9.8 \text{ m}$$

$$v(t = 2) = -9.8 \times 2 = -19.6 \text{ m}$$

$$v(t = 3) = -9.8 \times 3 = -29.4 \text{ m}$$

เครื่องหมายลบแสดงว่าลูกกอล์ฟมีทิศดิ่งลง
ตำแหน่งของลูกกอล์ฟ ณ เวลาต่างๆ หาได้จาก

$$y = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad (3)$$

เนื่องจาก $v_0 = 0$ และ $a = -g$ สมการ (3) จะกลายเป็น

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 \qquad (4)$$

แทนค่า t = 1 , 2 และ 3 ใน (4) จะได้

$$y(t = 1) = -\frac{1}{2}(9.8)(1)^2 = -4.9 \text{ m}$$

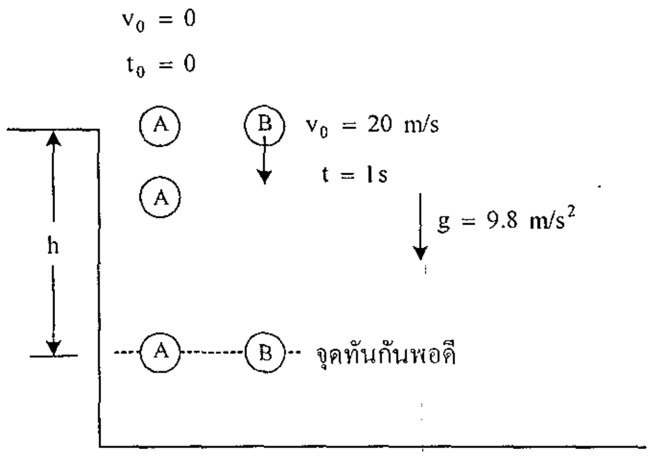
$$y(t = 2) = -\frac{1}{2}(9.8)(2)^2 = -19.6 \text{ m}$$

$$y(t = 3) = -\frac{1}{2}(9.8)(3)^2 = -44.1 \text{ m}$$

เครื่องหมายลบแสดงว่าลูกกอล์ฟอยู่ต่ำกว่ายอดตึก

ตัวอย่างที่ 1.13 ลูกบอล A ถูกปล่อยให้ตกลงมาจากขอบหน้าผา เมื่อเวลาผ่านไป 1 วินาที ลูกบอล B ถูกขว้างลงมาด้วยความเร็วต้น 20 เมตร/วินาที ถามว่าลูกบอล B จะตามทันลูกบอล A ที่ระยะความลึก เท่าใด

วิธีทำ



รูปที่ 1.18 **การเคลื่อนที่ของลูกบอล A และ B จากหน้าผาอย่างอิสระ**

กำหนดให้ลูกบอล B ใช้เวลา t จากจุดเริ่มต้นถึงจุดทันกันพอดี และเคลื่อนที่ได้ระยะ = h

$$x = v_0t + \frac{1}{2}gt^2$$

ถ้ากำหนดให้แกน +y อยู่ในทิศชี้ขึ้นในแนวดิ่งจะได้

$$-h = -20t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2$$

$$\therefore\ h = 20t + \frac{9.8}{2}t^2 \qquad (1)$$

ลูกบอล A เคลื่อนที่ได้ระยะ h ใช้เวลาเป็น $(t+1)$ s

$$\therefore\ -h = 0 - \frac{1}{2}(9.8)(t+1)^2$$

หรือ $$h = \frac{9.8}{2}(t+1)^2 \qquad (2)$$

(1) = (2) $$\frac{9.8}{2}(t+1)^2 = \frac{9.8}{2}t^2 + 20t$$

$$t = \frac{9.8}{2\times 10.2} = 0.48\ \text{s}$$

แทนค่า t ใน (2) ; $$h = \frac{1}{2}(9.8)(0.48+1)^2 = 10.7\ \text{m}$$

สรุป

1. จลนศาสตร์

จลนศาสตร์ เป็นแขนงหนึ่งของวิชากลศาสตร์ ซึ่งอธิบายถึงลักษณะของการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยไม่กล่าวถึงสาเหตุของการเคลื่อนที่

2. การกระจัด

การกระจัด (Δx) คือผลต่างของตำแหน่งของวัตถุระหว่างตำแหน่งสุดท้าย (x_2) และตำแหน่งเริ่มต้น (x_1) หรือ

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

3. ความเร็ว

3.1 ความเร็วเฉลี่ย

ความเร็วเฉลี่ย (v_{ave}) คืออัตราส่วนของการกระจัดต่อช่วงเวลาของการเคลื่อนที่หรือ

$$v_{ave} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

3.2 ความเร็วบัดดล

ความเร็วบัดดล (v) คือความเร็ว ณ ขณะใดขณะหนึ่งของวัตถุหรือมีค่าเท่ากับความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาสั้นๆ ($\Delta t \to 0$) หรือ

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

4. ความเร่ง

4.1 ความเร่งเฉลี่ย

ความเร่งเฉลี่ย (a_{ave}) คือปริมาณที่บอกถึงการเปลี่ยนแปลงความเร็วของวัตถุตลอดช่วงเวลาของการเคลื่อนที่หรือ

$$a_{ave} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

4.2 ความเร่งบัดดล

ความเร่งบัดดล (a) คือความเร่งของวัตถุ ณ ขณะใดขณะหนึ่งหรือ

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

5. การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว

การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว จะทำให้วัตถุเปลี่ยนแปลงความเร็วอย่างสม่ำเสมอ โดยมีความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณการเคลื่อนที่ชนิดต่างๆ ดังนี้

$$v = v_0 + at$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ax$$

6. วัตถุตกอย่างอิสระ

การเคลื่อนที่ของวัตถุตกอย่างอิสระ วัตถุจะเคลื่อนที่ในแนวดิ่งด้วยความเร่งเท่ากับความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (g) โดยมีสมการของการเคลื่อนที่เช่นเดียวกับสมการการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงด้วยความเร่งคงตัว

ตอนที่ 1.3

การเคลื่อนที่ในสองมิติและสามมิติ

การเคลื่อนที่ของวัตถุที่ปรากฏเห็นโดยทั่วไปจะไม่จำกัดอยู่เฉพาะในแนวเส้นตรงหรือหนึ่งมิติเท่านั้น แต่วัตถุจะสามารถเคลื่อนที่ได้อย่างทั่วไปทั้งในสองมิติและสามมิติ เช่น การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์และแบบวงกลม เป็นต้น การอธิบายลักษณะการเคลื่อนที่ของการเคลื่อนที่ดังกล่าวต้องใช้ระบบแกนพิกัดที่เหมาะสมและใช้ความรู้ทางพีชคณิตและเวกเตอร์เข้าช่วย ดังนั้นในตอนนี้จะกล่าวถึงนิยามของปริมาณการเคลื่อนที่ต่างๆ เช่น การกระจัด ความเร็ว ความเร่ง ในรูปของสมการของเวกเตอร์ในระบบพิกัดที่เหมาะสม ต่อจากนั้นจะอธิบายถึงลักษณะการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัวสามมิติ และการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

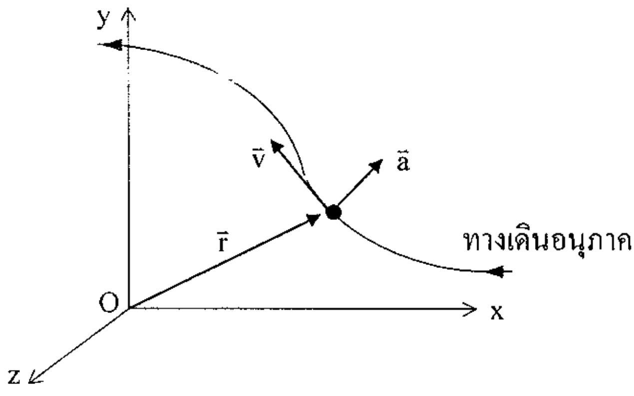
1. นิยามของตำแหน่ง การกระจัด ความเร็ว และความเร่ง

1.1 ตำแหน่ง

ในขณะที่วัตถุเคลื่อนที่ วัตถุจะเปลี่ยนแปลงตำแหน่งไปเรื่อยๆ การกำหนดตำแหน่งของวัตถุ เราใช้เวกเตอร์บอกตำแหน่ง (position vector) $\bar{r}$ ซึ่งเป็นเวกเตอร์ในระบบแกนพิกัดฉากสามมิติ ดังแสดงในรูปที่ 1.19 เราสามารถเขียน $\bar{r}$ อยู่ในรูปของององค์ประกอบของเวกเตอร์ในแนวแกน x, y และ z ดังนี้

$$\bar{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \qquad (1.30)$$

เมื่อ $\hat{i}$, $\hat{j}$ และ $\hat{k}$ คือเวกเตอร์หน่วยซึ่งมีขนาดเท่ากับ 1 และมีทิศอยู่ในแนวแกน x, y และ z ตามลำดับ

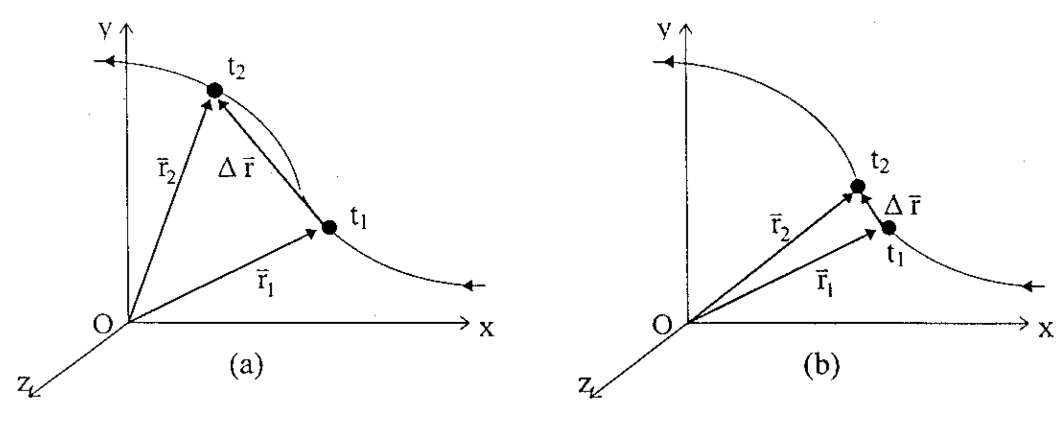


รูปที่ 1.19 **ทางเดินของวัตถุในระบบพิกัดฉากสามมิติ กำหนดโดยเวกเตอร์บอกตำแหน่ง $\vec{r}$**

1.2 การกระจัด

พิจารณารูปที่ 1.20a ซึ่งแสดงการเคลื่อนที่ของวัตถุจากตำแหน่ง $\vec{r}_1$ ณ เวลา t_1 ไปยังตำแหน่ง $\vec{r}_2$ ณ เวลา t_2 การกระจัดของการเคลื่อนที่ $\Delta\vec{r}$ จะมีค่า

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \tag{1.31}$$



รูปที่ 1.20 **(a) ช่วงเวลา $\Delta t = t_2 - t_1$ วัตถุได้การกระจัด $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$**

รูปที่ 1.20 **(b) เมื่อช่วงเวลา $\Delta t \to 0$ การกระจัด $\Delta\vec{r}$ วางตัวในแนวทางเดินของวัตถุ**

ในรูปที่ 1.20a ทิศทางของ $\Delta\vec{r}$ จะไม่ขนานกับทางเดินของวัตถุ แต่ถ้าพิจารณาการเคลื่อนที่ในช่วงเวลาสั้นๆ ($\Delta t \to 0$) เช่นรูปที่ 1.20b ทิศทางของ $\Delta\vec{r}$ จะขนานกับทางเดินของวัตถุ

1.3 ความเร็ว

ความเร็วเฉลี่ย ($\bar{v}_{ave}$) ของการเคลื่อนที่ของวัตถุมีค่า

$$\bar{v}_{ave} = \frac{\Delta\bar{r}}{\Delta t} \qquad (1.32)$$

ซึ่งจะมีทิศทางเช่นเดียวกับทิศของการกระจัด $\Delta\bar{r}$

ความเร็วบัดคล ($\bar{v}$) ของการเคลื่อนที่ของวัตถุก็คือค่าความเร็วเฉลี่ยเมื่อพิจารณาในช่วงเวลาสั้นๆ ($\Delta t \to 0$) ซึ่งจะมีค่า

$$\bar{v} = \ell im_{\Delta\Delta t \to 0} \frac{\Delta\bar{r}}{\Delta t} = \frac{d\bar{r}}{dt} \qquad (1.33)$$

ทิศทางของ $\bar{v}$ ก็คือทิศทางของ $\Delta\bar{r}$ ซึ่งเมื่อพิจารณาในช่วงสั้นๆ ($\Delta t \to 0$) จะมีทิศทางในแนวสัมผัสของทางเดินของวัตถุนั่นเอง

แทนค่า $\bar{r}$ จากสมการ (1.30) ในสมการ (1.33) จะได้

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x\hat{i} + y\hat{i} + z\hat{k}\right)$$

$$= \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k} \qquad (1.34)$$

ถ้าให้องค์ประกอบของ $\bar{v}$ ในแนวแกน x , y และ z เป็น $v_x = \frac{dx}{dt}$, $v_y = \frac{dy}{dt}$ และ $v_z = \frac{dz}{dt}$ สมการ (1.34) จะกลายเป็น

$$\bar{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k} \qquad (1.35)$$

1.4 ความเร่ง

ในทำนองเดียวกันกับความเร็วจะหาค่าความเร่งเฉลี่ยและความเร่งบัดคลได้ดังนี้

ความเร่งเฉลี่ย : $$\bar{a}_{ave} = \frac{\Delta\bar{v}}{\Delta t} \qquad (1.36)$$

ความเร่งบัดคล : $$\bar{a} = \ell im_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\bar{v}}{\Delta t} = \frac{d\bar{v}}{dt} \qquad (1.37)$$

แทนค่า $\bar{v}$ จากสมการ (1.35) ในสมการ (1.37) จะได้

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}\right)$$

$$= \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k} \qquad (1.38)$$

ถ้าให้องค์ประกอบของ $\bar{a}$ ในแนวแกน x , y และ z เป็น $a_x = \frac{dv_x}{dt}$, $a_y = \frac{dv_y}{dt}$ และ $a_z = \frac{dv_z}{dt}$ สมการ (1.38) จะกลายเป็น

$$\bar{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k} \qquad (1.39)$$

ตัวอย่างที่ 1.14 อนุภาคเคลื่อนที่ในระนาบ xy โดยมีจุดพิกัดตามแกนมีความสัมพันธ์กับเวลา t ตามสมการ $x(t) = t^3 - 32t$ และ $y(t) = 5t^2 + 12$ โดย x และ y มีหน่วยเป็นเมตร เวลา t เป็นวินาที จงหาเวกเตอร์ บอกตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่งของอนุภาคเมื่อเวลา t = 3 วินาที

วิธีทำ จาก $\bar{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$

ดังนั้นจะได้ $\bar{r} = \left(t^3 - 32t\right)\hat{i} + \left(5t^2 + 12\right)\hat{j}$

ที่ $t = 3$; $\bar{r} = -69\hat{i} + 57\hat{j}$ ในหน่วยเมตร

ความเร็วตามแกน x และ y จะมีค่า

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(t^3 - 32t\right) = 3t^2 - 32$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}\left(5t^2 + 12\right) = 10t$$

$$\therefore \bar{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} = \left(3t^2 - 32\right)\hat{i} + 10t\hat{j}$$

ที่เวลา $t = 3$; $\bar{v} = -5\hat{i} + 30\hat{j}$ ในหน่วยเมตร/วินาที

ความเร่งตามแกน x และ y จะมีค่า

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(3t^2 - 32\right) = 6t$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d}{dt}\left(10t\right) = 10$$

ที่เวลา $t = 3\,s$; $\bar{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} = 6t\hat{i} + 10\hat{j}$

$$= 18\hat{i} + 10\hat{j} \text{ m/s}$$

2. การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัวสามมิติ

สมการของการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัวสามมิตินั้นมีลักษณะเช่นเดียวกับสมการของการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัวในแนวเส้นตรงหรือหนึ่งมิติ แตกต่างกันเพียงต้องเขียนสมการอยู่ในรูปของเวกเตอร์ ถ้าเริ่มต้น ณ เวลา $t = 0$ วัตถุอยู่ที่ตำแหน่ง $\vec{r}_0 = x_0\hat{i} + y_0\hat{j} + z_0\hat{k}$ และมีความเร็วต้น $\vec{v}_0 = v_{x0}\hat{i} + v_{y0}\hat{j} + v_{z0}\hat{k}$ ถ้าวัตถุมีความเร่งคงตัว $\vec{a}$ เมื่อเวลาผ่านไป t วัตถุจะมีความเร็ว

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \tag{1.40}$$

เราสามารถเขียนสมการ (1.40) อยู่ในรูปของสมการขององค์ประกอบของความเร็วได้ดังนี้

$$\begin{aligned} v_x &= v_{x0} + a_x t \\ v_y &= v_{y0} + a_y t \\ v_z &= v_{z0} + a_z t \end{aligned} \tag{1.41}$$

ในทำนองเดียวกัน เราสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของปริมาณการเคลื่อนที่อื่นๆ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \vec{r} &= \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \\ \vec{v}\cdot\vec{v} &= \vec{v}_0\cdot\vec{v}_0 + 2\vec{a}\cdot(\vec{r} - \vec{r}_0) \\ \vec{r} &= \vec{r}_0 + \frac{1}{2}(\vec{v}_0 + \vec{v})t \end{aligned} \tag{1.42}$$

โดยทั่วไปเราจะให้ $\vec{r}_0 = 0$ ดังนั้นสมการ (1.42) จะกลายเป็น

$$\begin{aligned} \vec{r} &= \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \\ \vec{v}\cdot\vec{v} &= \vec{v}_0\cdot\vec{v}_0 + 2\vec{a}\cdot\vec{r} \\ \vec{r} &= \frac{1}{2}(\vec{v}_0 + \vec{v})t \end{aligned} \tag{1.43}$$

ตัวอย่างที่ 1.15 อนุภาคเคลื่อนที่โดยมีตำแหน่งเป็นฟังก์ชันของเวลาตามสมการ

$$\vec{r}(t) = \hat{i} + 4t^2\hat{j} + t\hat{k}$$

จงเขียนสมการ (a) ความเร็ว (b) ความเร่ง

วิธีทำ

(a) ความเร็ว

จาก $$\vec{r}(t) = \hat{i} + 4t^2\hat{j} + t\hat{k}$$

$$\therefore \ \bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = 8t\hat{j} + \hat{k}$$

โดยมี $v_y = 8t$

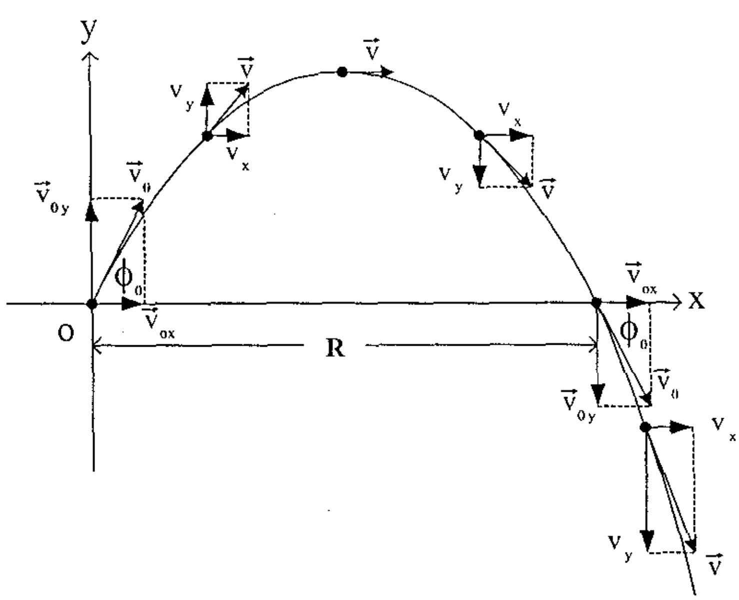
และ $v_z = 1$

(b) ความเร่ง $\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(8t\hat{j} + \hat{k}\right) = 8\hat{j}$

โดยมี $a_y = 8$

3. การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ถือเป็นการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัวในสองมิติ ตัวอย่างของการเคลื่อนที่ชนิดนี้คือ การเคลื่อนที่ของลูกเบสบอล และการเคลื่อนที่ของลูกกระสุนปืนใหญ่ เป็นต้น ในการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ วัตถุที่มีความเร็วต้นค่าหนึ่งจะมีวิถีอยู่ภายใต้อิทธิพลของแรงโน้มถ่วงของโลกเพียงอย่างเดียว และเราสามารถแยกการเคลื่อนที่ชนิดนี้ออกเป็นการเคลื่อนที่ในสองแนวซึ่งเป็นอิสระต่อกัน การเคลื่อนที่ในแนวราบจะมีความเร็วคงที่ (ไม่มีความเร่ง) แต่การเคลื่อนที่ในแนวดิ่งจะมีความเร่งเท่ากับความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก วิถีของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์จะเป็นรูปโค้งพาราโบลาดังแสดงในรูปที่ 1.21



รูปที่ 1.21 **การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ ซึ่งมีวิถีเป็นรูปพาราโบลา**

ให้วัตถุเริ่มต้นเคลื่อนที่จากจุดกำเนิด 0 ด้วยความเร็วต้น v_0 ทำมุม ϕ_0 กับแนวราบ (แกน x) ดังนั้นความเร็วต้นในแนวแกน x และ y มีค่า

$$\begin{aligned} v_{x0} &= v_0 \cos\phi_0 \\ v_{y0} &= v_0 \sin\phi_0 \end{aligned} \qquad (1.44)$$

