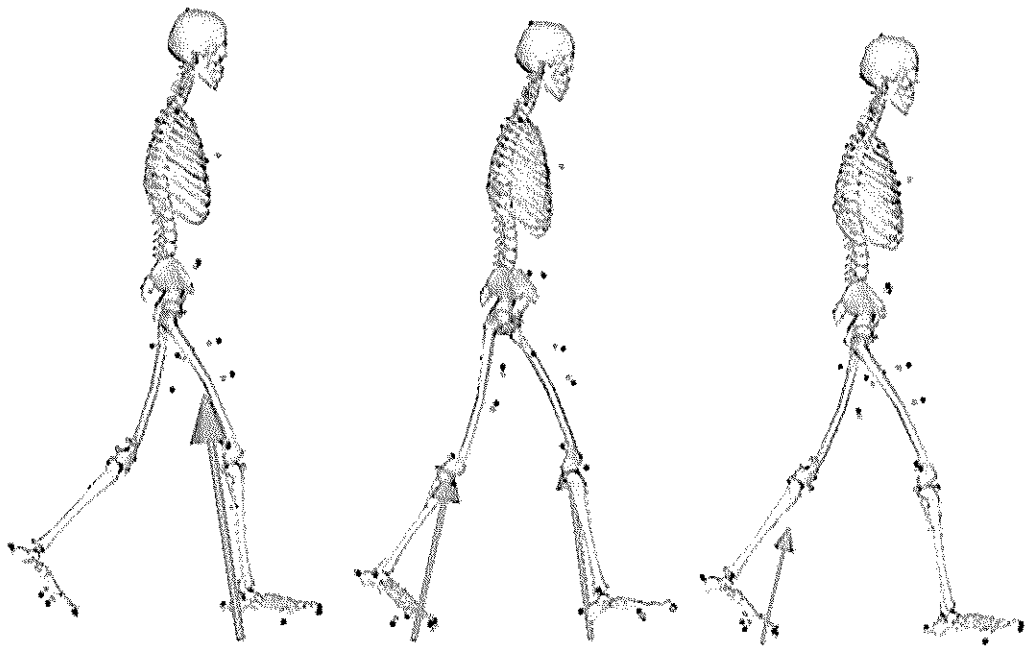
เอกสารประกอบการเรียนการสอน

114203 ชีวกลศาสตร์และการเคลื่อนไหวทางการกีฬา

(BIOMECHANICS AND MOTOR MOVEMENT IN SPORTS)



ดร.พรเทพ ราชนาวี

สาขาวิชาวิทยาศาสตร์การกีฬา สำนักวิทยาศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

คำนำ

ปัจจุบันวิทยาศาสตร์การกีฬาได้เข้ามีบทบาทในการกีฬาเป็นอย่างมาก ตั้งแต่การคัดเลือกตัวนักกีฬา การฝึกซ้อม การบำรุงร่างกาย การดูแลรักษาการบาดเจ็บ จนกระทั่งในการแข่งขัน ปัจจุบันประเทศไทยก็เริ่มตื่นตัว ในเรื่องการนำวิทยาศาสตร์การกีฬาด้านต่างๆ มาใช้ในวงการกีฬามากขึ้น โดยเฉพาะในการฝึกซ้อมนักกีฬา ซึ่งอาจจะแบ่งออกได้เป็น 2 ส่วนใหญ่ ๆ คือการฝึกซ้อมเพื่อเพิ่มสมรรถภาพทางกาย และการฝึกซ้อมทักษะกีฬา

ในส่วนของการฝึกซ้อมทักษะกีฬานั้น เป็นที่ยอมรับกันโดยทั่วไปแล้วว่านักกีฬาแต่ละคนควรจะมีวิธีการแล่นกีฬาที่ไม่เหมือนกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับรูปร่าง สมรรถภาพทางกาย ความสามารถในการเรียนรู้ และอื่นๆ อีกหลายประการด้วยกัน ดังนั้น ผู้ฝึกสอนกีฬาจึงควรมีความรู้เกี่ยวกับการวิเคราะห์ทักษะกีฬา เพื่อปรับปรุงนักกีฬาของตนให้สามารถเล่นกีฬาโดยใช้ทักษะที่เหมาะสมที่สุดสำหรับแต่ละคน ความรู้ดังกล่าวนี้ คือความรู้ด้านชีวกลศาสตร์การกีฬา (Sports Biomechanics) ซึ่งยังไม่แพร่หลายมากนักในประเทศไทย ถึงแม้ว่าจะมีสถาบันการศึกษาหลายแห่งเปิดสอนวิชานี้ ทั้งในระดับปริญญาตรี และปริญญาโท สาขาวิชาพลศึกษาหรือสาขาวิชาวิทยาศาสตร์การกีฬา แต่ก็ยังขาดตำราด้านนี้ที่เป็นภาษาไทยอยู่เป็นอย่างมาก