ความเร็วของวัตถุในแนวแกน x จะเป็นค่าคงที่ซึ่งหาได้จาก

$$v_x = v_{x0} + a_x t = v_0 \cos\phi_0 \qquad (1.45)$$

ในสมการ (1.45) เราใช้ $a_x = 0$ เนื่องจากความเร่งในแนวราบเป็นศูนย์ ความเร็วของวัตถุในแนวแกน y จะมีค่าเปลี่ยนแปลงเนื่องจากมีความเร่งตามแนวดิ่งไม่เป็นศูนย์ ถ้าให้แกน +y มีทิศชี้ขึ้นในแนวดิ่งจะได้ $a_y = -g$ ดังนั้นจะได้

$$v_y = v_{y0} + a_y t = v_0 \sin\phi_0 - gt \qquad (1.46)$$

ในลักษณะเดียวกันจะหาค่าการกระจัดในแนวแกน x และ y ได้ดังนี้

การกระจัดในแนวแกน x : $x = (v_0 \cos\phi_0)t$ (1.47)

การกระจัดในแนวแกน y : $y = (v_0 \sin\varphi_0)t - \frac{1}{2}gt^2$ (1.48)

แทนค่า t จากสมการ (1.47) ในสมการ (1.48) จะได้ความสัมพันธ์ของการกระจัดในแนวแกนทั้งสองดังนี้

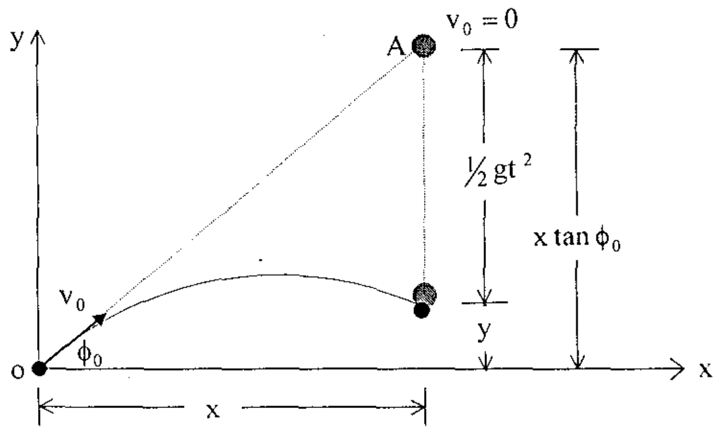
$$y = (\tan\phi_0)\, x - \frac{g}{2(v_0 \cos\phi_0)^2}\, x^2 \qquad (1.49)$$

สมการ (1.49) อยู่ในรูป $y = ax - bx^2$ ซึ่งเป็นสมการของรูปพาราโบลา

พิสัย (range , R) ในการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์คือระยะของการเคลื่อนที่บนแกน x จากจุดยิงถึงจุดตก ซึ่งจะได้จากการหาค่า x เมื่อ $y = 0$ ในสมการ (1.49) ดังนั้นจะได้พิสัยมีค่า

$$R = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\phi_0 \qquad (1.50)$$

ตัวอย่างที่ 1.16 การวิเคราะห์จุดชนของอนุภาคปล่อยตกอิสระตามแนวดิ่งกับอนุภาคที่ถูกยิงแบบโพรเจกไทล์ ดังรูปที่ 1.22



***รูปที่ 1.22* การชนกันของอนุภาคปล่อยตกอิสระกับอนุภาคที่ถูกยิงแบบโพรเจกไทล์**

อนุภาค A ถูกปล่อยตกอย่างอิสระ ถ้าเริ่มปล่อยที่ความสูงเป็น $x \tan\phi_0$ เมื่อเวลาผ่านไป t อนุภาค A จะเคลื่อนที่ได้ $\frac{1}{2}gt^2$ มายังจุดชน ดังนั้นอนุภาค A จะมีระดับความสูง

$$y = x\tan\phi_0 - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (1)$$

จากสมการการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์อนุภาค B ซึ่งถูกยิงขึ้นทำมุม ϕ_0 กับแนวราบจะเคลื่อนที่ได้ระยะ

$$y = x\tan\phi_0 - \frac{g}{2(v_0\cos\phi_0)^2}x^2$$

$$= x\tan\phi_0 - \frac{g}{2(v_0\cos\phi_0)^2}(v_0\cos\phi_0 t)^2$$

$$= x\tan\phi_0 - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2)$$

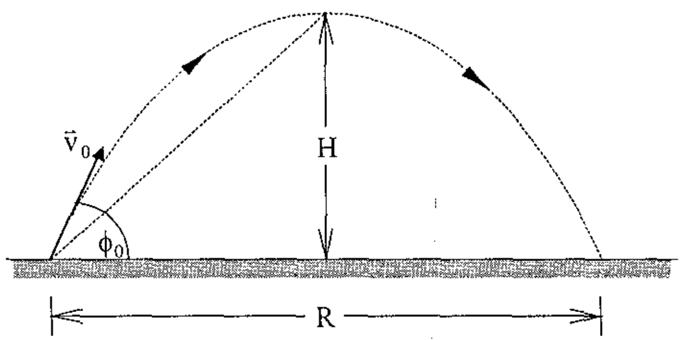
เนื่องจากสมการ (1) = (2) แสดงว่า ถ้าอนุภาค A ถูกปล่อยที่ระยะความสูง $x \tan\phi_0$ พร้อมกับอนุภาค B ที่ถูกยิงขึ้น อนุภาคทั้งสองจะชนกันได้ที่ระยะ y จากพื้น นอกจากเงื่อนไขนี้แล้ว อนุภาคทั้งสองจะไม่ชนกัน

ตัวอย่างที่ 1.17

(a) จงพิสูจน์ว่าถ้าโพรเจกไทล์ถูกยิงขึ้นจากพื้นระดับเป็นมุม ϕ_0 อัตราส่วนความสูงที่สุด H ต่อพิสัย R มีค่า $H/R = \frac{1}{4}\tan\phi_0$

(b) จงหามุมของการยิงที่ทำให้ H = R

วิธีทำ



รูปที่ 1.23 แสดงอัตราส่วนของ H/R ของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

(a) แกน x :

$$v_{x0} = v_0\cos\phi_0 = \frac{R}{t}$$

$$R = (v_0\cos\phi_0)t \qquad (1)$$

แกน y :

$$v_0\sin\phi_0 = v_{y0}$$

$$y = v_{y0}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$0 = v_0\sin\phi_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\therefore\ v_0\sin\phi_0 = \frac{1}{2}gt \qquad (2)$$

$$\therefore\ R = (v_0\cos\phi_0)\frac{2\,v_0\sin\phi_0}{g}$$

$$R = \frac{v_0^2\sin2\phi_0}{g}$$

$$v_y^2 = v_{y0}^2 + 2ay$$

$$0 = (v_0\sin\phi_0)^2 - 2gH$$

$$\therefore\ H = \frac{v_0^2\sin^2\phi_0}{2g}$$

$$H/R = \frac{v_0^2\sin\phi_0\,\sin\phi_0}{\dfrac{4g\,v_0^2\sin\phi_0}{g}} = \frac{1}{4}\tan\phi_0$$

(b) จาก
$$\frac{H}{R} = \frac{1}{4}\tan\phi_0$$

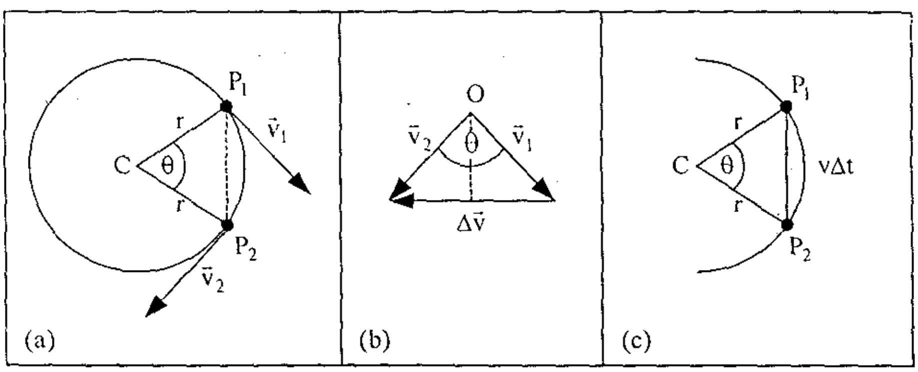
ถ้า
$$H = R \;;\; 1 = \frac{1}{4}\tan\phi_0$$

$$\tan\phi_0 = 4$$

$$\phi_0 = \tan^{-1}(4) = 75.96 \text{ หรือ } 76^\circ$$

4. การเคลื่อนที่แบบวงกลมด้วยอัตราเร็วคงตัว

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์นั้นถือเป็นการเคลื่อนที่ที่มีความเร่งคงตัว ซึ่งความเร่งจะมีค่าคงตัวทั้งขนาดและทิศทาง แต่การเคลื่อนที่แบบวงกลมจะเป็นการเคลื่อนที่ที่ทิศทางของความเร็วและความเร่งเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา อย่างไรก็ตามการเคลื่อนที่แบบวงกลมจะมีขนาดของความเร็วและความเร่งคงตัวเสมอ ตัวอย่างของการเคลื่อนที่ชนิดนี้ก็คือ การโคจรของดาวเทียมรอบโลกนั่นเอง



รูปที่ 1.24 **การเคลื่อนที่แบบวงกลม**

(a) วัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมรอบจุด C เคลื่อนที่จาก $P_1 \rightarrow P_2$ ด้วยอัตราเร็วคงตัว

(b) การเปลี่ยนแปลงความเร็ว $\Delta\vec{v}$ ของการเคลื่อนที่ของวัตถุจาก $P_1 \rightarrow P_2$

(c) วัตถุเคลื่อนที่ตามแนวทางโค้ง $P_1 P_2$ ในช่วงเวลา Δt

พิจารณาการเคลื่อนที่แบบวงกลมในรูปที่ 1.24 ซึ่งวัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมรอบจุด C ด้วยอัตราเร็วคงตัว ในรูปที่ 1.24a วัตถุมีความเร็ว $\vec{v}_1$ ที่จุด P_1 และความเร็วเปลี่ยนเป็น $\vec{v}_2$ ที่จุด P_2 รูปที่ 1.24b แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงความเร็วของการเคลื่อนที่ของวัตถุระหว่างจุด P_1 และ P_2 โดยความเร็วที่เปลี่ยนไปมีค่า $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ รูปที่ 1.24b เกิดจากการลากเวกเตอร์ของความเร็ว $\vec{v}_1$ และ $\vec{v}_2$ ออก

จากจุดเดียวกัน (จุด O) โดยมีขนาดและทิศทางเช่นเดียวกับรูปที่ 1.24a เราสามารถทำเช่นนี้ได้ถ้าตราบใดเวกเตอร์ทั้งสองมีขนาดและทิศทางเช่นเดียวกับรูปที่ 1.24a รูปนี้จะแสดงให้เห็นชัดเจนว่าความเร็วที่เปลี่ยนไป $\Delta\vec{v}$ ที่ลากจากจุด Q_1 ถึง Q_2 ก็คือความเร็วที่เปลี่ยนไปเมื่อวัตถุเคลื่อนที่จากจุด P_1 ไปยัง P_2 ซึ่งมีทิศทางเข้าสู่จุดศูนย์กลาง C ถ้าให้ Δt เป็นเวลาในการเคลื่อนที่จากจุด P_1 ไปยัง P_2 ด้วยอัตราเร็วคงที่ v จะได้ระยะบนทางโค้ง $P_1 P_2$ มีค่าเท่ากับ $v\Delta t$ ดังแสดงในรูปที่ 1.24c

เนื่องจากวงกลมของการเคลื่อนที่มีรัศมีเป็น r และระยะบนทางโค้ง $P_1 P_2$ รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางเป็นมุม θ ดังนั้นจะได้ความสัมพันธ์

$$r\theta = v\Delta t \tag{1.51}$$

หรือ

$$\Delta t = \frac{r\theta}{v} \tag{1.52}$$

ในสามเหลี่ยมของรูปที่ 1.24b จะได้

$$\frac{1}{2}\Delta v = v\sin\left(\theta/2\right)$$

หรือ

$$\Delta v = 2v\sin\left(\theta/2\right) \tag{1.53}$$

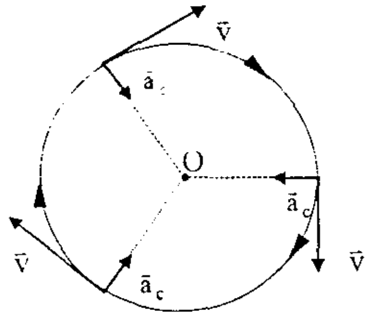
แทนค่า Δt จากสมการ (1.52) และ Δv จากสมการ (1.53) ในนิยามของความเร่งเฉลี่ย a_{ave} จะได้

$$a_{ave} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2v\sin\left(\theta/2\right)}{r\theta/v} = \frac{v^2}{r}\frac{\sin\left(\theta/2\right)}{\theta/2} \tag{1.54}$$

ค่าความเร่งของการเคลื่อนที่ ณ เวลาใดๆ อาจหาได้จากสมการ (1.54) โดยพิจารณาด้วยเงื่อนไข $\Delta t \to 0$ ซึ่งจะทำให้ $\sin\left(\theta/2\right) \to \theta/2$ ดังนั้นสมการ (1.54) จะกลายเป็น

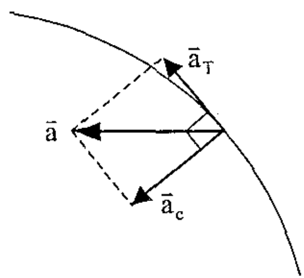
$$a_c = a_{ave} = \frac{v^2}{r} \tag{1.55}$$

เราใช้สัญลักษณ์ของความเร่ง ณ เวลาใดๆ ในสมการ (1.55) เป็น a_c เนื่องจากมีทิศเข้าสู่ศูนย์กลาง ดังแสดงในรูปที่ 1.25 และเรียกความเร่งดังกล่าวว่า "ความเร่งสู่ศูนย์กลาง" (centripetal acceleration)



รูปที่ 1.25 **การเคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยความเร่ง $\vec{a}_c$ มีทิศเข้าสู่จุดศูนย์กลางตั้งฉากกับความเร็ว $\vec{v}$**

เราได้เห็นแล้วว่าการเคลื่อนที่แบบวงกลมที่มีอัตราเร็วคงตัว แต่มีทิศทางเปลี่ยนแปลง จะได้การเคลื่อนที่ที่มีความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลาง แต่ถ้าเป็นการเคลื่อนที่ที่มีความเร็วเปลี่ยนทั้งขนาดและทิศทาง จะได้การเคลื่อนที่ที่มีทั้งความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลาง ($\vec{a}_c$) และความเร่งในแนวสัมผัสทางเดิน ($\vec{a}_T$) ที่ตั้งฉากซึ่งกันและกัน การเคลื่อนที่ดังกล่าวจะเป็นการเคลื่อนที่ที่เป็นส่วนโค้งของวงกลม ดังแสดงในรูปที่ 1.26



รูปที่ 1.26 **การเคลื่อนที่ของวัตถุที่มีความเร็วเปลี่ยนทั้งขนาดและทิศทาง จะได้ความเร่ง $\vec{a}$ ซึ่งเป็นผลบวกของ $\vec{a}_c$ และ $\vec{a}_T$ ตั้งฉากซึ่งกันและกัน**

จากรูปที่ 1.26 จะได้ขนาดของความเร่งลัพธ์ (a) มีค่า

$$a = \sqrt{a_c^2 + a_T^2} \qquad (1.56)$$

ตัวอย่างที่ 1.18 ดวงจันทร์หมุนรอบโลกครบรอบใช้เวลา 27.3 วัน สมมติให้วงโคจรเป็นวงกลมมีรัศมีความโค้ง 3.82×10^8 เมตร จงคำนวณหาขนาดของความเร่งของดวงจันทร์เข้าสู่โลก

วิธีทำ

เวลาครบรอบ $T = 27.3$ วัน

$= 2.36 \times 10^6$ วินาที

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(3.82 \times 10^8 m)}{2.36 \times 10^6 s} = 1018 \text{ m/s}$$

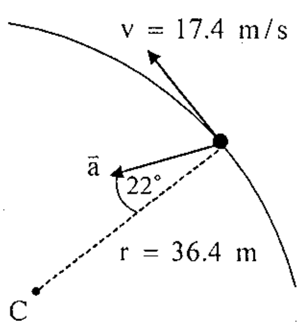
$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(1018 \text{ m/s})^2}{3.82 \times 10^8 m}$$

$$= 0.00271 \text{ m/s}^2$$

ตัวอย่างที่ 1.19 อนุภาคกำลังเคลื่อนที่เป็นส่วนโค้งของวงกลมด้วยรัศมี 3.64 เมตร ณ จุดเวลา อนุภาคมีความเร็วเชิงเส้นสัมผัส 17.4 เมตร/วินาที และมีความเร่งในทิศทาง 22.0° จากแนวเข้าสู่จุดศูนย์กลาง จงหา

(a) อัตราเร่งในแนวเส้นสัมผัสทางเดิน

(b) ขนาดของความเร่ง



***รูปที่ 1.27* อนุภาคเคลื่อนที่เป็นส่วนโค้งของวงกลมรัศมี 36.4 m**

วิธีทำ

(a) อัตราเร่งในแนวเข้าสู่ศูนย์กลางมีค่า

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(17.4 \text{ m/s})^2}{3.64 \text{ m}} = 83.17 \text{ m/s}^2$$

จากรูป $a_c = a\cos 22° = 83.17$

$$\therefore a = \frac{83.17}{\cos 22°} = 89.7 \text{ m/s}^2$$

ทำนองเดียวกัน $a_T = a\sin 22° = 89.7\sin 22° = 33.6 \text{ m/s}^2$

(b) ขนาดของความเร่ง $a = 89.7 \text{ m/s}^2$

สรุป

1. นิยาม

1.1 ตำแหน่ง $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

1.2 การกระจัด $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

1.3 ความเร็ว

ความเร็วเฉลี่ย : $\vec{v}_{ave} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

ความเร็วบัดดล : $\vec{v} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$

1.4 ความเร่ง

ความเร่งเฉลี่ย : $\vec{a}_{ave} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

ความเร่งบัดดล : $\vec{a} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

2. การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัวสามมิติ

สมการแสดงความสัมพันธ์ของปริมาณการเคลื่อนที่มีดังนี้

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

$$\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$\vec{v}\cdot\vec{v} = \vec{v}_0 \cdot \vec{v}_0 + 2\vec{a}\cdot\vec{r}$$

$$\vec{r} = \frac{1}{2}(\vec{v}_0 + \vec{v})t$$

3. การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

เป็นการเคลื่อนที่ในสองมิติโดยในแนวราบวัตถุจะมีความเร็วคงตัวและในแนวดิ่งวัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งเท่ากับความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (g)

ถ้า x และ y คือการกระจัดของการเคลื่อนที่ในแนวราบและแนวดิ่งตามลำดับ จะได้สมการแสดงความสัมพันธ์ของปริมาณทั้งสองดังนี้

$$y = (\tan\phi_0)\,x - \frac{g}{2(v_0\cos\phi_0)^2}\,x^2$$

พิสัย R ซึ่งเป็นระยะของการเคลื่อนที่บนแกน x จากจุดยิงถึงจุดตกมีค่า

$$R = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\phi_0$$

อัตราส่วนของระยะสูงสุดในแกนดิ่งต่อพิสัยมีค่า

$$\frac{H}{R} = \frac{1}{4}\tan\phi_0$$

4. การเคลื่อนที่แบบวงกลมด้วยอัตราเร็วคงตัว

ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วที่มีขนาดคงตัวแต่มีทิศทางเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา วัตถุจะเคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยอัตราเร่งสู่ศูนย์กลางมีค่า

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วที่มีทั้งขนาดและทิศทางเปลี่ยนแปลง วัตถุจะเคลื่อนที่เป็นส่วนโค้งของวงกลมด้วยอัตราเร่งมีค่า

$$a = \sqrt{a_c^2 + a_T^2}$$

เมื่อ a_T คืออัตราเร่งในแนวเส้นสัมผัสทางเดิน

บรรณานุกรม

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี. สำนักวิชาวิทยาศาสตร์. สาขาวิชาฟิสิกส์. 2540. **ฟิสิกส์ 1**. พิมพ์ครั้งที่ 3. นนทบุรี: เอส.อาร์.พริ้นติ้ง แมสโปรดักส์.

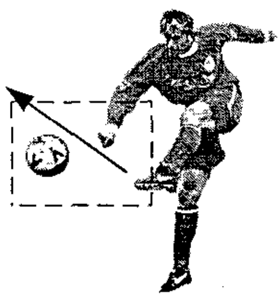
Halliday, David., and Resnick, Robert. 1978. **Physics** (3rd ed.). New York: Wiley.

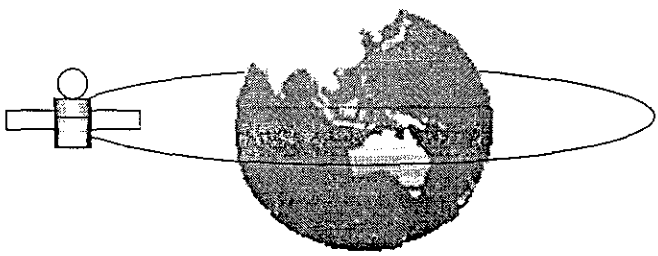
Serway, Raymond A., and Faughn, Jerry S. 1991. **College Physics** (3rd ed.). Philadelphia: Sounder College Publishing.

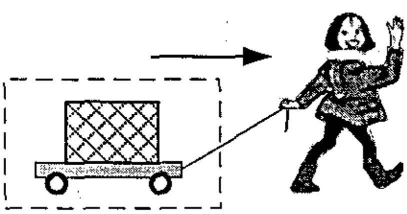
หน่วยที่

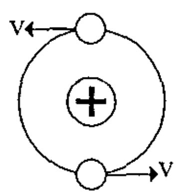
2

แรงและกฎของนิวตัน









โดย อาจารย์พันเอก ดร.วรศิษย์ อุชัย

ตอนที่
2.1
แรง

แรงมีความสำคัญต่อการเคลื่อนที่ของวัตถุ เพราะแรงเป็นสาเหตุของการเคลื่อนที่ กฎของนิวตันซึ่งเป็นกฎที่อธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุ จะกล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับปริมาณการเคลื่อนที่ต่างๆ เช่น ความเร็วและความเร่ง เป็นต้น วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว หรือมีความเร่งก็ขึ้นอยู่กับลักษณะของแรงที่กระทำต่อวัตถุ ในตอนนี้จะเริ่มต้นด้วยการกล่าวถึง **พลศาสตร์** ซึ่งเป็นแขนงหนึ่งของวิชากลศาสตร์ และต่อจากนั้นจะกล่าวถึงเรื่องแนวความคิดเกี่ยวกับแรงและสุดท้ายเรื่องมวลและความเฉื่อย

1. พลศาสตร์

ในหน่วยที่ 1 ตอนที่ 1.2 หัวเรื่องที่ 1 เราได้กล่าวถึง จลนศาสตร์ซึ่งเป็นแขนงหนึ่งของวิชากลศาสตร์ที่อธิบายถึงความหมายของปริมาณการเคลื่อนที่ต่างๆ เช่น การกระจัด ความเร็ว และความเร่ง เป็นต้น **พลศาสตร์** (Dynamics) เป็นอีกแขนงหนึ่งของวิชากลศาสตร์ซึ่งอธิบายถึงสาเหตุของการเคลื่อนที่ของวัตถุ พลศาสตร์จะอธิบายว่า แรง ซึ่งเป็นสาเหตุของการเคลื่อนที่มีผลต่อลักษณะการเคลื่อนที่อย่างไร เช่น แรงจะทำให้วัตถุซึ่งมีมวลค่าหนึ่งเคลื่อนที่เร็วขึ้นหรือช้าลง หรือมีความเร็วคงตัวด้วยเงื่อนไขอย่างไร รายละเอียดของลักษณะการเคลื่อนที่ของวัตถุ และเงื่อนไขของแรงที่กระทำต่อวัตถุจะกล่าวไว้ในตอนที่ 2.2 เรื่องกฎของนิวตัน

2. แนวความคิดเกี่ยวกับแรง

2.1 แรงและการเคลื่อนที่

ในชีวิตประจำวันเรามักจะพบเห็นหรือเกี่ยวข้องกับเรื่องของแรงอยู่บ่อยๆ เช่น การเตะฟุตบอลและการเตะตะกร้อ เป็นต้น การเตะฟุตบอลและเตะตะกร้อนั้นต้องใช้แรงที่เกิดขึ้นจากการใช้กล้ามเนื้อขา และเมื่อแรงจากกล้ามเนื้อขากระทำกับลูกฟุตบอลหรือลูกตระกร้อจะทำให้ลูกฟุตบอลและลูกตะกร้อเกิดการเคลื่อนที่ ดังนั้นแสดงว่าแรงสามารถทำให้เกิดการเคลื่อนที่ มีคำถามว่า “แรงทำให้เกิดการเคลื่อนที่เสมอไปใช่หรือไม่” คำตอบคือ “ไม่ใช่” เพราะมีเหตุการณ์บางอย่างไม่มีการเคลื่อนที่

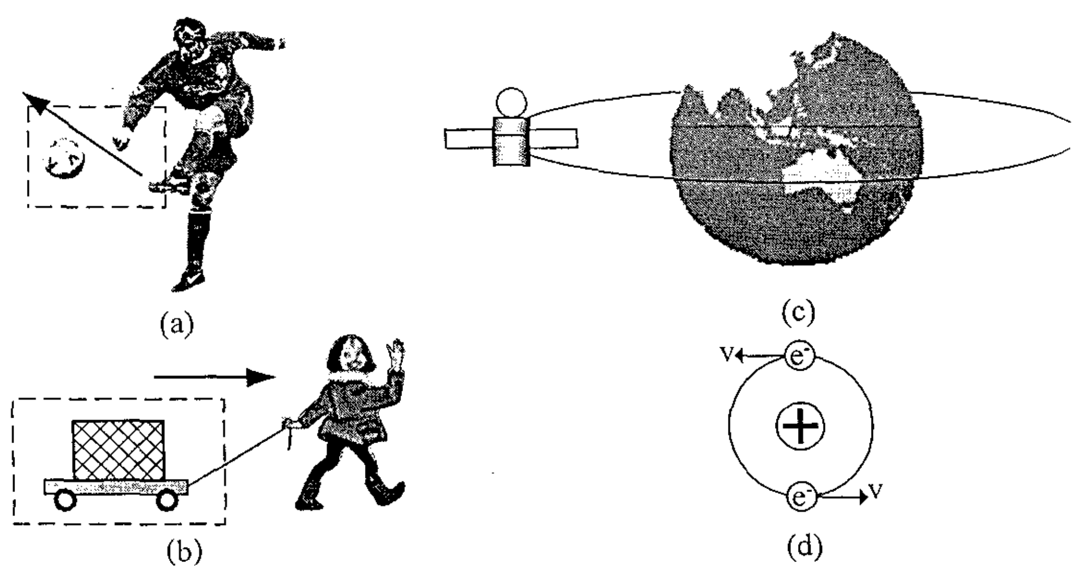
เกิดขึ้นแม้มีแรงกระทำ เช่น เมื่อเราออกแรงผลักหรือดันกำแพงหรือผนังห้องจะเห็นว่ากำแพงและผนังห้องไม่มีการเคลื่อนที่ ดังนั้นจึงไม่จำเป็นเสมอไปว่าแรงจะทำให้เกิดการเคลื่อนที่ แต่เราอาจกล่าวได้ว่าการเปลี่ยนแปลงความเร็วของวัตถุเกิดจากแรงหรือแรงจะทำให้ความเร็วของวัตถุเปลี่ยนแปลงหรือทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง ดังนั้น ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว (ไม่มีความเร่ง) แสดงว่าไม่มีแรงกระทำต่อวัตถุ แต่ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งแสดงว่ามีแรงกระทำต่อวัตถุ แรงดังกล่าวถือเป็นแรงภายนอกซึ่งอาจมีหลายแรงก็ได้ และเราเรียกผลรวมของแรงเหล่านี้ว่าแรงลัพธ์ของแรงภายนอก เงื่อนไขที่จะพิจารณาว่าวัตถุจะเกิดความเร่งหรือไม่เมื่อถูกแรงกระทำนั้นต้องดูจากแรงลัพธ์ของแรงภายนอก ถ้าแรงลัพธ์ของแรงภายนอกเป็นศูนย์ วัตถุจะไม่มีความเร่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว แต่ถ้าแรงลัพธ์ของแรงภายนอกไม่เป็นศูนย์ วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งหรือมีความเร็วที่เปลี่ยนแปลง

2.2 ลักษณะของการกระทำของแรงภายนอก

แรงภายนอกที่กระทำต่อวัตถุแล้วทำให้ความเร็วของวัตถุเปลี่ยนไปหรือมีความเร่งนั้น จะมีลักษณะของการกระทำเป็น 2 ลักษณะคือ

2.2.1 แรงโดยการสัมผัส (contact force) แรงโดยการสัมผัสเป็นแรงจากภายนอกที่กระทำต่อวัตถุโดยการสัมผัส เช่น แรงในการเตะลูกฟุตบอล และแรงลากกล่อง เป็นต้น แรงดังกล่าวมีการสัมผัสระหว่างแรงและวัตถุที่ถูกแรงกระทำจริง ดังแสดงในรูปที่ 2.1 (a) และ (b) ในรูปดังกล่าววัตถุซึ่งอยู่ในกรอบเส้นประถูกกระทำโดยแรงภายนอกจากแหล่งกำเนิดนอกกรอบ

แรงโดยการสัมผัส **แรงจากสนามของแรง**



รูปที่ 2.1 **ลักษณะของแรงภายนอกที่กระทำต่อวัตถุ รูป (a) และ (b) เป็นแรงโดยการสัมผัส รูป (c) และ (d) เป็นแรงจากสนามของแรง**

2.2.2 แรงจากสนามของแรง (field force) แรงจากสนามของแรงเป็นแรงที่ไม่มีการสัมผัสระหว่างวัตถุกับแหล่งกำเนิดแรงจากภายนอก เช่น แรงดึงดูดระหว่างมวลของโลกกับดาวเทียม และแรงดึงดูดระหว่างประจุไฟฟ้าของนิวเคลียสและอิเล็กตรอน เป็นต้น แรงกระทำดังกล่าวเกิดขึ้นเมื่อวัตถุอยู่ภายในบริเวณสนามของแรงของแหล่งกำเนิด ดังแสดงในรูปที่ 2.1 (c) และ (d)

2.3 แรงในธรรมชาติทางฟิสิกส์

แรงภายนอกดังกล่าวในหัวข้อ 2.1 และ 2.2 นั้นก็คือแรงในธรรมชาติทางฟิสิกส์นั่นเอง แรงในธรรมชาติทางฟิสิกส์นี้มี 4 ชนิดคือ

2.3.1 แรงโน้มถ่วง (gravitational force) เป็นแรงดึงดูดระหว่างมวลซึ่งเป็นแรงที่มีพิสัยยาวขึ้นอยู่กับขนาดของมวลและระยะห่างระหว่างมวล แรงนี้จะมีขนาดต่ำมากประมาณ 10^{-38} เท่าของแรงนิวเคลียร์ แรงนี้เป็นแรงที่ทำให้ดาวเคราะห์ต่างๆ รวมกันอยู่ได้ในระบบสุริยะของเรา

2.3.2 แรงแม่เหล็กไฟฟ้า (electromagnetic force) เป็นแรงระหว่างประจุไฟฟ้าซึ่งเป็นแรงที่มีพิสัยยาวขึ้นอยู่กับขนาดของประจุ และระยะทางระหว่างประจุ แรงนี้จะมีขนาดประมาณ 10^{-2} เท่าของแรงนิวเคลียร์ และเป็นแรงที่ทำให้อะตอมและโมเลกุลรวมตัวกันอยู่ได้ในสสาร

2.3.3 แรงนิวเคลียร์ (nuclear force) เป็นแรงที่ยึดนิวคลีออนในนิวเคลียสเอาไว้ทำให้นิวเคลียสคงสภาพอยู่ได้ แรงชนิดนี้มีขนาดสูงมาก แต่เป็นแรงพิสัยสั้นจะมีผลเมื่อนิวคลีออนอยู่ใกล้กันไม่เกินระยะ 10^{-14} เมตร หรือเท่ากับขนาดของนิวเคลียสเท่านั้น

2.3.4 แรงอย่างอ่อน (weak force) เป็นแรงดึงดูดระหว่างอนุภาคมูลฐานและมีพิสัยสั้น ซึ่งเป็นเหตุทำให้นิวเคลียสไม่เสถียร จึงเกิดการสลายตัวของนิวเคลียส เช่น การสลายตัวของนิวเคลียสให้อนุภาคบีตา เป็นต้น แรงนี้มีขนาดไม่สูงนักหรือประมาณ 10^{-9} เท่าของแรงนิวเคลียร์

3. มวลและความเฉื่อย

มวลเป็นคุณสมบัติของวัตถุที่จะพยายามต้านการเปลี่ยนแปลงสถานะภาพการเคลื่อนที่เดิมของวัตถุ ถ้าเดิมวัตถุอยู่นิ่ง มวลจะพยายามรักษาสถานะภาพการอยู่นิ่งต่อไป หรือถ้าเดิมวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว มวลก็จะพยายามรักษาสถานะภาพความเร็วคงตัวเอาไว้ เราเรียกคุณสมบัติดังกล่าวของมวลว่า **ความเฉื่อย** (inertia)

วัตถุที่มีมวลมากจะสามารถต้านการเปลี่ยนแปลงความเร็วได้ดีกว่าวัตถุที่มีมวลน้อย หรือมีความเฉื่อยมากกว่าวัตถุที่มีมวลน้อย ยกตัวอย่างเช่น ถ้าเราออกแรงตีลูกกอล์ฟและลูกโบวลิ่งด้วยแรงที่เท่ากันจะเห็นว่าเกิดผลแตกต่างกัน คือ ลูกกอล์ฟจะเคลื่อนที่ได้ไกลกว่าลูกโบว์ลิ่ง แสดงว่าลูกโบว์ลิ่งมีความเฉื่อยมากกว่าลูกกอล์ฟ จึงอาจกล่าวได้ว่ามวลก็คือปริมาณที่ใช้วัดความเฉื่อยของวัตถุ ถ้าวัตถุใดมีมวลมากก็จะมีความเฉื่อยมากและเป็นผลทำให้มีความเร่งน้อยเมื่อมีแรงอันหนึ่งมากระทำ แต่ถ้าวัตถุ

นั้นมีมวลน้อยก็จะมีความเฉื่อยน้อยและเป็นผลทำให้มีความเร่งมากเมื่อถูกกระทำด้วยแรงอันเดียวกัน หน่วยของมวลที่นิยมใช้คือ หน่วยในระบบ SI ซึ่งมีหน่วยเป็น กิโลกรัม (kilogram , kg)

สรุป

1. พลศาสตร์

พลศาสตร์เป็นแขนงหนึ่งของวิชากลศาสตร์ ซึ่งกล่าวถึงสาเหตุของการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยกล่าวว่า แรงจะทำให้วัตถุเคลื่อนที่เร็วขึ้นหรือช้าลง หรือมีความเร็วคงตัว ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขของแรงที่กระทำต่อวัตถุ

2. แนวความคิดเกี่ยวกับแรง

2.1 แรงและการเคลื่อนที่ แรงจะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งหรือมีความเร็วที่เปลี่ยนแปลง

2.2 ลักษณะของการกระทำของแรงภายนอก แรงที่ทำให้วัตถุเกิดการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งจะมีลักษณะของการกระทำ 2 ลักษณะคือ แรงโดยการสัมผัสและแรงจากสนามของแรง

2.3 แรงในธรรมชาติทางฟิสิกส์ แรงในธรรมชาติทางฟิสิกส์ซึ่งนับเป็นแรงภายนอกที่กระทำต่อวัตถุมี 4 ชนิด คือ แรงโน้มถ่วง แรงแม่เหล็กไฟฟ้า แรงนิวเคลียร์ และแรงอ่อน

3. มวลและความเฉื่อย

มวลเป็นสมบัติของก้อนวัตถุที่จะพยายามต้านการเปลี่ยนแปลงสถานะภาพการเคลื่อนที่เดิมของวัตถุ วัตถุที่มีมวลมากจะต้านทานการเปลี่ยนแปลงได้ดีกว่าวัตถุที่มีมวลน้อย

ตอนที่
2.2
กฎของนิวตัน

ในปี ค.ศ. 1686 เซอร์ไอแซก นิวตัน (Sir Isaac Newton) นักวิทยาศาสตร์ชาวอังกฤษเป็น ผู้เสนอกฎการเคลื่อนที่ของวัตถุลงตีพิมพ์ในวารสาร "The Mathematical Principles of Natural Philosophy" ซึ่งกล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างแรงและความเร่งของวัตถุเมื่อมีแรงภายนอกมากระทำต่อวัตถุ เราเรียกกฎการเคลื่อนที่ของวัตถุนี้ว่า **กฎของนิวตัน** กฎการเคลื่อนที่ดังกล่าวประสบความสำเร็จมาก สามารถอธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุได้อย่างแม่นยำ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุที่มีขนาดเล็กหรือขนาดใหญ่ เช่น การเคลื่อนที่ของก้อนหินที่ถูกขว้างไปจนกระทั่งถึงการเคลื่อนที่ของยานอวกาศที่เคลื่อนที่ไปยังดวงดาวต่างๆ เป็นต้น ในตอนนี้จะเริ่มต้นด้วยการกล่าวถึงรายละเอียดของกฎของนิวตัน 3 ข้อ แล้วค่อยกล่าวถึงกฎความโน้มถ่วงของนิวตัน

1. กฎข้อที่หนึ่งของนิวตัน

ดังได้กล่าวไว้ในข้อ 3 ของตอนที่ 2.1 ว่าวัตถุจะพยายามรักษาสถานะภาพเดิมของการเคลื่อนที่ของมันหรือพยายามต่อต้านการเปลี่ยนแปลงความเร็วของวัตถุ กาลิเลโอ (Galileo) เป็นคนแรกที่เสนอแนวความคิดนี้ แล้วต่อมาภายหลังนิวตัน (Newton) ได้รวบรวมแนวความคิดดังกล่าวมาเสนอเป็นกฎของนิวตันข้อที่หนึ่ง ซึ่งกล่าวว่า **วัตถุที่เดิมอยู่นิ่งจะยังคงอยู่นิ่งต่อไป หรือถ้าวัตถุกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วค่าหนึ่งก็จะยังคงเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงด้วยความเร็วเท่าเดิม นอกเสียจากว่ามีแรงลัพธ์จากแรงภายนอกที่ไม่เป็นศูนย์มากระทำกับวัตถุ**

จะเห็นได้ว่ากฎข้อที่หนึ่งของนิวตันเกี่ยวข้องกับคุณสมบัติเรื่องความเฉื่อยของวัตถุ บางครั้งจึงเรียกกฎนี้ว่า **กฎของความเฉื่อย** (law of inertia) และการใช้กฎข้อที่หนึ่งของนิวตันนี้ต้องอยู่ภายใต้เงื่อนไขเกี่ยวกับกรอบอ้างอิงเฉื่อย (inertial frame of reference) หรือกฎนี้จะเป็นจริงเมื่อผู้สังเกตอยู่นิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว เมื่อเทียบกับกรอบอ้างอิงเฉื่อยเท่านั้น ในที่นี้ กรอบอ้างอิงเฉื่อยหมายถึงกรอบอ้างอิงที่ไม่มีความเร่งอย่างแท้จริงในปริภูมิ (space) การที่กฎข้อที่หนึ่งของนิวตันมีเงื่อนไขเช่นนั้นก็เพราะเหตุว่าถ้าหากผู้สังเกตเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง ผู้สังเกตจะเห็นวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งทั้งๆ ที่ไม่มีแรงภายนอกมากระทำกับวัตถุเลย ยกตัวอย่างเช่น ถ้าเราขับรถด้วยความเร็วไม่

คงที่หรือมีความเร่ง เราจะสังเกตเห็นเสาไฟฟ้าหรือสิ่งของอื่นๆ ข้างทางเคลื่อนที่ไปด้วยความเร็วไม่คงที่เช่นกัน ทั้งๆ ที่สิ่งเหล่านั้นอยู่นิ่ง สิ่งที่สังเกตเห็นจึงไม่เป็นจริง ดังนั้น จึงต้องมีเงื่อนไขดังกล่าว กฎข้ออื่นๆ ของนิวตันที่จะกล่าวต่อไปก็มีเงื่อนไขเช่นเดียวกับกฎข้อที่หนึ่ง

2. กฎข้อที่สองของนิวตัน

กฎข้อที่หนึ่งของนิวตันอธิบายว่าอะไรจะเกิดขึ้น ถ้าแรงภายนอกที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งเราก็ทราบแล้วว่าถ้าวัตถุไม่อยู่นิ่งก็เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว แต่ในทางตรงกันข้าม กฎข้อที่สองของนิวตันจะอธิบายว่าจะเกิดอะไรขึ้นถ้าแรงภายนอกที่กระทำต่อวัตถุไม่เป็นศูนย์

นิวตันได้ทำการทดลองแล้วพบว่าถ้าแรงลัพธ์ของแรงภายนอกที่กระทำต่อวัตถุมีค่าไม่เป็นศูนย์ จะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง โดยความเร่งนี้จะแปรผันโดยตรงกับแรงลัพธ์ของแรงภายนอก และแปรผกผันกับมวลของวัตถุ ดังนั้น นิวตันจึงสรุปเป็นกฎข้อที่สอง ซึ่งกล่าวว่า **วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง เมื่อมีแรงภายนอกที่ไม่เป็นศูนย์มากระทำต่อวัตถุ โดยความเร่งจะแปรผันโดยตรงกับแรงที่มากระทำแต่จะแปรผกผันกับมวลของวัตถุ** ในรูปสมการทางคณิตศาสตร์ จะเขียนกฎข้อที่สองของนิวตันได้เป็น

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \tag{2.1}$$

เมื่อ $\Sigma\vec{F}$ คือแรงลัพธ์ของแรงภายนอก m คือมวลของวัตถุและ $\vec{a}$ คือความเร่งของวัตถุ สมการ (2.1) เป็นสมการเวกเตอร์ ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปขององค์ประกอบของเวกเตอร์ในระบบแกนพิกัดฉากได้ 3 สมการดังนี้

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= ma_x \\ \Sigma F_y &= ma_y \\ \Sigma F_z &= ma_z \end{aligned} \tag{2.2}$$

ในสมการ (2.1) ถ้า $\Sigma\vec{F} = 0$ จะได้ $\vec{a} = 0$ ซึ่งเป็นกรณีที่วัตถุอยู่นิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวหรือกรณีของกฎของนิวตันข้อที่หนึ่งนั่นเอง ดังนั้นจึงถือได้ว่ากฎข้อที่หนึ่งของนิวตันเป็นกรณีพิเศษของกฎข้อที่สองของนิวตัน