ด้วยเหตุดังกล่าวนี้ ผู้เขียนจึงพยายามเรียบเรียงหนังสือเล่มนี้ขึ้น โดยอาศัยตำราภาษาอังกฤษหลายเล่มเป็นแนวทางหลัก ประกอบกับความรู้และประสบการณ์จากการเข้าร่วมประชุม สัมมนาที่เกี่ยวข้อง ด้วยจุดมุ่งหมายที่ตองการให้ความรู้ด้านนี้แพร่หลายออกไปกว้างขวางขึ้น จะเป็นประโยชน์ต่อวงการกีฬาและพลศึกษาในประเทศไทยต่อไป

หนังสือเล่มนี้เรียบเรียงขึ้นเพื่อให้ผู้สนใจเกี่ยวกับการฝึกทักษะ และนิสิต นักศึกษาที่เรียนวิชาชีวกลศาสตร์ได้มีความรู้ ความเข้าใจในพื้นฐานของวิชานี้ และเกิดแนวความคิดที่จะนำหักการพื้นฐานต่างๆ ไปประยุกต์ใช้ในการฝึกซ้อมทักษะกีฬาให้ละเอียดลึกซึ้งขึ้นไปอีกด้วย

ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเล่มนี้คงจะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนวิชาชีวกลศาสตร์ในสถาบันต่างๆ และต่อผู้ที่สนใจจะปรับปรุงทักษะกีฬาต่างๆ ให้ก้าวหน้าขึ้นโดยใช้วิทยาสตร์การกีฬาโดยเฉพาะชีวกลศาสตร์ เข้ามาช่วยอีกด้วย

พรเทพ ราชนาวี

สารบัญ

บทที่		หน้า
1.	บทนำ	1
	ความเป็นมาของชีวกลศาสตร์	1
	ความหมายของชีวกลศาสตร์	3
	วัตถุประสงค์ของการศึกษาชีวกลศาสตร์	4
	คำศัพท์พื้นฐานทางชีวกลศาสตร์	9
2.	Linear Kinetic	12
	Force	18
	ทิศทางของแรง	19
	การเสริมของแรง	20
	องค์ประกอบของแรง	21
	การรวมแรง	21
	แหล่งที่มาของแรง	31
	แรงดึงของกล้ามเนื้อ	31
	แรงจากภายนอก	31
	แรงและการเปลี่ยนโมเมนตัม	38
	การดลและแรงดล	40
	งาน (Work)	44
	Energy (พลังงาน)	49
	พลังงานศักดิ์ Poteutial euergy (PE)	50
	กำลัง (Power)	51

บทที่ หน้า

3. Linear Kinematic 53

ตำแหน่งของวัตถุ 53

การบอกตำแหน่งของวัตถุสำหรับการเคลื่อนที่แนวตรง 58

ระยะทางและการกระจัด 59

การกระจัด (Displacement) 60

ระยะการเคลื่อนที่ของวัตถุ 60

อัตราเร็ว ความเร็ว และอัตราเร่ง 61

4. Angular Kinetics (Torque and Leverage) 105

5. Angular kinematic 163

6. Human movement in afluid medium 180

บทที่ 1 บทนำ
ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับชีวกลศาสตร์การกีฬา