หน่วยของแรงที่นิยมใช้คือ หน่วยในระบบ SI ซึ่งเรียกว่า "นิวตัน" (newton, N) และเป็นผลคูณของหน่วยของมวลและหน่วยของความเร่ง (เมตร/วินาที^{2} , m/s^2) หรือ

$$N = kg \cdot m/s^2$$

3. กฎข้อที่สามของนิวตัน

กฎข้อที่สามของนิวตันเป็นเรื่องเกี่ยวกับแรงกิริยาและแรงปฏิกิริยา แรงทั้งสองนี้จะเป็นสิ่งที่คู่กันเสมอไม่สามารถแยกกันได้ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่าแรงกิริยาหรือแรงปฏิกิริยาไม่สามารถอยู่ได้อย่างโดดเดี่ยว ถ้ามีแรงกิริยาต้องมีแรงปฏิกิริยาโต้ตอบเสมอ ยกตัวอย่างเช่น ถ้าเราออกแรงดันผนังห้องด้วยแรงค่าหนึ่ง ผนังห้องก็จะออกแรงโต้ตอบด้วยแรงที่มีขนาดเท่ากันแต่ทิศทางตรงกันข้าม หรือหนังสือที่วางอยู่บนโต๊ะจะมีแรงกดทับโต๊ะด้วยแรงค่าหนึ่ง ในขณะเดียวกันโต๊ะก็จะออกแรงโต้ตอบด้วยแรงที่มีขนาดเท่ากันแต่ทิศทางตรงกันข้าม เราเรียกแรงที่ดันผนังห้องและแรงที่หนังสือกดทับโต๊ะว่าแรงกิริยา และเรียกแรงที่ผนังห้องโต้ตอบและแรงที่โต๊ะโต้ตอบว่าแรงปฏิกิริยา หรือในทางตรงกันข้าม ถ้าพิจารณาว่าแรงเนื่องจากผนังห้องและแรงเนื่องจากโต๊ะเป็นแรงกิริยาและแรงที่เราดันผนังห้องและแรงที่หนังสือกดทับโต๊ะเป็นแรงปฏิกิริยาก็ย่อมได้เช่นกัน เพียงแต่ว่าแรงทั้งสองนี้จะอยู่คู่กันเสมอ

ด้วยข้อเท็จจริงดังกล่าว นิวตันจึงตั้งเป็นกฎข้อที่สามของนิวตันขึ้นมา ซึ่งกล่าวว่า **ถ้าวัตถุสองก้อนมีอันตรกิริยาต่อกัน แรงที่วัตถุก้อนที่ 1 กระทำต่อวัตถุก้อนที่ 2 จะมีขนาดเท่ากับแรงที่วัตถุก้อนที่ 2 กระทำต่อวัตถุก้อนที่ 1 แต่ทิศทางตรงกันข้าม**

ในรูปของสมการทางคณิตศาสตร์ เราอาจเขียนกฎข้อที่สามของนิวตันได้ดังนี้

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \qquad (2.3)$$

เมื่อ $\vec{F}_{12}$ คือแรงที่วัตถุก้อนที่ 1 กระทำต่อวัตถุก้อนที่ 2 และ

$\vec{F}_{21}$ คือแรงที่วัตถุก้อนที่ 2 กระทำต่อวัตถุก้อนที่ 1

4. กฎความโน้มถ่วงของนิวตัน

ก่อนปี ค.ศ.1686 นักวิทยาศาสตร์ได้ศึกษาและมีข้อมูลเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุบนฟากฟ้า (celestial bodies) เป็นจำนวนมาก แต่ก็ไม่สามารถอธิบายลักษณะการเคลื่อนที่ของวัตถุเหล่านั้นได้อย่างกระจ่างแจ้ง จนกระทั่ง นิวตันเสนอกฎความโน้มถ่วงของนิวตัน (Newton's Law of Gravitation) ขึ้นมาในปีนั้นเอง จึงได้รู้ว่าทำไมดาวเคราะห์จึงโคจรรอบดวงอาทิตย์ ทำไมดวงจันทร์จึงโคจรรอบโลก และทำไมมะม่วงซึ่งหล่นจากต้นจึงตกลงสู่พื้นดิน

กฎความโน้มถ่วงของนิวตันกล่าวว่า **วัตถุทุกชนิดในจักรวาลจะออกแรงดึงดูดซึ่งกันและกัน โดยขนาดของแรงจะเป็นปฏิภาคโดยตรงกับผลคูณของมวลของวัตถุและเป็นปฏิภาคผกผันกับกำลังสองของระยะห่างระหว่างวัตถุ**

ตามกฎความโน้มถ่วงของนิวตัน ถ้าวัตถุทั้งสองมีมวลเป็น m_1 และ m_2 และอยู่ห่างกันเป็นระยะ r จะมีแรงดึงดูดระหว่างมวลของวัตถุทั้งสองมีค่าเป็น

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \tag{2.4}$$

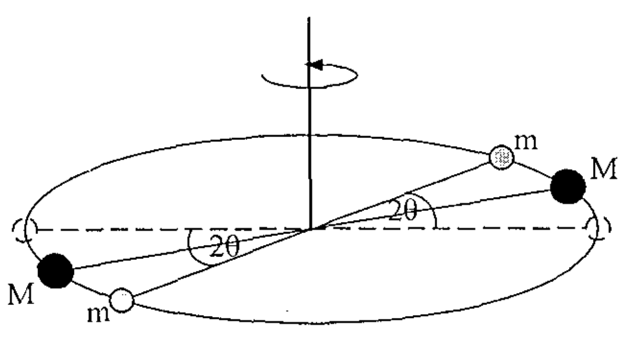
เมื่อ G คือค่าคงตัวโน้มถ่วงเอกภพ (universal gravitational constant) แรงดังกล่าวมีลักษณะเป็นแรงคู่กิริยา-ปฏิกิริยา ซึ่งจะเป็นแรงที่กระทำในแนวเส้นตรงที่เชื่อมต่อระหว่างจุดศูนย์กลางของวัตถุทั้งสอง

ในการทดลองเพื่อหาค่า G ของ เซอร์ เฮนรี คาร์เวนดิช (Sir Henry Cavendish) ในปี ค.ศ.1798 เขาใช้ลูกตุ้มชนิดบิด (torsional balance) เป็นเครื่องมือและพบว่า $G = 6.67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$ และในเวลาต่อมามีผู้ทำการทดลองหาค่า G อีกหลายครั้งและได้ค่าที่มีความถูกต้องมากขึ้น จนกระทั่งได้ค่าที่เป็นมาตรฐานที่ยอมรับกันโดยทั่วไปซึ่งมีค่า

$$G = 6.67259 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$$

ตัวอย่างที่ 2.1 ในการทดลองของคาร์เวนดิช (Cavendish) เพื่อหาค่า G เขาใช้ลูกตุ้มชนิดบิดเป็นเครื่องมือ ซึ่งมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 2.2 โดยมีมวล m สองก้อนยึดติดกับคานเบายาว L ซึ่งห้อยแขวนอยู่กับเชือกที่สามารถบิดไป-มาได้ มวล M สองก้อนจะออกแรงดึงดูดมวล m แต่ละก้อนทำให้เกิดแรงบิด (torque) บนมวล m ดังนั้นมวล m จะแกว่งไป-มา ในแนวราบเป็นมุม 2θ ระหว่างตำแหน่งสมดุล 2 ข้าง จงหาค่า G โดยมีข้อมูลจากการทดลองมีดังนี้

$M = 12.7\ kg$, $m = 9.85\ g$, $L = 52.4\ cm$, $2\theta = 0.516$ ระยะระหว่างมวล m และ M คือ $R = 10.8\ cm$ คาบของการแกว่ง (T) = 769 s โมเมนต์ความเฉื่อยของการหมุน (I) = $1.25 \times 10^{-3}\ kg - m^2$



รูปที่ 2.2 **เครื่องมือการทดลองหาค่า G ของคาร์เวนดิช**

วิธีทำ

จากคาบการแกว่งกวัดของลูกตุ้มชนิดบิด

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{K}}$$

จะได้ค่าคงตัวการบิดของเส้นลวด

$$K = \frac{4\pi^2 I}{T^2} = \frac{(4\pi^2)(1.25 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg\cdot m^2})}{(769\ \mathrm{s})^2} = 8.34 \times 10^{-8}\ \mathrm{N\cdot m}$$

เมื่อลูกตุ้มบิดไปจากตำแหน่งสมดุลเป็นมุม θ จะได้แรงบิด

$$\tau = K\theta = (8.34 \times 10^{-8}\ \mathrm{N.m})\left(\frac{0.516^\circ}{2} \times \frac{2\pi}{360^\circ}\mathrm{rad}\right)$$

$$\tau = 3.75 \times 10^{-10}\ \mathrm{N.m}$$

แรงบิดเนื่องจากเส้นลวดมีค่าเท่ากับโมเมนต์ของแรงดึงดูดระหว่างมวลเล็กและมวลใหญ่ในขณะอยู่ในสภาพสมดุล ถ้าให้ F เป็นแรงดึงดูดระหว่างมวลเล็กและมวลใหญ่แต่ละคู่จะได้

$$\tau = (2F)\left(\frac{L}{2}\right) = FL = \frac{GMm}{R^2}L$$

ดังนั้น

$$G = \frac{\tau R^2}{MmL} = \frac{(3.75 \times 10^{-10}\ \mathrm{N.m})(0.108\ \mathrm{m})^2}{(12.7\ \mathrm{kg.})(0.00985\ \mathrm{kg.})(0.524\ \mathrm{m})}$$

$$= 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2/kg^2}$$

ตัวอย่างที่ 2.2 จงคำนวณหาแรงโน้มถ่วง

(a) ระหว่างลูกโบว์ลิ่งสองลูกมวล 7.3 กิโลกรัม อยู่ห่างกัน 0.65 เมตร

(b) ระหว่างโลกและดวงจันทร์ กำหนดให้โลกและดวงจันทร์มีมวล 5.98×10^{24} kg และ 7.36×10^{22} kg ตามลำดับ และระยะห่างระหว่างโลกและดวงจันทร์เป็น 3.82×10^{8} m

วิธีทำ

(a)

$$F = \frac{G\, m_1\, m_2}{r^2}$$

$$= \frac{(6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N.m^2/kg^2})(7.3\ \mathrm{kg})(7.3\ \mathrm{kg})}{(0.65\ \mathrm{m})^2}$$

$$= 8.4 \times 10^{-9}\ \mathrm{N}$$

(b) มวลของโลก $= 5.98 \times 10^{24}$ kg

มวลของดวงจันทร์ $= 7.36 \times 10^{22}$ kg

ระยะทางจากโลกถึงดวงจันทร์ $= 3.82 \times 10^{8}$ m

$$F = \frac{(6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2})(5.98 \times 10^{24}\ \mathrm{kg})(7.36 \times 10^{22})}{(3.82 \times 10^{8}\ \mathrm{m})^2}$$

$$= 2.01 \times 10^{20}\ \mathrm{N}$$

สรุป

1. กฎข้อที่หนึ่งของนิวตัน

เป็นกฎที่กล่าวถึงสภาวะการเคลื่อนที่ของวัตถุเมื่อแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์ ซึ่งกล่าวว่า "ถ้าไม่มีแรงภายนอกกระทำต่อวัตถุหรือมีแรงลัพธ์เป็นศูนย์ วัตถุจะรักษาสภาวะเดิมของมันคืออยู่นิ่งหรือมีความเร็วคงตัว" กฎข้อนี้จะเป็นจริงเมื่อผู้สังเกตอยู่ในกรอบเฉื่อย ซึ่งเป็นกรอบที่ไม่มีความเร่งอย่างแท้จริงในปริภูมิ

2. กฎข้อที่สองของนิวตัน

เป็นกฎที่กล่าวถึงการเคลื่อนที่ของวัตถุเมื่อมีแรงภายนอกมากระทำ ซึ่งกล่าวว่า "ถ้าแรงลัพธ์ของแรงภายนอกที่กระทำต่อวัตถุไม่เป็นศูนย์ จะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง" ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$$

3. กฎข้อที่สามของนิวตัน

กล่าวว่า "ถ้าวัตถุสองก้อนมีอันตรกิริยาต่อกัน แรงที่วัตถุก้อนที่ 1 กระทำต่อวัตถุก้อนที่ 2 จะมีขนาดเท่ากับแรงที่วัตถุก้อนที่ 2 กระทำต่อวัตถุก้อนที่ 1 แต่ทิศทางตรงกันข้าม" หรือเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

เมื่อ $\vec{F}_{12}$ คือแรงที่วัตถุก้อนที่ 1 กระทำต่อวัตถุก้อนที่ 2 และ

$\vec{F}_{21}$ คือแรงที่วัตถุก้อนที่ 2 กระทำต่อวัตถุก้อนที่ 1

4. กฎความโน้มถ่วงของนิวตัน

เป็นกฎที่กล่าวถึงแรงดึงดูดระหว่างมวลของวัตถุ 2 ก้อน ซึ่งมีลักษณะเป็นแรงคู่กิริยา-ปฏิกิริยา กระทำในแนวเส้นตรงต่อจุดศูนย์กลางของมวลทั้งสอง ถ้า F เป็นแรงดึงดูดระหว่างมวล m_1 และ m_2 ซึ่งอยู่ห่างกันเป็นระยะ r จะได้

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

เมื่อ G คือค่าคงตัวโน้มถ่วงเอกภพ (universal gravitational constant)

ตอนที่ 2.3

การประยุกต์กฎของนิวตัน

เนื่องจากการประยุกต์กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน และกฎความโน้มถ่วงของนิวตันในการแก้ปัญหาทางกลศาสตร์มีรายละเอียดปลีกย่อยที่แตกต่างกันสำหรับปัญหาที่แตกต่างกัน ดังนั้นจึงมีความหลากหลายของวิธีการแก้ปัญหาเหล่านั้น อย่างไรก็ตามปัญหาส่วนใหญ่จะมีหลักเกณฑ์และขั้นตอนในการแก้ปัญหาคล้ายคลึงกัน ดังนั้นจึงต้องศึกษาถึงหลักเกณฑ์และขั้นตอนของการแก้ปัญหาหรือการประยุกต์กฎของนิวตัน ในตอนนี้จะกล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักและมวล และความเสียดทานก่อนที่จะกล่าวถึงหลักการประยุกต์กฎของนิวตัน

1. ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักและมวล

ในชีวิตประจำวันเรามักจะใช้คำว่า **น้ำหนัก** แทนคำว่า **มวล** เช่น นาย ก มีน้ำหนัก 60 กิโลกรัม เป็นต้น ในวิชาฟิสิกส์นั้น ประโยคข้างต้นควรกล่าวว่า นาย ก มีมวล 60 กิโลกรัม จึงเห็นได้ว่าความหมายของคำว่า น้ำหนัก และ มวล ในชีวิตประจำวันและในวิชาฟิสิกส์นั้นแตกต่างกัน ดังนั้นในหัวข้อนี้เราจะกล่าวถึงความหมายของคำว่า น้ำหนัก ที่ใช้ในวิชาฟิสิกส์ และจะทำให้เราทราบถึงความสัมพันธ์ของคำว่า น้ำหนัก และคำว่า มวล

น้ำหนักของวัตถุบนผิวโลกก็คือแรงโน้มถ่วงที่โลกกระทำต่อวัตถุ ซึ่งมีทิศเข้าสู่จุดศูนย์กลางของโลกและมีค่ากำหนดโดยสมการของแรงหรือสมการ (2.4) ถ้าวัตถุมีมวลเป็น m น้ำหนัก W ของวัตถุบนผิวโลกจะมีค่า

$$W = \frac{GmM_E}{R^2} \qquad (2.5)$$

โดย M_E และ R คือมวลและรัศมีของโลกตามลำดับ

ถ้าให้ $g = \frac{GM_E}{R^2}$ สมการ (2.5) จะกลายเป็น

$$W = mg \qquad (2.6)$$

เราเรียกค่า g ในสมการ (2.6) ว่า "ค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกซึ่งจะเป็นค่าคงตัวสำหรับบริเวณที่อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของโลกเท่ากัน ในบริเวณใกล้ๆ ผิวโลกอาจถือได้ว่า g มีค่าคงตัวถึงแม้ว่าจะมีระยะห่างจากจุดศูนย์กลางของโลกไม่เท่ากัน โดยมีค่าประมาณ 9.8 เมตร/วินาที^{2} ในสมการ (2.6) m เป็นค่ามวลของวัตถุ ซึ่งเป็นปริมาณที่มีค่าคงตัวไม่ว่าวัตถุนั้นจะอยู่ที่ใด แต่น้ำหนัก W ของวัตถุนั้นนอกจากจะขึ้นอยู่กับค่ามวลแล้วยังขึ้นอยู่กับค่า g ด้วย เนื่องจากค่า g ลดลง เมื่ออยู่ห่างจากผิวโลกมากขึ้น ดังนั้นน้ำหนักของวัตถุจะลดลง เมื่ออยู่ไกลออกไปจากผิวโลกและอาจเกิดสภาพไร้น้ำหนัก เมื่อวัตถุอยู่ห่างจากผิวโลกมากๆ เช่น สภาพไร้น้ำหนักของนักบินอวกาศในยานอวกาศที่อยู่ห่างจากโลกมากๆ

ตัวอย่างที่ 2.3 เครื่องบินไอพ่นเริ่มออกวิ่งบนทางวิ่งเพื่อบินขึ้นมีความเร่ง 2.3 เมตร/วินาที^{2} เครื่องบินมีเครื่องยนต์ 2 เครื่อง แต่ละเครื่องมีแรงดันขึ้น 1.40×10^5 นิวตัน ถามว่าน้ำหนักของเครื่องบินมีค่าเท่าใด

วิธีทำ มวลของเครื่องบินหาได้จากกฎข้อที่สองของนิวตัน หรือ

$$F = ma \qquad (1)$$

เนื่องจากเครื่องบินมี 2 เครื่องยนต์ และแต่ละเครื่องยนต์มีแรงดันขึ้น 1.4×10^5 N ดังนั้น

$$F = 2 \times 1.40 \times 10^5 \text{ N}$$

$$a = 2.3 \text{ m/s}^2$$

แทนค่า F และ a ในสมการ (1) จะได้

$$2 \times 1.40 \times 10^5 \text{ N} = m(2.3 \text{ m/s}^2)$$

$$m = 1.22 \times 10^5 \text{ kg}$$

ดังนั้นน้ำหนักของเครื่องบินมีค่า

$$\therefore W = mg = (1.22 \times 10^5 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)$$

$$= 1.19 \times 10^6 \text{ N}$$

2. ความเสียดทาน

ความเสียดทาน (friction) จะเกิดขึ้นเมื่อวัตถุที่มีผิวสัมผัสกันเคลื่อนที่สัมพัทธ์ต่อกัน ทั้งนี้เพราะเหตุว่าผิวของวัตถุทั้งสองนั้นขรุขระหรือไม่เรียบ ดังนั้นเมื่อเราพยายามเคลื่อนวัตถุที่สัมผัสกันจะมีแรงต้านเกิดขึ้น เราเรียกแรงต้านนี้ว่า แรงเสียดทาน ซึ่งอาจแบ่งเป็น 2 ประเภทคือ

2.1 แรงเสียดทานสถิต

แรงเสียดทานสถิต (static friction) เป็นแรงความพยายามที่น้อยที่สุดที่ต้องใช้ในการทำให้วัตถุเคลื่อนตัวจากเดิมที่อยู่นิ่ง

ถ้า μ_s คือค่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานสถิต แรงเสียดทานสถิตจะมีค่า

$$f_s \leq \mu_s N \tag{2.7}$$

เมื่อ N คือแรงปฏิกิริยาตั้งฉากระหว่างผิวสัมผัส

2.2 แรงเสียดทานจลน์

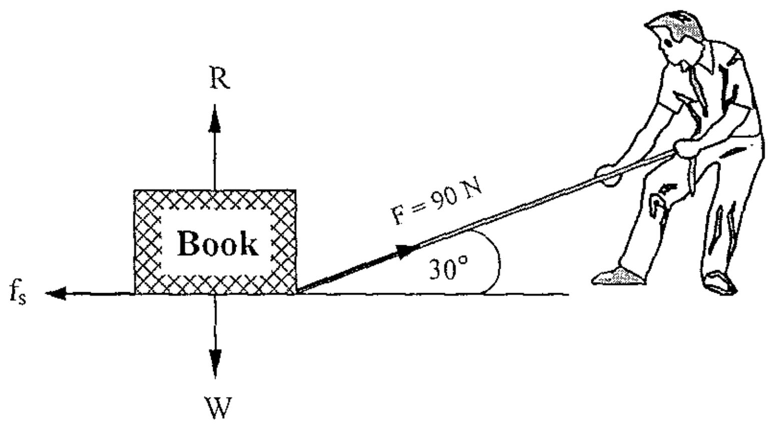
แรงเสียดทานจลน์ (kinetic friction) เป็นแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นระหว่างผิวสัมผัส ในขณะที่วัตถุกำลังเคลื่อนที่ซึ่งจะมีค่าน้อยกว่าแรงเสียดทานสถิต

ถ้า μ_k คือค่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานจลน์ แรงเสียดทานจลน์จะมีค่า

$$f_k = \mu_k N \tag{2.8}$$

เมื่อ N คือ แรงปฏิกิริยาตั้งฉากระหว่างผิวสัมผัส

ตัวอย่างที่ 2.4 ในการขนย้ายกล่องหนังสือเข้าหอพักของนักศึกษามหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีคนหนึ่ง โดยการใช้เชือกลากกล่องหนังสือไปบนพื้นดังรูปที่ 2.3 ถ้านักศึกษาคนนั้นออกแรง 90 นิวตัน ดึงเชือกซึ่งทำมุม 30° กับแนวราบแล้วกล่องเคลื่อนที่พอดี จงหาสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานสถิต ถ้ากล่องมีมวล 20 กิโลกรัม



รูปที่ 2.3 **นักศึกษา มทส. กำลังลากกล่องหนังสือด้วยแรง 90 N ทำมุม 30° กับแนวราบ**

วิธีทำ เนื่องจากกล่องไม่มีความเร่งในแนวดิ่ง (แกน y) จะได้

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R + (90\ \text{N})\sin 30^\circ - W = 0$$

$$R + (90\ \text{N})\left(\frac{1}{2}\right) - (20\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) = 0$$

$$R = 196 - 45\ \text{N}$$

$$= 151\ \text{N}$$

เมื่อออกแรง 90 N แล้วกล่องเคลื่อนที่พอดีแสดงว่าแรงดึงในแนวราบเท่ากับแรงเสียดทานสถิต หรือ

$$f_s = 90\ \text{N}\cos 30^\circ$$

$$\mu_s R = 90\ \text{N} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore\ \mu_s = \frac{90\ \text{N} \times \sqrt{3}}{151\ \text{N} \times 2}$$

$$= 0.52$$

3. การประยุกต์กฎของนิวตัน

ในการแก้ปัญหาทางกลศาสตร์โดยใช้กฎของนิวตันนั้น ถึงแม้จะมีรายละเอียดของวิธีการแก้ปัญห ที่แตกต่างกันในแต่ละปัญหา แต่ก็มีขั้นตอนที่คล้ายคลึงกัน ต่อไปนี้จะกล่าวถึงขั้นตอนในการประยุก กฎของนิวตันเพื่อแก้ปัญหาต่างๆ ทางกลศาสตร์ หลังจากนั้นเราจะนำเสนอตัวอย่างของการแก้ปัญห ในลักษณะต่างๆ เพื่อให้นักศึกษาได้รู้แนวทางของการประยุกต์กฎของนิวตัน

ขั้นตอนของการประยุกต์กฎของนิวตันมีข้อแนะนำดังต่อไปนี้

1) แยกวัตถุที่ต้องการวิเคราะห์ออกจากสิ่งแวดล้อม โดยวัตถุดังกล่าวอาจเป็นวัตถุก้อนเดียว หรื หลายก้อนก็ได้

2) เมื่อแยกวัตถุที่ต้องการวิเคราะห์ได้แล้วก็พิจารณาว่าสิ่งแวดล้อมคืออะไรบ้าง โดยสิ่งแวดล้อม อาจเป็นวัตถุก้อนอื่น ผิวพื้น สปริง เชือก โลกและอื่นๆ ซึ่งออกแรงกระทำต่อวัตถุ

3) เลือกกรอบอ้างอิง (กรอบเฉื่อย) ที่เหมาะสม โดยควรเลือกกรอบที่มีจุดกำเนิดและทิศของแก ต่างๆ อยู่ในลักษณะที่จะอำนวยให้มีความสะดวกในการแก้ปัญหาขั้นต่อไป

4) เขียน free-body diagram ของวัตถุที่ต้องการวิเคราะห์ โดยแสดงว่ามีแรงอะไรบ้างกระทำต่อวัต

5) ใช้กฎข้อที่สองของนิวตันกับแรงที่กระทำต่อวัตถุและความเร่งที่เกิดขึ้นในแนวแกนต่างๆ

$$F_x = ma_x$$
$$F_y = ma_y$$
$$F_z = ma_z$$

ตัวอย่างที่ 2.5 เด็กหญิงมวล 40 กิโลกรัม และล้อเลื่อนมวล 8.4 กิโลกรัม ยืนอยู่บนผิวน้ำแข็งข ทะเลสาปแห่งหนึ่งโดยห่างกัน 15 เมตร ถ้าเด็กหญิงใช้เชือกดึงล้อเลื่อนด้วยแรง 5.2 นิวตัน โดย เข้าหาตัว จงคำนวณ

(a) ความเร่งของล้อเลื่อน

(b) ความเร่งของเด็กหญิง

(c) ถ้านับจากตำแหน่งเด็กหญิงยืนอยู่เริ่มต้น เด็กหญิงกับล้อเลื่อนจะชนกันที่ใด ถ้าแรงดึงข เด็กหญิงมีค่าคงที่ และไม่คิดแรงเสียดทาน

วิธีทำ

จาก $$F = ma \qquad (1)$$

(a) แรงที่กระทำต่อล้อเลื่อน $F = 5.2$ N และล้อเลื่อนมีมวล $m = 8.4$ kg

แทนค่า F และ m ใน (1) จะได้ความเร่งของล้อเลื่อน

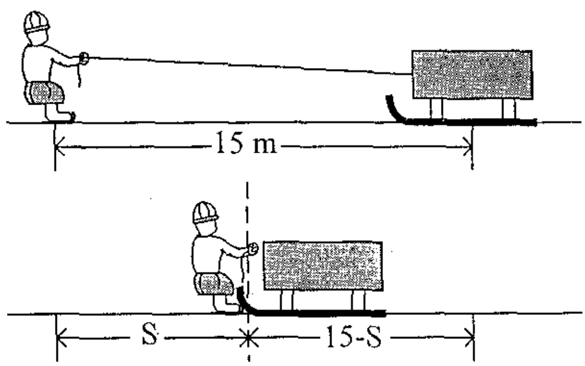
$$a = \frac{5.2\ \text{N}}{8.4\ \text{kg}} = 0.62\ \text{m/s}^2$$

(b) แรงที่กระทำต่อเด็กหญิง F = 5.2 N และมวลของเด็กหญิง m = 40 kg

แทนค่า F และ m ใน (1) จะได้ความเร่งของเด็กหญิง

$$a = \frac{5.2\ \text{N}}{40\ \text{kg}} = 0.13\ \text{m/s}^2$$

(c) ให้เด็กหญิงกับล้อเลื่อนชนกันที่ตำแหน่งห่างจากเด็กหญิงในตอนเริ่มต้นเป็นระยะ s ดังแสดงในรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 ตำแหน่งการชนกันระหว่างเด็กหญิงกับล้อเลื่อน

พิจารณาการเคลื่อนที่ของเด็กหญิง

$$S = v_0t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + \frac{1}{2}(0.13\ \text{m/s}^2)\,t^2$$

$$S = \frac{1}{2}(0.13\ \text{m/s}^2)\,t^2$$

$$2S = (0.13\ \text{m/s}^2)t^2 \qquad (2)$$

พิจารณาการเคลื่อนที่ของล้อเลื่อน

$$(15\,\text{m} - S) = \frac{1}{2}(0.62\ \text{m/s}^2)\,t^2$$

$$30\,\text{m} - 2S = (0.62\ \text{m/s}^2)\,t^2 \qquad (3)$$

$$(2) \div (3) \qquad \frac{2S}{30\text{ m} - 2S} = \frac{(0.13\text{ m/s}^2)}{(0.62\text{ m/s}^2)} = 0.21$$

$$2S = 0.21 \times 30\text{ m} - 0.21 \times 2S$$

$$2S + 0.42S = 6.3\text{ m}$$

$$S = \frac{6.3\text{ m}}{2.42}$$

$$= 2.6\text{ m}$$

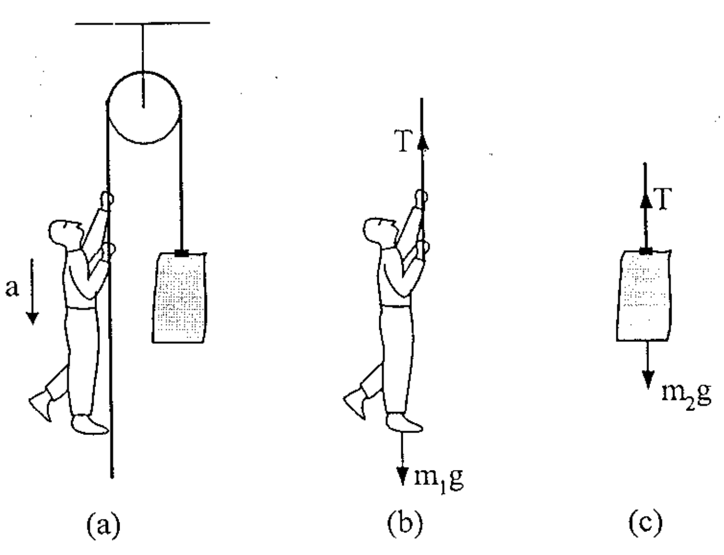
ตัวอย่างที่ 2.6 คนมวล 110 กิโลกรัม หย่อนตัวเองลงมาถึงพื้นจากความสูง 12 เมตร โดยใช้เชือกคล้องผ่านรอกเกลี้ยง ปลายข้างหนึ่งผูกติดกับถุงทรายมวล 74 กิโลกรัม ถามว่า

(a) อัตราเร็วของคนเมื่อกระทบพื้นมีค่าเท่าใด

(b) เขาจะทำอย่างไรเพื่อจะลดอัตราเร็วกระทบพื้น

วิธีทำ

เขียนแผนภาพอิสระ (free-body diagram) ของแรงที่กระทำต่อระบบดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 **(a) การหย่อนตัวของคนด้วยความเร่ง a โดยใช้เชือกคล้องผ่านรอกเกลี้ยงแล้วผูกติดกับถุงทราย**

(b) แผนภาพอิสระของแรงที่กระทำต่อคน

(c) แผนภาพอิสระของแรงที่กระทำต่อถุงทราย

(a) จาก

$$\Sigma F = ma$$

พิจารณาการเคลื่อนที่ของชายจะได้

$$m_1 g - T = m_1 a$$

$$(110\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) - T = (110\ \text{kg})a \qquad (1)$$

พิจารณาการเคลื่อนที่ของถุงทรายจะได้

$$T - m_2 g = m_2 a$$

$$T - (74\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) = (74\ \text{kg})\ a \qquad (2)$$

$(1) + (2)$; $\quad (110\ \text{kg} - 74\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) = (184\ \text{kg})\ a$

$$a = \frac{36 \times 9.8}{184} = 1.92\ \text{m/s}^2$$

หาความเร็วของชายเมื่อกระทบพื้น

$$v^2 = v_0^2 + 2\,as$$

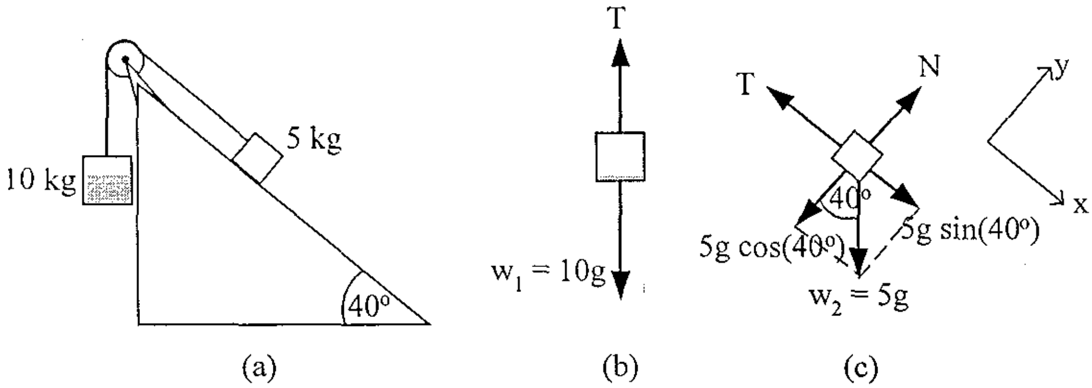
$$= 0^2 + 2(1.92\ \text{m/s}^2)(12\ \text{m})$$

$$= 46.08\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

$$v = 6.79\ \text{m/s}$$

(b) เขาต้องไต่เชือกขึ้นให้ความเร็วสัมพัทธ์ลดลงเพื่อลดอัตราเร็วกระทบพื้น

ตัวอย่างที่ 2.7 วัตถุ 2 ก้อน ซึ่งมีมวล 10 กิโลกรัม และ 5 กิโลกรัมตามลำดับ ผูกติดกันโดยเชือกเบาซึ่งคล้องผ่านรอกคล่องแล้วเคลื่อนที่ไปบนระนาบเอียงดังแสดงในรูปที่ 2.6 (a) ถ้าหากวัตถุซึ่งมีมวล 5 กิโลกรัม เคลื่อนที่บนระนาบเอียงซึ่งทำมุม 40° กับแนวราบ จงหาความเร่งของวัตถุทั้งสองและแรงตึงในเส้นเชือก



รูปที่ 2.6 (a) วัตถุ 2 ก้อนผูกติดกันโดยเชือกเบาคล้องผ่านรอกคล่อง
(b) แผนภาพอิสระของแรงที่กระทำต่อวัตถุมวล 10 กิโลกรัม
(c) แผนภาพอิสระของแรงที่กระทำต่อวัตถุมวล 5 กิโลกรัม

วิธีทำ เขียนแผนภาพอิสระของแรงที่กระทำต่อวัตถุแต่ละก้อน
ดังแสดงในรูปที่ 2.6 (b) และ (c)
พิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุ 10 kg

จาก
$$\Sigma F = ma$$
$$T - mg = ma$$
$$T - (10\text{ kg})g = (10\text{ kg})a \qquad (1)$$

พิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุ 5 kg โดยสมมติให้แกน x อยู่ในแนวเดียวกับระนาบเอียง ดังรูปที่ 2.6 (c)

จาก
$$\Sigma F_x = ma_x$$
$$mg\sin\theta - T = ma$$
$$(5\text{ kg})g\sin 40^\circ - T = (5\text{ kg})a \qquad (2)$$

จาก $$\Sigma F_y = ma_y$$

$$N - mg\cos\theta = 0$$

$$N - (5\text{ kg})g\cos 40^\circ = 0 \qquad (3)$$

(1) + (2) จะได้

$$(5\text{ kg})g\sin 40^\circ - 10g = (15\text{ kg})\ a$$

$$\therefore\ a = \frac{(5\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(0.643) - (10\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)}{15\text{ kg}}$$

$$= -4.43\text{ m/s}^2$$

เครื่องหมายลบของ a แสดงว่าวัตถุเคลื่อนที่ในทางตรงข้ามกับแกน +x หรือวัตถุ 10 กิโลกรัม เคลื่อนที่ลงในแนวดิ่ง

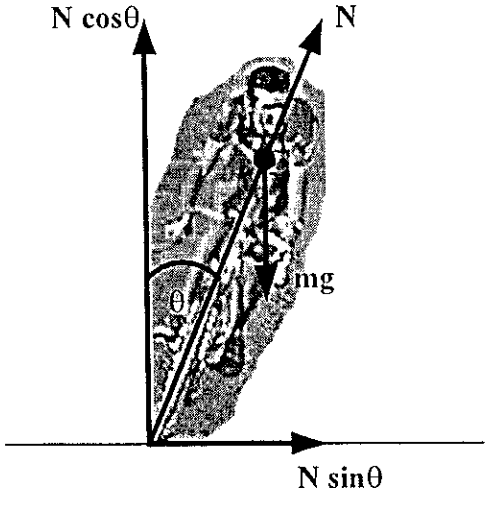
เมื่อแทนค่า a ในสมการ (1) จะได้

$$T = (10\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2) + (10\text{ kg})(-4.43\text{ m/s}^2)$$

$$= 53.7\text{ N}$$

ตัวอย่างที่ 2.8 คนขี่จักรยานเป็นวงกลมรัศมี 25 เมตร ด้วยอัตราเร็ว 8.7 เมตร/วินาที ดังรูปที่ 2.7 ถ้ามวลของจักรยานและคนขี่เท่ากับ 85 กิโลกรัม จงคำนวณขนาดและทิศทางของแรงปฏิกิริยาที่ถนนทำกับจักรยาน

วิธีทำ เขียนแผนภาพอิสระของแรงที่กระทำต่อระบบดังรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 **คนขี่จักรยานเป็นวงกลมรัศมี 25 เมตร ด้วยอัตราเร็ว 8.7 เมตร/ชั่วโมง**

ให้จักรยานเอียงทำมุม θ กับแนวดิ่ง (แนวแกน y) และเคลื่อนที่เป็นวงกลมในแนวราบ และเมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งและแนวราบจะได้

$$\Sigma F_y = 0 \; ; \qquad N\cos\theta = mg \qquad (1)$$

$$\Sigma F_r = ma_r \; ; \qquad N\sin\theta = m\frac{v^2}{r} \qquad (2)$$

$$(2)\div(1) \; ; \qquad \tan\theta = \frac{v^2}{gr} = \frac{(8.7 \text{ m/h})^2}{(9.8 \text{ m/s}^2)(25 \text{ m})} = 0.31 \qquad (3)$$

$$\theta = \arctan 0.31$$

$$= 17.2^\circ$$

แทนค่า θ ใน (1)

$$N \cos(17.2^\circ) = (85\,\text{kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 833 \text{ N}$$

$$N = \frac{833 \text{ N}}{\cos 17.2} = \frac{833 \text{ N}}{0.955}$$

$$= 871.9 \text{ N}$$

ตัวอย่างที่ 2.9 ลูกอุกกาบาตมวล 0.25 กิโลกรัม กำลังตกลงมาตามแนวดิ่งสู่ผิวโลก โดยผ่านชั้นบรรยากาศด้วยความเร่ง 9.2 เมตร/วินาที^{2} นอกจากแรงโน้มถ่วงแล้ว ยังมีแรงต้านตามแนวดิ่งเนื่องจากชั้นบรรยากาศกระทำต่อลูกอุกกาบาต จงหาขนาดของแรงต้านนี้

วิธีทำ

ให้แกน y อยู่ในแนวดิ่งและ R เป็นแรงต้านของบรรยากาศ

จาก $$\Sigma F_y = ma_y$$

$$mg - R = ma$$

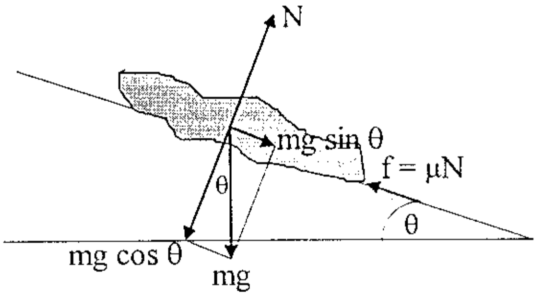
$$(0.25 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) - R = (0.25 \text{ kg})(9.2 \text{ m/s}^2)$$

$$R = 0.25\,(9.8 - 9.2)\,\text{N} = 0.25 \times 0.6 \text{ N} = 0.15 \text{ N}$$

ตัวอย่างที่ 2.10 สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิตระหว่างกระทะเทฟลอน (teflon) และไข่ดาวมีค่าประมาณ 0.04 เมื่อเราเอียงกระทะมุมเอียงน้อยที่สุดมีค่าเท่าไร จึงจะทำให้ไข่พอดีเลื่อนออกจากกระทะ

วิธีทำ

ให้เอียงกระทะ เป็นมุม θ กับแนวราบจะเกิดแรงกระทำต่อไข่ดาวดังรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 **ไข่ดาวอยู่ในกระทะเทฟลอน (teflon) ซึ่งเอียงเป็นมุม θ กับแนวราบ**

ถ้า N คือแรงปฏิกิริยาที่พื้นกระทะกระทำต่อไข่ดาวจะได้

$$\therefore\ N = mg\cos\theta$$

แรงที่ทำให้ไข่ดาวเลื่อนมีค่าเท่ากับ mg sin θ ซึ่งมีค่าเท่ากับแรงเสียดทาน f ระหว่างไข่ดาวกับกระทะ ซึ่งมีค่า

$$f = \mu N$$

$$\therefore\ mg\sin\theta = \mu\, mg\cos\theta$$

$$\tan\theta = \mu$$

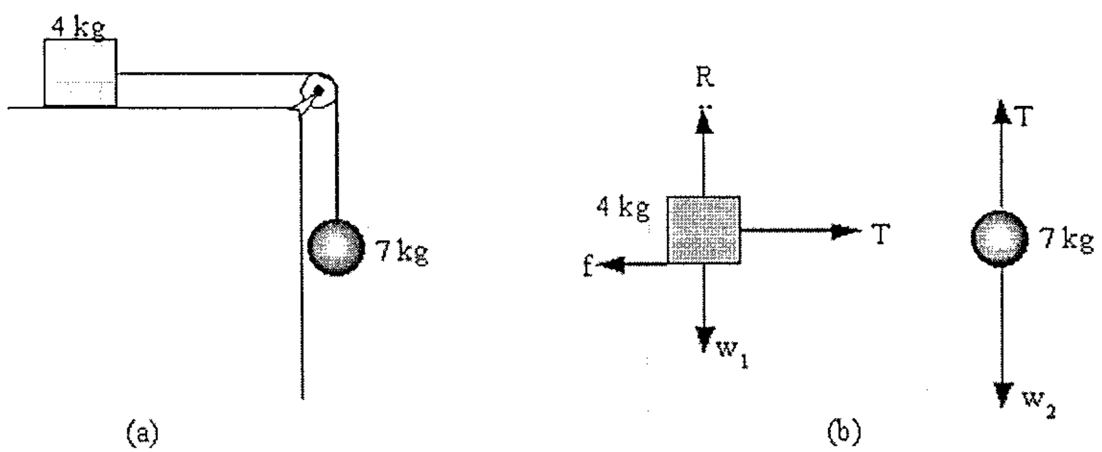
$$= 0.04$$

$$\theta = \tan^{-1} 0.04$$

$$= 2.3^\circ$$

ตัวอย่างที่ 2.11 วัตถุสองก้อนซึ่งมีมวล 4 กิโลกรัมและ 7 กิโลกรัมผูกติดกันโดยเชือกเบาแล้วคล้องผ่านรอกคล่องดังรูปที่ 2.9(a) ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างวัตถุมวล 4 กิโลกรัม กับพื้นที่มีค่า 0.30 จงหาความเร่งของวัตถุและแรงดึงในเชือก

วิธีทำ เขียนแผนภาพอิสระของแรงที่กระทำต่อวัตถุมวล 4 และ 7 kg ดังรูปที่ 2.9(b) และ 2.9(c)



รูปที่ 2.9 **(a) วัตถุ 2 ก้อนผูกติดกันด้วยเชือกเบาคล้องผ่านรอกคล่อง**
(b) แผนภาพอิสระของแรงที่กระทำต่อวัตถุมวล 4 kg
(c) แผนภาพอิสระของแรงที่กระทำต่อวัตถุมวล 7 kg

พิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุ 4 kg ด้วยความเร่ง a ในแนวราบ

จาก $$\Sigma F_x = ma_x$$

$$T - f = (4\text{ kg})\,a$$

$$T - \mu_k R = (4\text{ kg})\,a \qquad (1)$$

จาก $$\Sigma F_y = ma_y$$

$$R - W_1 = 0$$

$$R = m_1 g$$

$$= (4\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)$$

$$= 39.2\text{ N}$$

แทนค่า R ใน (1) จะได้

$$T - (0.3)(39.2\ \text{N}) = (4\ \text{kg})a$$

$$T = (4\ \text{kg})a + 11.8\ \text{N} \qquad (2)$$

พิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุ 7 กิโลกรัมด้วยความเร่ง a ในแนวดิ่ง

จาก

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$W_2 - T = m_2 a$$

$$(7\ \text{kg})g - T = (7\ \text{kg})a$$

$$T = (7\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) - (7\ \text{kg})a$$

$$T = 68.6\ \text{N} - (7\ \text{kg})a \qquad (3)$$

จาก (2) = (3) จะได้

$$(4\ \text{kg})a + 11.8\ \text{N} = 68.6\ \text{N} - (7\ \text{kg})a$$

$$(11\ \text{kg})a = 56.8\ \text{N}$$

$$a = \frac{56.8\ \text{N}}{11\ \text{kg}} = 5.16\ \text{m/s}^2$$

แทนค่า a ใน (3) จะได้

$$T = 68.6\ \text{N} - (7\ \text{kg})(5.16\ \text{m/s}^2)$$

$$= 32.5\ \text{N}$$

สรุป

1. น้ำหนักและมวล

น้ำหนักของก้อนมวลบนผิวโลกคือ แรงโน้มถ่วงที่โลกกระทำต่อมวล ซึ่งมีทิศทางเข้าสู่จุดศูนย์กลางของโลก ถ้าวัตถุมีมวล m วัตถุจะมีน้ำหนัก W มีค่า

$$W = mg$$

เมื่อ g คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

2. ความเสียดทาน

แรงเสียดทานระหว่างผิวสัมผัสของวัตถุ มี 2 ชนิดคือ

2.1 แรงเสียดทานสถิต (f_s) เป็นแรงเสียดทานระหว่างผิวสัมผัสของวัตถุในขณะอยู่นิ่ง ซึ่งมีค่า

$$f_s \leq \mu_s N$$

2.2 แรงเสียดทานจลน์ (f_k) เป็นแรงเสียดทานระหว่างผิวสัมผัสของวัตถุในขณะเคลื่อนที่ ซึ่งมีค่า

$$f_k = \mu_k N$$

3. การประยุกต์กฎของนิวตัน

พิจารณาแรงภายนอกที่กระทำต่อวัตถุในแนวแกน x , y และ z แล้วใช้กฎของนิวตันข้อที่ 2 ในแต่ละแกน

$$\Sigma F_x = ma_x$$

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$\Sigma F_z = ma_z$$

บรรณานุกรม

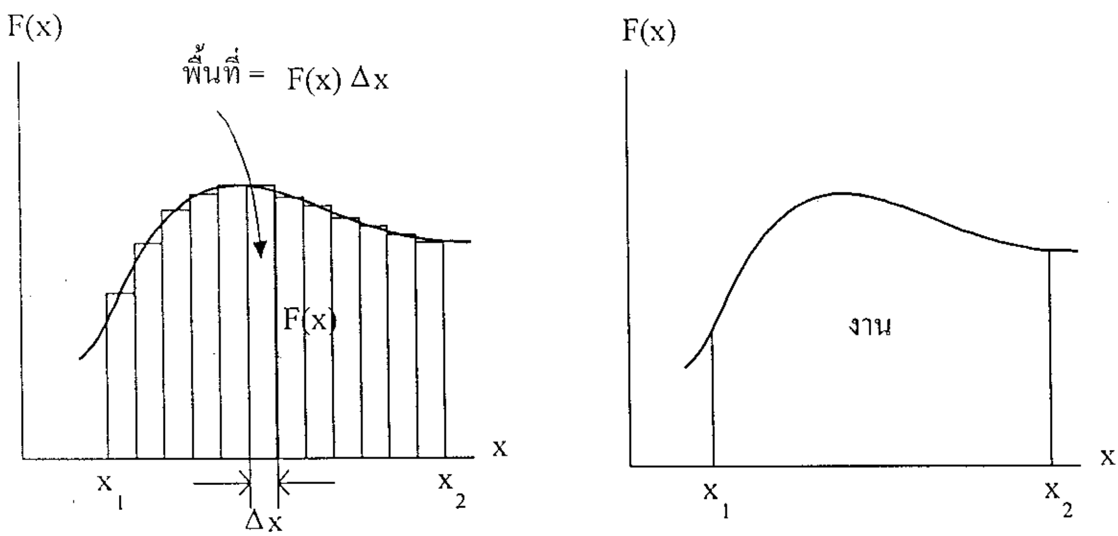
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี. สำนักวิชาวิทยาศาสตร์. สาขาวิชาฟิสิกส์. 2540. ฟิสิกส์ 1. พิมพ์ครั้งที่ 3. นนทบุรี: เอส.อาร์.พริ้นติ้ง แมสโปรดักส์.

Halliday, David., and Resnick, Robert. 1978. **Physics** (3rd ed.). New York: Wiley.

Serway, Raymond A., and Faughn, Jerry S. 1991. **College Physics** (3rd ed.). Philadelphia: Sounder College Publishing.

หน่วยที่ 3

งานและพลังงาน



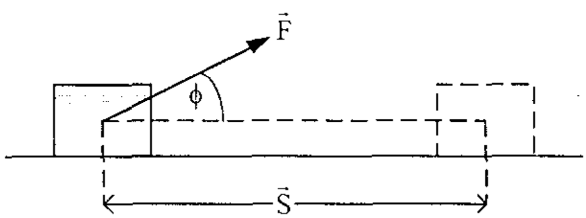
โดย อาจารย์พันเอก ดร.วรศิษย์ อุชัย

ตอนที่
3.1

งาน

ในการแก้ปัญหาทางกลศาสตร์บางอย่างอาจทำได้ง่ายกว่า ถ้าใช้หลักการของงานแทนกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน ทั้งนี้เพราะว่างานเป็นปริมาณสเกลาร์ซึ่งมีความง่ายในการคำนวณ ในตอนนี้จะกล่าวถึงเรื่องงานของแรงคงตัว งานของแรงไม่คงตัว งานและพลังงานจลน์ และกำลัง

1. งานของแรงคงตัว



รูปที่ 3.1 แรงคงตัว $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุแล้วทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปด้วยการกระจัด $\vec{S}$

งาน W ที่เกิดจากแรงคงตัว $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุแล้วทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปด้วยการกระจัด $\vec{S}$ ดังแสดงในรูปที่ 3.1 มีค่า

$$W = \vec{F}\cdot\vec{S} = FS\cos\phi \qquad (3.1)$$

เมื่อ ϕ คือมุมระหว่างแรง $\vec{F}$ และการกระจัด $\vec{S}$

จากสมการ (3.1) จะเห็นว่างานเป็นปริมาณสเกลาร์ ซึ่งอาจมีค่าเป็นได้ทั้งบวกและลบขึ้นอยู่กับทิศทางของแรงที่กระทำหรือมุม ϕ ระหว่างแรงและการกระจัด งานที่มีค่าเป็นบวก (+) แสดงว่าระบบได้งานและงานที่มีค่าเป็นลบ (–) แสดงว่าระบบเสียงานหรือทำงาน หน่วยของงานที่นิยมใช้คือหน่วยในระบบ SI ซึ่งมีหน่วยเป็นนิวตัน–เมตร (N–m) หรือ จูล (joules , J) แต่ในสาขาวิชาฟิสิกส์

อะตอม (Atomic Physics) และฟิสิกส์นิวเคลียร์ (Nuclear Physics) นิยมใช้หน่วยของงานเป็นอิเล็กตรอนโวลต์ (electron–volt , eV)

งาน 1 eV คืองานที่ใช้ในการขับเคลื่อนอิเล็กตรอนผ่านความต่างศักย์หนึ่งโวลต์ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 1.602×10^{-19} J

ในกรณีที่มีแรงหลายแรงกระทำต่อวัตถุจะหางานลัพธ์ ΣW ได้โดยรวมงานที่เกิดขึ้น เนื่องจากแรงแต่ละแรงหรือ

$$\Sigma W = W_1 + W_2 + W_3 + \ldots \tag{3.2}$$

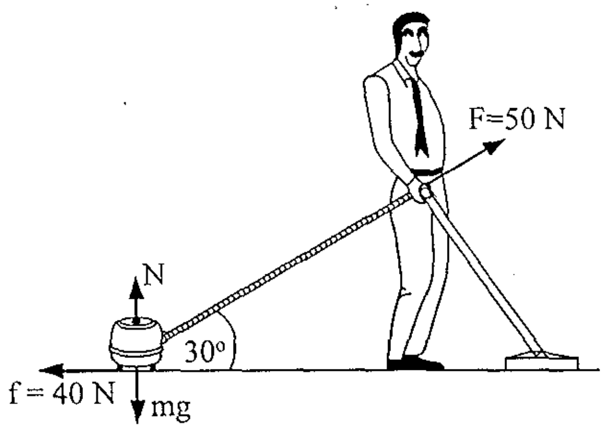
เมื่อ W_1 , W_2 และ W_3 คืองานเนื่องจากแรง F_1 , F_2 และ F_3 ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 3.1 คนงานทำความสะอาดกำลังดูดฝุ่นโดยออกแรง 50 นิวตัน ลากเครื่องดูดฝุ่นในทิศทางทำมุม 30° กับระนาบของพื้นดังรูปที่ 3.2 ถ้าเขาลากเครื่องดูดฝุ่นไปเป็นระยะ 3 เมตร บนพื้นและมีแรงเสียดทานระหว่างเครื่องดูดฝุ่นกับพื้นเป็น 40 นิวตัน จงหา

a) งานเนื่องจากแรง 50 นิวตัน

b) งานเนื่องจากแรงเสียดทาน

c) งานลัพธ์เนื่องจากแรงทั้งสอง



รูปที่ 3.2 **คนงานทำความสะอาดออกแรงลากเครื่องดูดฝุ่นด้วยแรง 50 นิวตัน ในทิศทำมุม 30° กับระนาบของพื้น**

วิธีทำ

จาก $W = \vec{F}\cdot\vec{S} = FS\cos\phi$

(a) $F = 50\text{ N}$, $S = 3\text{ m}$, $\phi = 30°$

∴ งานเนื่องจากแรง 50 N คือ $W_F = (50\text{ N})(3\text{ m})(\cos 30°)$

$$= 50 \times 3 \times 0.866 \text{ J}$$

$$= 130 \text{ J}$$

(b) $f = 40\text{ N}$, $S = 3\text{ m}$ และ $\phi = 180°$

∴ งานเนื่องจากแรงเสียดทานคือ $W_f = (40\text{ N})(3\text{ m})(\cos 180°)$

$$= 40 \times 3 \times (-1) \text{ J}$$

$$= -120 \text{ J}$$

(c) งานลัพธ์เนื่องจากแรงทั้งสองคือ $\Sigma W = W_F + W_f$

$$= 130 - 120 \text{ J}$$

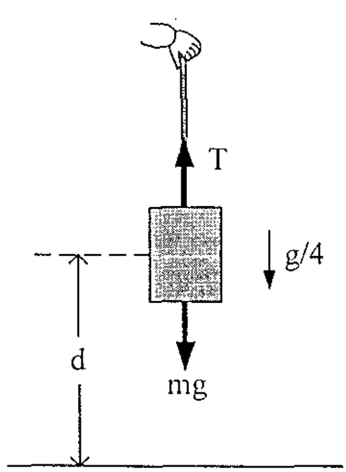
$$= 10 \text{ J}$$

ตัวอย่างที่ 3.2 มวล M ติดปลายเชือก ถูกหย่อนลงตามแนวดิ่งเป็นระยะ d ด้วยความเร่ง g/4 ดังรูปที่ 3.3 จงคำนวณหา

(a) งานของแรงดึงเชือก

(b) งานของแรงโน้มถ่วง

(c) งานลัพธ์ของแรงทั้งสอง



รูปที่ 3.3 **วัตถุมวล M ถูกหย่อนลงในแนวดิ่งเป็นระยะ d ด้วยความเร่ง g/4**

วิธีทำ จากกฎข้อที่สองของนิวตัน

$$\Sigma F = ma$$

จะได้

$$Mg - T = M(g/4)$$

$$T = Mg - Mg/4 = \frac{3}{4}Mg$$

(a) งานของแรงดึงเชือก

$$W_T = \vec{F}\cdot\vec{S} = FS\cos\phi$$

$$= Td\cos 180^\circ$$

$$= \left(\frac{3}{4}Mg\right)(d)(-1)$$

$$= -\frac{3}{4}Mgd$$

(b) งานของแรงโน้มถ่วง

$$W_g = (Mg)(d)(\cos 0^\circ)$$

$$= (Mg)(d)(1)$$

$$= Mgd$$

(c) งานลัพธ์ของแรงทั้งสอง

$$W = W_T + W_g$$

$$= -\frac{3}{4}Mgd + Mgd = \frac{1}{4}Mgd$$

2. งานของแรงไม่คงตัว

แรงไม่คงตัวอาจเป็นได้หลายกรณี เช่น กรณีที่ขนาดของแรงไม่คงตัวแต่ทิศทางคงตัวและกรณีที่ทั้งขนาดของแรงและทิศทางไม่คงตัว เป็นต้น การหางานเนื่องจากแรงดังกล่าวจะแตกต่างกันดังจะกล่าวถึงในหัวข้อต่อไปนี้

2.1 งานของแรงที่มีขนาดไม่คงตัวแต่ทิศทางคงตัว

ให้วัตถุถูกกระทำโดยแรง $F(x)$ ซึ่งมีขนาดไม่คงตัวแต่มีทิศทางคงตัวในแนวแกน x ดังรูปที่ 3.4 (a) เนื่องจากแรง $F(x)$ มีขนาดไม่คงตัวจึงไม่สามารถใช้สมการ (3.1) คำนวณค่าของงานได้ แต่ถ้าเราพิจารณาในช่วงสั้นๆ Δx อาจถือได้ว่าแรง $F(x)$ มีขนาดคงตัว ซึ่งสามารถคำนวณค่าของงาน ΔW โดยสมการ (3.1) ได้เป็น

$$\Delta W = F(x)\,\Delta x \tag{3.3}$$

งานในสมการ (3.3) ก็คือ พื้นที่ใต้กราฟของกราฟระหว่าง F(x) และ x นั่นเอง ถ้าหากเราแบ่งกราฟของแรงดังกล่าวออกเป็นช่วงสั้นๆ Δx หลายๆ ช่วง งานลัพธ์ของแรง F(x) ที่กระทำจากตำแหน่ง x_1 ไปยัง x_2 จะมีค่าเท่ากับผลรวมของงานในแต่ละช่วงหรือ

$$W = \Sigma F(x)\,\Delta x \tag{3.4}$$

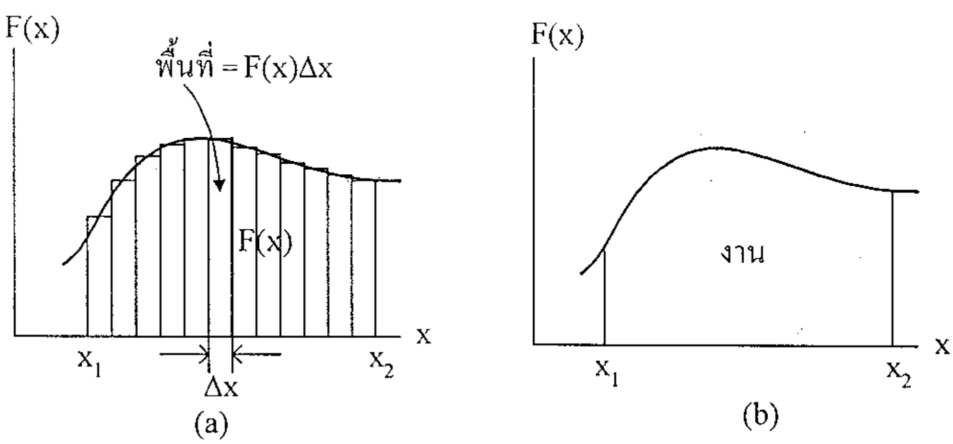
ในขอบเขต (limit) ของ $\Delta x \to 0$ สมการ (3.4) จะกลายเป็น

$$W = \lim_{\Delta x \to 0} \Sigma F(x)\Delta x$$

หรือ

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\,dx \tag{3.5}$$

งานในสมการ (3.5) ก็คือพื้นที่ใต้กราฟของกราฟระหว่าง F(x) และ x ดังแสดงในรูปที่ 3.4 (b)



รูปที่ 3.4 **(a) วัตถุถูกกระทำด้วยแรงไม่คงตัว F(x) ในแนวแกน x จากตำแหน่ง x_1 ไปยัง x_2**
(b) งานของแรงไม่คงตัว F(x) ที่กระทำต่อวัตถุจากตำแหน่ง x_1 ไปยัง x_2 ก็คือพื้นที่ใต้กราฟของกราฟระหว่าง F(x) และ x

2.2 งานของแรงที่มีขนาดและทิศทางไม่คงตัว

ในกรณีที่แรงมีขนาดและทิศทางไม่คงตัวจะหางานในการเคลื่อนวัตถุจากตำแหน่งที่ 1 ไปยังตำแหน่งที่ 2 ได้ดังนี้

$$W = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} \tag{3.6}$$

เมื่อ $\vec{F}$ คือแรงที่กระทำกับวัตถุ และ $d\vec{s}$ คือการกระจัด

การอินทิเกรตในสมการ (3.6) เป็นอินทิกรัลเชิงเส้น (line integral) ซึ่งต้องรู้ฟังก์ชันของแรง $\vec{F}$ และการกระจัด $d\vec{s}$ ก่อนที่จะสามารถอินทิเกรตเพื่อหาค่าของงานได้ ตัวอย่างเช่น ถ้า $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j}$ และ $d\vec{s} = dx\hat{i} + dy\hat{j}$ งานในสมการ (3.6) จะกลายเป็น

$$W = \int_1^2 \left(F_x\hat{i} + F_y\hat{j}\right)\cdot\left(dx\hat{i} + dy\hat{j}\right)$$

$$= \int_1^2 \left(F_x dx + F_y dy\right) \qquad (3.7)$$

ในการอินทิเกรตสมการที่ (3.7) ต้องทราบฟังก์ชันของ F_x และ F_y ในรูปของพิกัด x และ y

ตัวอย่างที่ 3.3 แรงกระทำต่อวัตถุเป็นไปตามสมการ $F = F_0\,(x/x_0 - 1)$ จงคำนวณหางานในการเคลื่อนวัตถุจาก $x = 0$ ไปยัง $x = 3x_0$

(a) โดยวิธีการเขียนกราฟ F(x) แล้วหาพื้นที่ใต้เส้นกราฟ

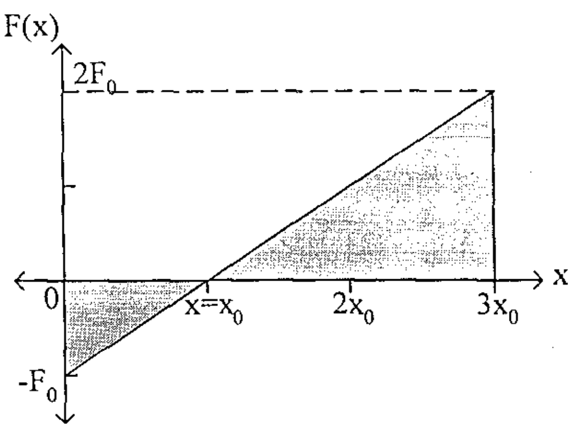
(b) โดยวิธีอินทิเกรต

วิธีทำ

(a) จาก $$F(x) = \left(\frac{F_0}{x_0}\right)x - F_0$$

เมื่อ $x = 0$, $F(x) = -F_0$ และเมื่อ $x = 3x_0$, $F(x) = 2F_0$

เมื่อเขียนกราฟระหว่างแรง F(x) กับการกระจัด x จะได้กราฟดังแสดงในรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 **กราฟของแรง F(x) ในฟังก์ชันของ x**

งาน W ในการเคลื่อนวัตถุจาก x = 0 ไปยัง x = $3x_0$ ก็คือพื้นที่ใต้กราฟ ซึ่งหาค่าได้ดังนี้

$$W = -\frac{1}{2}F_0x_0 + \frac{1}{2}(2F_0)(2x_0)$$

$$= -\frac{1}{2}F_0x_0 + 2F_0x_0$$

$$= \frac{3}{2}F_0x_0$$

จากสมการ (3.5) งานในการเคลื่อนวัตถุจาก x_1 ไปยัง x_2 มีค่า

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$$

$$= \int_0^{3x_0} \left(\frac{F_0}{x_0}x - F_0\right)dx$$

$$= \left|\frac{F_0}{x_0}\frac{x^2}{2} - F_0x\right|_0^{3x_0}$$

$$= \frac{F_0}{2x_0}(9x_0^2) - F_0(3x_0)$$

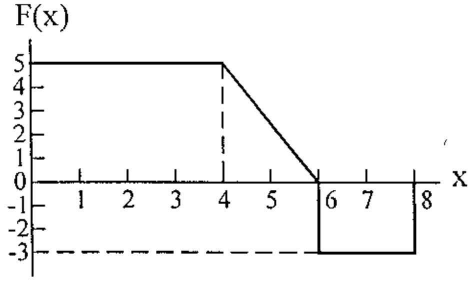
$$= \frac{3}{2}F_0x_0$$

ตัวอย่างที่ 3.4 วัตถุก้อนหนึ่งถูกแรง F(x) ในหน่วย N กระทำในแนวแกน x ดังแสดงในรูปที่ 3.6 จงหา

a) งานในการเคลื่อนวัตถุจาก x = 0 ถึง x = 6 m

b) งานในการเคลื่อนวัตถุในช่วง 2m ถัดไป

c) งานลัพธ์ในการเคลื่อนวัตถุตั้งแต่ x = 0 ถึง x = 8 m



รูปที่ 3.6 **แรง F(x) กระทำต่อวัตถุในแนวแกน x ตั้งแต่ x = 0 ถึง x = 8 m**

วิธีทำ

เนื่องจากงานของแรงที่กระทำต่อวัตถุก็คือพื้นที่ใต้กราฟ

a) งานในการเคลื่อนวัตถุจาก $x = 0$ ถึง $x = 6$ m คือ

$$W_1 = (5\,\mathrm{N})(4\,\mathrm{m}) + \frac{1}{2}(5\,\mathrm{N})(2\,\mathrm{m})$$
$$= 25\ \mathrm{J}$$

b) งานในการเคลื่อนวัตถุจาก $x = 6$ ถึง $x = 8$ m คือ

$$W_2 = (-3\,\mathrm{N})(2\,\mathrm{m})$$
$$= -6\ \mathrm{J}$$

c) งานลัพธ์ในการเคลื่อนวัตถุจาก $x = 0$ ถึง $x = 8$ m

$$W = W_1 + W_2$$
$$= 25\ \mathrm{J} + (-6\ \mathrm{J})$$
$$= 19\ \mathrm{J}$$

3. งานและพลังงานจลน์

งานและพลังงานมีความสัมพันธ์ต่อกันและสามารถใช้ทดแทนกันได้ เราสามารถใช้ความสัมพันธ์ดังกล่าวเพื่ออธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุได้เช่นเดียวกับกฎข้อที่สองของนิวตันแต่จะง่ายกว่ามากในทางปฏิบัติ ทั้งนี้เพราะเหตุว่างานและพลังงานเป็นปริมาณสเกลาร์

สมมติให้วัตถุมวล m ถูกกระทำด้วยแรงลัพธ์ ΣF ที่มีค่าคงตัว วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งคงตัว a ซึ่งตามกฎข้อที่สองของนิวตันจะได้

$$\Sigma F = ma = m\frac{dv}{dt} = m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}$$

หรือ

$$\Sigma F = mv\frac{dv}{dx} \tag{3.8}$$

งานของแรงในสมการ (3.8) จะมีค่า

$$\Sigma W = \int \Sigma F\,dx = \int mv\frac{dv}{dx}\,dx = \int mv\,dv \tag{3.9}$$

ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต้น v_1 และความเร็วปลาย v_2 จะได้

$$\Sigma W = \int_{v_1}^{v_2} mvdv$$

$$= \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \qquad (3.10)$$

เมื่อเทอม $\frac{1}{2}mv^2$ คือพลังงานจลน์ E_k ของวัตถุ ดังนั้นสมการ (3.10) จึงแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างงานและพลังงานจลน์ของวัตถุ โดยงานที่กระทำต่อวัตถุจะทำให้พลังงานจลน์ของวัตถุเปลี่ยนไปหรือ

$$\Sigma W = \Delta E_k = E_{k_2} - E_{k_1} \qquad (3.11)$$

เราเรียกสมการ (3.11) ว่า **ทฤษฎีบทงาน-พลังงาน**

ตัวอย่างที่ 3.5 ถ้าอิเล็กตรอนนำไฟฟ้า (conduction electron) ในโลหะทองแดง มีพลังงานจลน์ 4.2 eV ที่อุณหภูมิเกือบศูนย์องศาสัมบูรณ์ (absolute tempurature) อัตราเร็วของอิเล็กตรอนมีค่าเท่าใด

วิธีทำ

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$(4.2\ eV)(1.6 \times 10^{-19}\ J/eV) = \frac{1}{2}(9.11 \times 10^{-31}\ kg)v^2$$

$$\therefore\ v^2 = \frac{4.2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 2}{9.11 \times 10^{-31}}\ m^2/s^2$$

$$= 1.54 \times 10^{12}\ m^2/s^2$$

$$v = 1.24 \times 10^6\ m/s = 1240\ km/s$$

ตัวอย่างที่ 3.6 ถ้าโลกหมุนรอบดวงอาทิตย์หนึ่งรอบใช้เวลา 1 ปี ต้องใช้งานเท่าใดในการจะหยุดโลกให้นิ่งเทียบกับดวงอาทิตย์ กำหนดให้มวลของโลกเท่ากับ 5.98×10^{24} kg รัศมีของวงโคจรเท่ากับ 150×10^6 km และ 1 ปีมี 365 วัน

วิธีทำ

ความเร็ว v ของโลกที่หมุนรอบดวงอาทิตย์ก็คืออัตราส่วนของระยะของวงโคจรต่อคาบหรือเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ครบรอบหรือ

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

แทนค่า $r = 150 \times 10^6$ km และ $T = 365$ days จะได้

$$v = \frac{2\pi \times (150 \times 10^6 \text{ km})}{(365 \text{ d})(24 \text{ h/d})(3600 \text{ s/h})}$$

$$= 29.9 \text{ km/s}$$

งานในการหยุดโลกให้นิ่งเทียบกับดวงอาทิตย์ก็คือพลังงานจลน์ในการเคลื่อนที่ของโลกหรือ

$$W = \frac{1}{2}M_E v^2 = \frac{1}{2}(5.98 \times 10^{24} \text{ kg})(29.9 \times 10^3 \text{ m/s})^2$$

$$= 2.67 \times 10^{33} \text{ J}$$

4. กำลัง

กำลัง (power) เป็นปริมาณที่ใช้วัดขีดความสามารถหรือประสิทธิภาพของการทำงานของระบบ ระบบใดที่สามารถทำงานอันหนึ่งได้เร็วกว่าอีกระบบหนึ่งถือว่าระบบนั้นมีกำลังสูงกว่า ดังนั้น กำลังก็คืออัตราการทำงานหรือปริมาณงานที่ทำได้ในหนึ่งหน่วยเวลาหรือ

$$P_{ave} = \frac{W}{\Delta t} \qquad (3.12)$$

เมื่อ P_{ave} คือ กำลังเฉลี่ย W คืองานที่ทำได้และ Δt คือช่วงเวลาของการทำงาน หน่วยของกำลังในระบบ SI คือ จูลต่อวินาที (J/s) หรือวัตต์ (watt , W) แต่ในบางครั้งก็นิยมใช้หน่วยของกำลังเป็นกำลังม้า (horsepower , hp) โดย 1 hp = 746 วัตต์

ในกรณีที่ช่วงเวลาที่พิจารณาเป็นช่วงสั้นๆ ($\Delta t \to 0$) สมการ (3.12) จะกลายเป็นสมการของกำลังขัดตล (instantaneous power , P) ซึ่งมีค่าเป็น

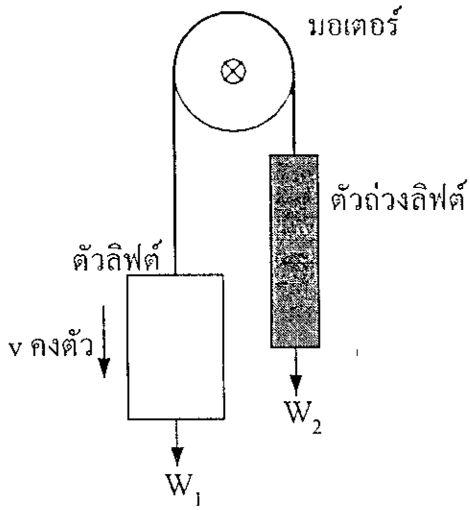
$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \qquad (3.13)$$

เมื่อ $\vec{F}$ และ $\vec{v}$ คือ ของแรงและความเร็วตามลำดับ และถ้าแรง $\vec{F}$ มีทิศทางเดียวกับความเร็ว $\vec{v}$ จะได้

$$P = Fv \qquad (3.14)$$

ตัวอย่างที่ 3.7 ลิฟต์อันหนึ่งสามารถเคลื่อนที่ลงด้วยอัตราเร็วคงตัวได้ระยะ 54.5 เมตร ในเวลา 45.0 วินาที ถ้าลิฟต์มีมวลรวม 1,220 กิโลกรัม และตัวถ่วงลิฟต์ (counter balance) มีมวล 1,380 กิโลกรัม ถามว่ามอเตอร์ไฟฟ้าที่ใช้ขับเคลื่อนลิฟต์ต้องใช้กำลังเท่าใด

วิธีทำ การเคลื่อนที่ของลิฟต์เกิดจากการขับเคลื่อนของมอเตอร์ ดังแสดงในรูปที่ 3.7



***รูปที่ 3.7* ส่วนประกอบของลิฟต์คือตัวลิฟต์ มอเตอร์ และตัวถ่วงลิฟต์**

มอเตอร์จะต้องทำงานเท่ากับผลต่างของงานเนื่องจากน้ำหนักของตัวลิฟต์ W_1 และงานเนื่องจากน้ำหนักของตัวถ่วงลิฟต์ W_2 ตามสมการ

$$W = mgs$$

เมื่อ s คือระยะที่ตัวลิฟต์และตัวถ่วงลิฟต์เคลื่อนที่

ดังนั้น

$$W_1 = (1220\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(54.5\,\text{m})$$

$$= 6.5 \times 10^5\ \text{J}$$

$$W_2 = (1380\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)(54.5\,\text{m})$$

$$= 7.4 \times 10^5\ \text{J}$$

∴ งานของมอเตอร์

$$W = W_2 - W_1$$

$$= 7.4 \times 10^5 - 6.5 \times 10^5\ \text{J}$$

$$= 0.9 \times 10^5\ \text{J}$$

กำลังเฉลี่ยของมอเตอร์จะมีค่า $P_{ave} = \frac{W}{t} = \frac{0.9 \times 10^5 \text{ J}}{43.0 \text{ s}}$

$$= 2093 \text{ W}$$

$$= \frac{2093 \text{ W}}{(746 \text{ W/hp})}$$

$$= 2.8 \text{ hp}$$

ตัวอย่างที่ 3.8 จงหากำลังของหัวรถจักรคันหนึ่งซึ่งสามารถลากขบวนรถไฟที่มีมวล 500,000 กิโลกรัม ให้เคลื่อนที่ไปบนรางด้วยอัตราเร็วคงตัว 40 เมตรต่อวินาที เมื่อสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างรางและล้อรถไฟเป็น 0.02

วิธีทำ

แรงเสียดทานระหว่างล้อรถไฟและรางมีค่า

$$f = \mu mg$$

$$\therefore\ f = (0.02)(500{,}000 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)$$

$$= 98{,}000 \text{ N}$$

$\therefore$ กำลังของหัวรถจักรคือ $P = fv = (98{,}000 \text{ N})(40 \text{ m/s})$

$$= 3.92 \times 10^6 \text{ W}$$

$$= 3.92 \text{ kW}$$

สรุป

1. งานของแรงคงตัว

ถ้าแรงคงตัว $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุแล้วทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยการกระจัด $\vec{S}$ จะได้งาน W มีค่า

$$W = \vec{F} \cdot \vec{S} = FS\cos\phi$$

2. งานของแรงไม่คงตัว

2.1 แรงที่มีขนาดไม่คงตัวแต่ทิศทางคงตัว

งานของแรงที่มีขนาดไม่คงตัวแต่ทิศทางคงตัว มีค่าเท่ากับพื้นที่ใต้กราฟของกราฟระหว่างแรงและการกระจัดหรือการอินทิเกรตตามสมการ

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$$

2.2 แรงที่มีทั้งขนาดและทิศทางไม่คงตัว

งานของแรงที่มีทั้งขนาดและทิศทางไม่คงตัวคือ

$$W = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

กรณีที่แรง $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j}$ และ $d\vec{s} = dx\hat{i} + dy\hat{j}$ งานของแรง $\vec{F}$ มีค่า

$$W = \int_1^2 \left(F_x dx + F_y dy\right)$$

3. งานและพลังงานจลน์

พลังงานจลน์ของวัตถุมวล m ที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v มีค่า

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

งานที่กระทำต่อวัตถุจะมีค่าเท่ากับพลังงานจลน์ของวัตถุที่เปลี่ยนไปหรือ

$$\Sigma W = \Delta E_k$$

เราเรียกความสัมพันธ์นี้ว่าทฤษฎีบทงาน – พลังงานจลน์

4. กำลัง

กำลังเฉลี่ยคืออัตราส่วนของงานที่ทำได้ทั้งหมดต่อช่วงเวลาที่ทำงานนั้นหรือ

$$P_{ave} = \frac{W}{\Delta t}$$

กำลังบัดดลคือกำลังในขณะใดขณะหนึ่งซึ่งมีค่า

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

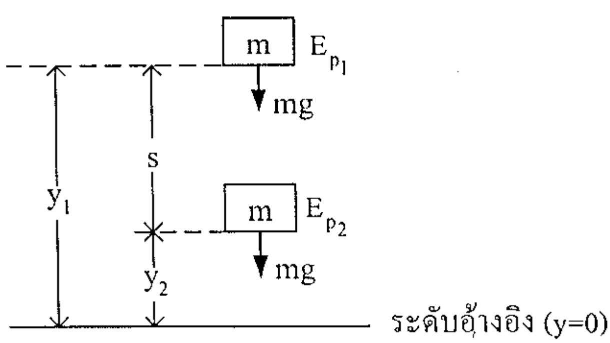
ตอนที่ 3.2

พลังงาน

เนื่องจากงานและพลังงานมีความสัมพันธ์กันและสามารถทดแทนกันได้ ดังนั้น งานที่ทำโดยระบบจึงสามารถเก็บกักไว้ในรูปของพลังงานได้ และในภายหลังพลังงานที่เก็บกักไว้นั้นจะสามารถทำงานได้ ในตอนนี้จะกล่าวถึงเรื่องของพลังงานศักย์ แรงอนุรักษ์ และการอนุรักษ์พลังงาน

1. พลังงานศักย์

ในตอนที่ 3.1 เราพบว่างานทำให้พลังงานจลน์ของวัตถุเปลี่ยนไปหรือในทางกลับกัน เราอาจกล่าวได้ว่าพลังงานจลน์สามารถทำงานได้ ทำนองเดียวกันพลังงานศักย์ (potential energy) ก็สามารถทำงานได้เช่นกัน การตอกเสาเข็มโดยใช้ปั้นจั่น เป็นตัวอย่างหนึ่งของการทำงานโดยอาศัยพลังงานศักย์ เพราะว่าตุ้มน้ำหนักของปั้นจั่นซึ่งมีมวลค่าหนึ่งอยู่สูงจากหัวเสาเข็มเป็นระยะอันหนึ่ง ในตอนแรกจะมีพลังงานศักย์สะสมอยู่ แต่พอปล่อยตุ้มน้ำหนักให้กระแทกหัวเสาเข็ม พลังงานศักย์ที่สะสมอยู่จะทำงานทำให้เสาเข็มเคลื่อนที่จมลงไปในดิน แสดงว่าพลังงานศักย์ทำงานได้ พลังงานศักย์ดังกล่าวถือเป็นพลังงานศักย์โน้มถ่วง ซึ่งสามารถหาค่าได้โดยพิจารณาจากรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 **พลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุมวล m ที่อยู่สูงจากระดับอ้างอิงเป็นระยะ y_1 และ y_2**

ถ้าวัตถุมวล m อยู่สูงจากระดับอ้างอิง เป็นระยะ y_1 จะได้พลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุ ณ ตำแหน่งนี้มีค่า

$$E_{p_1} = mg y_1 \tag{3.15}$$

เมื่อ g คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ทำนองเดียวกันถ้าลดตำแหน่งของวัตถุลงให้อยู่สูงจากระดับอ้างอิงเป็นระยะ y_2 จะมีพลังงานศักย์โน้มถ่วงเป็น

$$E_{p_2} = mg y_2 \tag{3.16}$$

ถ้าให้ $\vec{s}$ เป็นการกระจัดในการเปลี่ยนตำแหน่งของวัตถุ งานที่ทำโดยแรงโน้มถ่วง (mg) จะมีค่า

$$W = mg s = mg y_1 - mg y_2 \tag{3.17}$$

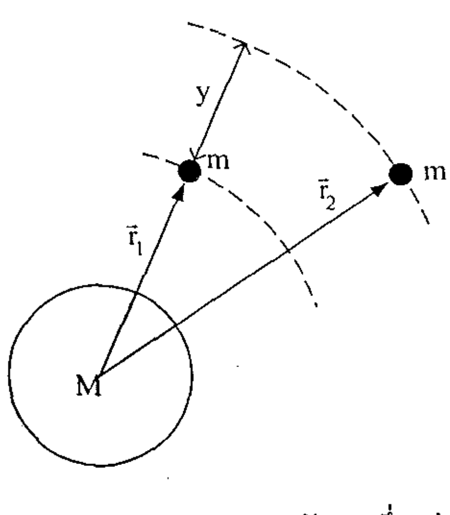
เมื่อ s คือขนาดของการกระจัด $\vec{s}$ และเมื่อแทนค่าสมการ (3.15) และ (3.16) ในสมการ (3.17) จะได้

$$W = E_{p_1} - E_{p_2} = \Delta E_p \tag{3.18}$$

สมการ (3.18) แสดงว่างานที่กระทำต่อวัตถุโดยแรงโน้มถ่วงมีค่าเท่ากับผลต่างของพลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุ

ตัวอย่างที่ 3.9 จงหาพลังศักย์โน้มถ่วงของวัตถุมวล m ซึ่งอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของโลกเป็นระยะ r กำหนดให้โลกมีมวลเป็น M

วิธีทำ พลังงานศักย์โน้มถ่วงในกรณีนี้คืองานในการเคลื่อนวัตถุมวล m จากระยะ r_2 มายัง r_1 ตามรูปที่ 3.9 แต่ถ้าวัตถุอยู่ห่างไกลจากผิวโลก ค่า g จะไม่คงตัวทำให้งานดังกล่าวไม่เท่ากับพลังงานศักย์โน้มถ่วง หรือ $E_p \neq mgy$ แต่จะมีค่าตามสมการ (3.6)



รูปที่ 3.9 **การเคลื่อนวัตถุมวล m จากระยะ r_2 มายัง r_1 ซึ่งอยู่บริเวณห่างไกลจากผิวโลก**

ดังนั้นงานในการเคลื่อนวัตถุมวล m จากระยะ r_2 มายัง r_1 จะมีค่า

$$W = -\int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{s} \qquad (1)$$

แรง $\vec{F}$ ในสมการ (1) จะมีทิศทางขนานกับแนวการเคลื่อนที่ซึ่งอยู่ในแนวรัศมี r ดังนั้นสมการ (1) จะกลายเป็น

$$W = -\int_1^2 F dr \qquad (2)$$

ในที่นี้ F เป็นแรงดึงดูดระหว่างมวลของวัตถุและโลก ซึ่งมีค่า

$$F = \frac{GmM}{r^2} \qquad (3)$$

เมื่อ G คือค่าคงตัวโน้มถ่วงเอกภพ แทนค่า (3) ใน (2) จะได้

$$W = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{GmM}{r^2} dr$$

$$= -\int_{r_1}^{r_2} \frac{GmM}{r^2} dr$$

$$= -GmM \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2}$$

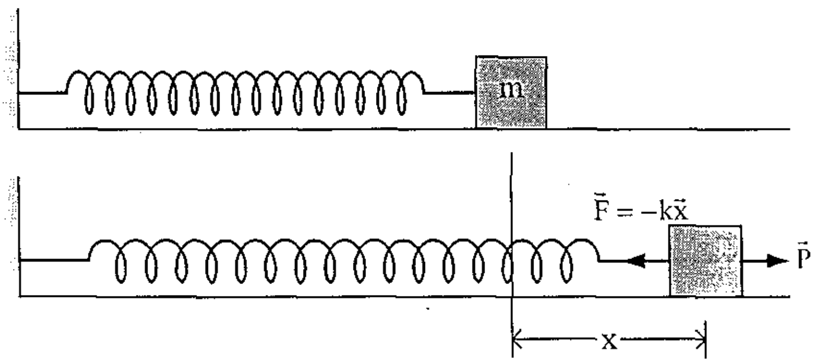
$$= \frac{GmM}{r_2} - \frac{GmM}{r_1} \qquad (4)$$

แต่ละเทอมทางขวามือของสมการ (4) ก็คือค่าพลังงานศักย์โน้มถ่วง E_p ในแต่ละตำแหน่งนั่นเอง และถ้า r_2 มีค่ามากๆ หรือ $r_2 \rightarrow \infty$ ค่าพลังงานศักย์โน้มถ่วงที่ตำแหน่งนั้นจะมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้นที่ตำแหน่ง r ใดๆ จากจุดศูนย์กลางของโลก พลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุมวล m จะมีค่า

$$E_p = \left.\frac{GmM}{r_2}\right|_{r_2\rightarrow\infty} - \left.\frac{GmM}{r_1}\right|_{r_1 = r}$$

$$E_p = -\frac{GmM}{r}$$

ตัวอย่างที่ 3.10 จงหาค่าพลังงานศักย์ยืดหยุ่นของสปริงเมื่อยืดสปริงออกจากตำแหน่งสมดุลเป็นระยะ x ดังรูปที่ 3.10 กำหนดให้ k คือค่าคงตัวของสปริง (spring constant)



_รูปที่ 3.10_ สปริงถูกยืดออกด้วยแรง $\vec{P}$ จากตำแหน่งสมดุล
เป็นระยะ x จะมีแรงดึงกลับ $\vec{F} = -k\vec{x}$

วิธีทำ เมื่อยืดสปริงออกเป็นระยะ x จากตำแหน่งสมดุล จะเกิดแรงดึงกลับตามกฎของฮุค (Hooke's law) มีค่า

$$F = -kx \qquad (1)$$

โดยเครื่องหมายลบแสดงทิศทางของแรงที่ตรงข้ามกับการกระจัด $\vec{x}$

พลังงานศักย์ยืดหยุ่นของสปริงก็คืองานของแรงดึงกลับ ซึ่งถ้ายืดสปริงจากตำแหน่ง $x_1 \rightarrow x_2$ จะได้พลังศักย์ยืดหยุ่นมีค่า

$$E_p = W = \int_{x_2}^{x_1} F(x)dx$$

$$= \int_{x_2}^{x_1} (-kx)dx$$

$$= k\left[\frac{x^2}{2}\right]_{x_1}^{x_2}$$

$$= \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$$

$$= \frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2) \qquad (2)$$

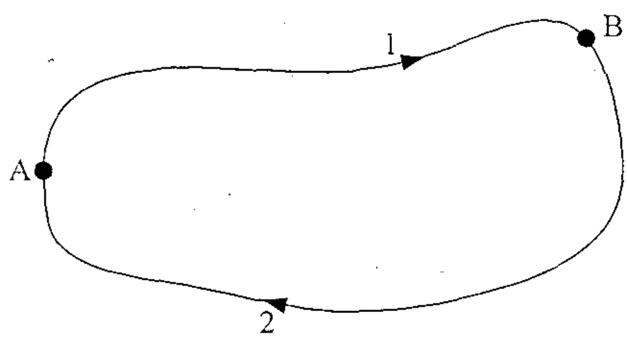
ถ้าให้ตำแหน่งสมดุลคือ x_1 และมีการกระจัดเป็นศูนย์และ x_2 เป็นตำแหน่งที่ยืดออก ซึ่งมีค่าการกระจัดเท่ากับ x จะได้พลังงานศักย์ยืดหยุ่นของสปริงมีค่า

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

2. แรงอนุรักษ์

แรงอนุรักษ์ (conservative force) เป็นแรงที่ให้งานที่ไม่ขึ้นกับวิถี แต่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งเริ่มต้นและสุดท้ายเท่านั้น งานของแรงอนุรักษ์จะมีคุณลักษณะพิเศษคือสามารถเก็บกักเอาไว้ในรูปของพลังงานและนำออกมาใช้ในภายหลังได้จึงมีสมบัติของการผันกลับได้ (reversible) ตัวอย่างของแรงอนุรักษ์คือแรงโน้มถ่วง แรงระหว่างประจุไฟฟ้า และแรงของสปริง เป็นต้น

เงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ของแรงอนุรักษ์อาจหาได้จากการพิจารณางานในการเคลื่อนวัตถุครบวงปิดในรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 **วัตถุเคลื่อนที่ครบวงปิดจาก $A \rightarrow B$ และย้อนกลับ $B \rightarrow A$ ภายใต้อิทธิพลของแรงอนุรักษ์**

ในรูปที่ 3.11 วัตถุเคลื่อนที่จาก $A \rightarrow B$ ตามเส้นทาง 1 และเคลื่อนที่กลับจาก $B \rightarrow A$ ตามเส้นทาง 2 ซึ่งสามารถเขียนสมการของงานในการเคลื่อนที่วัตถุดังกล่าวได้ดังนี้

$$W = W_{A\rightarrow B} + W_{B\rightarrow A}$$

$$W = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{s} + \int_B^A \vec{F}\cdot d\vec{s}$$

$$= \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{s} - \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{s} = 0 \qquad (3.19)$$

งานของแรงอนุรักษ์ในสมการ (3.19) เป็นศูนย์เพราะว่า $W_{A\to B}$ และ $W_{B\to A}$ มีค่าเท่ากัน แต่เครื่องหมายตรงกันข้าม เราอาจเขียนงาน W ในสมการ (3.19) อยู่ในรูปของอินทิกรัลเชิงเส้นรอบวงปิด c ได้ดังนี้

$$W = \oint_c \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0 \tag{3.20}$$

จากทฤษฎีของสโตกส์ ถ้า $\oint_c \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$ จะได้เงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ของแรงอนุรักษ์ดังนี้

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0 \tag{3.21}$$

เมื่อ $\vec{\nabla}\times$ คือตัวดำเนินการ (Operator) ทางคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเรียกว่า เคอร์ล (Curl) ซึ่งมีค่าดังแสดงในตัวอย่างที่ 3.11

ในกรณีของแรงไม่อนุรักษ์ เงื่อนไขตามสมการ (3.20) และ (3.21) จะไม่เป็นจริง หรือ

$$\oint_c \vec{F} \cdot d\vec{s} \neq 0 \quad \text{หรือ} \quad \vec{\nabla} \times \vec{F} \neq 0 \tag{3.22}$$

ตัวอย่างของแรงไม่อนุรักษ์คือแรงเสียดทานทั้งหลาย เช่น แรงเสียดทานเนื่องจากการเคลื่อนวัตถุไปบนพื้นผิวที่ไม่เรียบและแรงต้านของอากาศ เป็นต้น งานของแรงเสียดทานดังกล่าวจะขึ้นอยู่กับวิถีของการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยจะมีค่ามากน้อยแตกต่างกันตามความยาวของวิถีและจะมีค่าน้อยที่สุดสำหรับวิถีที่เป็นเส้นตรง

ตัวอย่างที่ 3.11 จงแสดงว่า $\vec{F} = -m\omega^2\vec{r}$ เป็นแรงอนุรักษ์เมื่อ $\vec{r} = \left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}\right)$

วิธีทำ

$$\vec{F} = -m\omega^2\vec{r} = -m\omega^2\left(x\hat{i} + y\hat{i} + z\hat{k}\right)$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -m\omega^2 x & -m\omega^2 y & -m\omega^2 z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(-m\omega^2 z\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(-m\omega^2 y\right)\right] + \hat{j}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(-m\omega^2 x\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(-m\omega^2 z\right)\right]$$

$$+ \hat{k}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(-m\omega^2 y\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(-m\omega^2 x\right)\right] = 0$$

เนื่องจาก $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$ ดังนั้นแรง $\vec{F}$ เป็นแรงอนุรักษ์

3. การอนุรักษ์พลังงาน

ในหัวข้อ 3 ของตอนที่ 3.1 เราได้พบว่างานที่กระทำต่อวัตถุจะทำให้พลังงานจลน์ของวัตถุเปลี่ยนไปหรือ

$$\Sigma W = \Delta E_k = E_{k_2} - E_{k_1} \qquad (3.23)$$

ทำนองเดียวกันในหัวข้อ 1 ของตอนที่ 3.2 ถ้าสมมติว่าแรงที่เกี่ยวข้องในการทำงานเป็นแรงอนุรักษ์ (เช่นแรงโน้มถ่วง) จะได้ว่างานมีค่าเท่ากับผลต่างของพลังงานศักย์หรือ

$$W = \Delta E_p = E_{p_1} - E_{p_2} \qquad (3.24)$$

เนื่องจากงานในสมการ (3.23) และสมการ (3.24) คืองานอันเดียวกัน เราจึงเขียนได้ว่า

$$E_{k_2} - E_{k_1} = E_{p_1} - E_{p_2}$$

หรือ

$$E_{k_1} + E_{p_1} = E_{k_2} + E_{p_2} \qquad (3.25)$$

$$E_1 = E_2$$

สมการ (3.25) แสดงว่าพลังงานกล (mechanical energy) E ของระบบซึ่งเป็นผลรวมของพลังงานจลน์และพลังงานศักย์มีค่าคงตัวหรือเรียกว่าการอนุรักษ์พลังงานกล (conservation of mechanical energy) เนื่องจาก $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ และ $E_p = mgy$ ดังนั้น เราอาจเขียนสมการ (3.25) ได้เป็น

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mg\,y_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mg\,y_2 \qquad (3.26)$$

การอนุรักษ์พลังงานดังกล่าวมีความหมายว่าระบบอาจมีพลังจลน์ E_k และพลังศักย์ E_p ในตอนเริ่มต้นเป็นค่าหนึ่ง และพลังงานทั้งสองอาจเปลี่ยนค่าได้ในภายหลัง แต่ผลรวมของพลังงานทั้งสองต้องมีค่าเท่าเดิมหรือคงตัว เช่น พลังจลน์ E_k อาจลดลง แต่พลังงานศักย์ E_p ต้องเพิ่มขึ้นในจำนวนเท่ากัน เป็นต้น

การอนุรักษ์พลังงานตามสมการ (3.25) และ (3.26) นั้นมีเงื่อนไขว่า แรงที่ทำงานต้องเป็นแรงอนุรักษ์เท่านั้น ในความเป็นจริง แรงบางชนิดที่เป็นแรงไม่อนุรักษ์ เช่น แรงเสียดทาน สมการ (3.25) และ (3.26) จะไม่เป็นจริง ในกรณีนี้ เราสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างงานของแรงไม่อนุรักษ์กับพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ได้ดังนี้

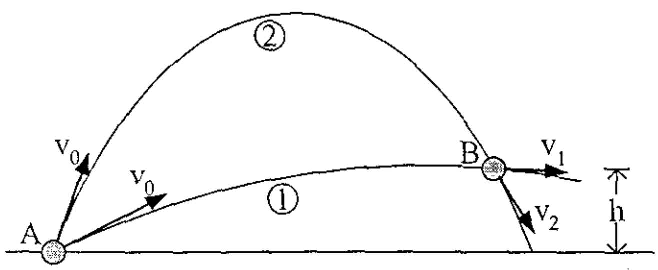
$$\begin{aligned} W &= \Delta E_k + \Delta E_p \\ &= \left(\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2\right) + (mgy_2 - mgy_1) \\ &= E_2 - E_1 \qquad (3.27) \end{aligned}$$

สมการ (3.26) แสดงให้เห็นว่างานของแรงไม่อนุรักษ์มีค่าเท่ากับผลรวมของการเปลี่ยนแปลงพลังจลน์และการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์

ตัวอย่างที่ 3.12 จงแสดงว่าโพรเจกไทล์ที่มีความเร็วต้น v_0 เท่ากัน ค่าขนาดความเร็ว v ของโพรเจกไทล์มีค่าเท่ากัน ที่ระดับความสูงเดียวกัน โดยไม่ขึ้นกับมุมของการยิง (ไม่คิดแรงต้านของอากาศ)

วิธีทำ

ให้การยิงโพรเจกไทล์ 2 ครั้งด้วยความเร็วต้น v_0 เท่ากันไปตามวิถี ① และวิถี ② ดังแสดงในรูปที่ 3.12



***รูปที่ 3.12* วิถีของโพรเจกไทล์ 2 วิถีที่มีความเร็วต้น v_0 เท่ากัน**

สมมติให้ความสูงที่ระดับ A และ B เป็น o และ h ตามลำดับ

จากกฎการคงตัวของพลังงานกล $E_A = E_B$ จะได้

$$(E_k + E_p)_A = (E_k + E_p)_B$$

$$\left[\frac{1}{2}mv^2 + mg\,h\right]_A = \left[\frac{1}{2}mv^2 + mg\,h\right]_B$$

ถ้า v_1 และ v_2 คือความเร็วของโพรเจกไทล์ทั้งสองที่ตำแหน่ง B จะได้

$$\left[\frac{1}{2}mv_0^2 + 0\right]_A = \left[\frac{1}{2}mv_1^2 + mg\,h\right]_B \qquad (1)$$

$$\left[\frac{1}{2}mv_0^2 + 0\right]_A = \left[\frac{1}{2}mv_2^2 + mg\,h\right]_B \qquad (2)$$

เนื่องจากทางซ้ายขวาสมการ (1) และ (2) มีค่าเท่ากัน ดังนั้นทางขวาของสมการ (1) และ (2) ย่อมเท่ากันหรือ

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mg\,h = \frac{1}{2}mv_2^2 + mg\,h$$

$$\therefore\ \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$v_1 = v_2$$

ตัวอย่างที่ 3.13 ก้อนวัตถุตกจากจุดปล่อยอยู่สูงเป็นระยะ h จงหาค่าพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของก้อนวัตถุในรูปฟังก์ชันของ

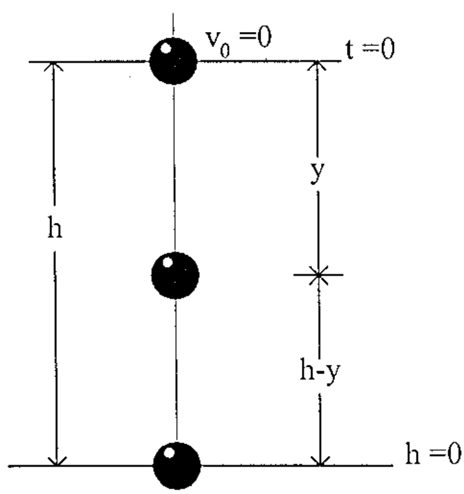
(a) เวลา

(b) ความสูง

จงแสดงความสัมพันธ์ในรูปกราฟ และแสดงให้เห็นว่าผลบวกของพลังงานทั้งสอง (พลังงานรวม) มีค่าคงตัวทั้งสองกรณี

วิธีทำ

(a) เมื่อวัตถุตกจากจุดปล่อยจะได้ความเร็วต้น $v_0 = 0$ ดังแสดงในรูปที่ 3.13



รูปที่ 3.13 **วัตถุตกจากจุดปล่อยด้วยความเร็วต้น** $v_0 = 0$

ถ้า v คือความเร็วของวัตถุ เมื่อวัตถุตกลงมาเป็นระยะ y จะได้ $v = -v_0 - gt$ และพลังงานจลน์มีค่า

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(-v_0 - gt)^2$$

$$\therefore\ E_k = \frac{1}{2}m(g^2t^2) \qquad (1)$$

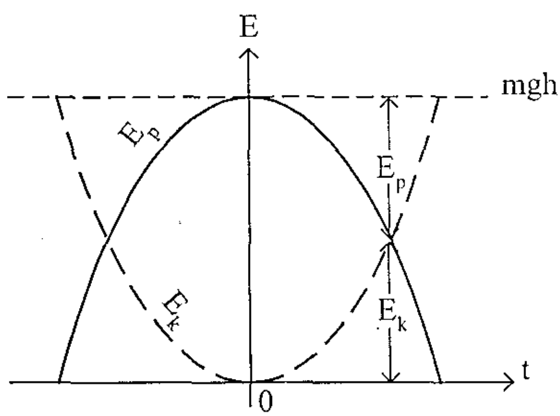
พลังงานศักย์ของวัตถุ เมื่อวัตถุตกลงมาเป็นระยะ y มีค่า

$$
\begin{aligned}
E_p &= mg(h-y) \\
&= mgh + mg\left(-v_0t - \frac{1}{2}gt^2\right) \\
&= mgh - \frac{1}{2}mg^2t^2 \qquad (2)
\end{aligned}
$$

พลังงานรวมของวัตถุจะมีค่า

$$
\begin{aligned}
E(t) &= E_k + E_p \\
&= \frac{1}{2}mg^2t^2 + mgh - \frac{1}{2}mg^2t^2 \\
&= mgh
\end{aligned}
$$

เมื่อเขียนกราฟของพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ในฟังก์ชันของเวลาจะได้ดังรูปที่ 3.14



รูปที่ 3.14 **กราฟของพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ในฟังก์ชันของเวลา**

(b) ในเทอมของระยะทาง y จากจุดปล่อย เราจะเขียนพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ได้ดังนี้

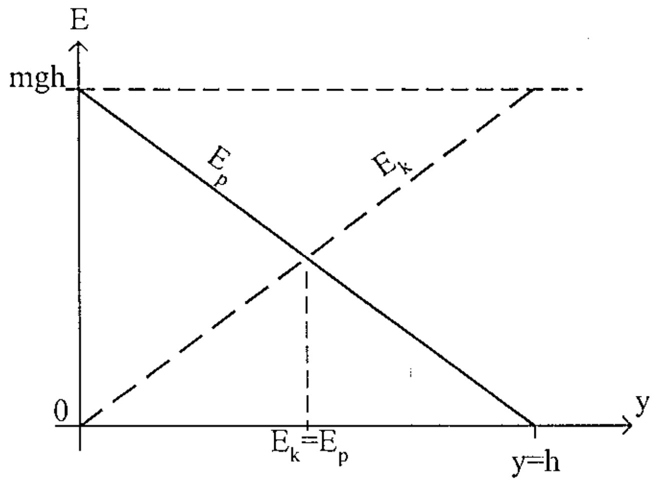
$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_0^2 + 2gy) = mgy \qquad (3)$$

$$E_p = mg(h-y) = mgh - mgy \qquad (4)$$

พลังงานรวมของวัตถุจะมีค่า

$$
\begin{aligned}
E &= E_k + E_p \\
&= mgy + mgh - mgy \\
&= mgh
\end{aligned}
$$

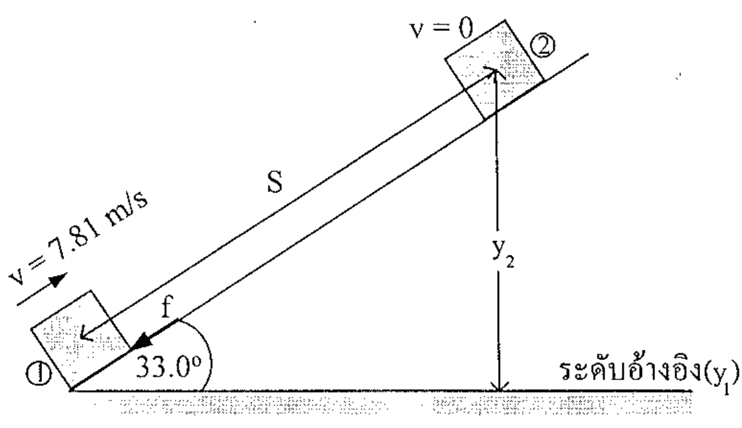
เมื่อเขียนกราฟของพลังงานจลน์ และพลังงานศักย์ในฟังก์ชันของระยะทาง y จะได้ดังแสดงใน รูปที่ 3.15



รูปที่ 3.15 **พลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของวัตถุในฟังก์ชันของระยะทาง y**

ตัวอย่างที่ 3.14 กล่องมวล 4.26 กิโลกรัม เริ่มเคลื่อนที่ขึ้นพื้นเอียง 33.0° ด้วยอัตราเร็ว 7.81 เมตร/วินาที ถามว่าจะไถลขึ้นไปได้ไกลเท่าใด ถ้าต้องเสียพลังงานไป 34.6 จูล เนื่องจากแรงเสียดทาน

วิธีทำ



รูปที่ 3.16 **การเคลื่อนที่ของกล่องบนพื้นเอียงที่ทำมุม 33.0° กับแนวระดับ**

เนื่องจากกล่องเคลื่อนที่ภายใต้แรงเสียดทาน (แรงไม่อนุรักษ์) งานที่ใช้ในการเคลื่อนที่ จะมีค่า

$$W = \Delta E_p + \Delta E_k$$

$$= (E_{p_2} - E_{p_1}) + (E_{k_2} - E_{k_1})$$

แทนค่า $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ และ $E_p = mgy$ ณ ตำแหน่งที่ 1 และ 2 จะได้

$$W = (mgy_2 - mgy_1) + \left(\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2\right) - \left(\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1\right)$$

$$-34.6 \text{ J} = \left[0 + (4.26 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(S)\sin 33^\circ\right] - \left[\frac{1}{2}(4.26 \text{ kg})(7.81 \text{ m/s})^2 + 0\right]$$

$$-34.6 \text{ J} = (4.26 \times 9.8 \times 0.545)\,S - 129.9 \text{ J}$$

$$S = \frac{95.3 \text{ J}}{22.4 \text{ N}} = 4.2 \text{ m}$$

สรุป

1. พลังงานศักย์

พลังงานศักย์ของแรงโน้มถ่วงของวัตถุมวล m ณ ตำแหน่งใกล้ๆ ผิวโลก อยู่สูงจากระดับอ้างอิงเป็นระยะ y มีค่า

$$E_p = mgy$$

2. แรงอนุรักษ์

แรงอนุรักษ์เป็นแรงที่ไม่ขึ้นกับวิถีแต่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งเริ่มต้นและตำแหน่งสุดท้ายเท่านั้น เงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ของแรงอนุรักษ์คือ

1. $\nabla \times \bar{F} = 0$
2. งานของแรงอนุรักษ์รอบวงปิด C มีค่าเท่ากับศูนย์หรือ

$$\oint_c \bar{F} \cdot d\bar{s} = 0$$

3. การอนุรักษ์พลังงาน

ถ้าแรงที่กระทำในระบบมีเพียงแรงอนุรักษ์ ระบบจะมีการอนุรักษ์พลังงานกล หรือ

$$E_1 = E_2$$

$$E_{k_1} + E_{p_1} = E_{k_2} + E_{p_2}$$

ถ้าแรงอนุรักษ์ที่กระทำต่อระบบนั้นเป็นแรงโน้มถ่วง สมการของการอนุรักษ์พลังงานจะเป็น

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$

ถ้าแรงที่กระทำในระบบเป็นแรงไม่อนุรักษ์ งานของแรงไม่อนุรักษ์จะมีค่า

$$\begin{aligned} W &= \Delta E_k + \Delta E_p \\ &= \left(\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2\right) + (mgy_2 - mgy_1) \end{aligned}$$

บรรณานุกรม

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี. สำนักวิชาวิทยาศาสตร์. สาขาวิชาฟิสิกส์. 2540. **ฟิสิกส์ 1.** พิมพ์ครั้งที่ 3. นนทบุรี: เอส.อาร์.พริ้นติ้ง แมสโปรดักส์.

Halliday, David., and Resnick, Robert. 1978. **Physics** (3rd ed.). New York: Wiley.

Serway, Raymond A., and Faughn, Jerry S. 1991. **College Physics** (3rd ed.). Philadelphia: Sounder College Publishing.