ประวัติความเป็นมาของชีวกลศาสตร์

ชีวกลศาสตร์ถือกำเนิดขึ้นครั้งแรกประมาณศตวรรษที่ 19 โดยมีเนื้อหาใกล้เคียงกับ คิเนสิโอโลยี (Kinesiology) บางตำรากล่าวว่าชีวกลศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของ คิเนสิโอโลยี (Kinesiology) อย่างไรก็ตาม ความเป็นมาของ Kinesiology และ Biomechanics ยังไม่สามารถสรุปได้แน่ชัด บางตำรากล่าวว่า Kinesiology เป็นวิชาพื้นฐานของ Biomechanics แต่บางตำรากล่าวว่าเป็นวิชาเดียวกันเพียงแต่ Biomechanics ค่อนข้างจะลึกซึ้งกว่าในด้านการวิเคราะห์โดยใช้เครื่องมือที่ละเอียดและมีขั้นตอนทางวิทยาศาสตร์มากกว่า คำว่าคิเนสิโอโลยี (Kinesiology) ถูกใช้ครั้งแรกในปลายศตวรรษที่ 19 และได้รับความนิยมในช่วงศตวรรษที่ 20 ในขณะที่คำว่า ชีวกลศาสตร์ (Biomechanics) ยังไม่ได้รับความนิยมมากนักในขณะนั้น จนกระทั่งปี ค.ศ. 1960 ชีวกลศาสตร์จึงเริ่มได้รับความนิยม โดยในช่วงแรกๆ รากศัพท์ของคำว่า Kinesiology หมายถึง การศึกษาเกี่ยวกับการเคลื่อนไหว แต่ในปัจจุบัน Kinesiology ถูกให้คำจำกัดความว่า เป็นการศึกษาการเคลื่อนไหวของมนุษย์ จนกระทั่งในศตวรรษที่ 20 Kinesiology ถูกจัดให้เป็นวิชาเรียนในหลักสูตรปริญญาตรีของสาขาวิชาพลศึกษาในประเทศสหรัฐอเมริกา เนื้อหาของหลักสูตรจะศึกษาเกี่ยวกับกายวิภาคศาสตร์ กลศาสตร์และสรีรวิทยา โดยในยุคนั้นวิชาคิเนสิโอโลยี (Kinesiology) เป็นวิชาเดียวที่ครูพลศึกษาและผู้ฝึกสอนกีฬาได้ศึกษาเกี่ยวกับหลักกลศาสตร์ แต่ในทางปฏิบัติจะเป็นการประยุกต์กายวิภาคศาสตร์เข้ากับการกีฬาเป็นส่วนใหญ่ การนำหลักกลศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับการกีฬาในทางปฏิบัติยังมีไม่มากนัก

ในช่วงปลายของศตวรรษที่ 19 Etienne Juler Marey เขียนหนังสือเรื่อง Le Mouvement ซึ่งอธิบายการใช้เครื่องมือต่าง ๆ รวมถึงกล้องและเครื่องวัดแรงดันเพื่อใช้ในการวัดแรงและขั้นตอนการเคลื่อนไหวของมนุษย์และสัตว์ในขณะทำกิจกรรมต่าง ๆ ในห้องปฏิบัติการชีวกลศาสตร์และสรีรวิทยาการออกกำลังกายของเขา ถือได้ว่าเขาเป็นผู้นำทางชีวกลศาสตร์แผนใหม่

ตัวอย่างของการวิจัยทางชีวกลศาสตร์การออกกำลังกายและการกีฬาในช่วงแรก ๆ ปรากฏให้เห็นใน The Baseball Magzine ในปี 1912 เป็นการศึกษาความเร็วของลูก baseball โดย Walter Johnson ซึ่งขณะนั้น Johnson ได้ชื่อว่าเป็น “King of Speed pitchers”

ในปี ค.ศ. 1920 Archibald V.Hill ศึกษาชีวกลศาสตร์และพลังงานของการ Sprint และการศึกษานี้ได้ทำต่อเนื่องโดย Wallace Turn ในปี 1930 โดยเขาจะมีความรู้ทางสรีรวิทยาการออกกำลังกายเป็นอย่างดี และในช่วงระยะเวลาเดียวกันนี้ Thomas Cuncton เขียนหนังสือเกี่ยวกับ กลศาสตร์ของการว่ายน้ำและทักษะของกีฬาประเภทลู่และลานชนิดต่าง ๆ และได้อธิบายเทคนิคในการวิเคราะห์การเคลื่อนไหวในกีฬาโดยใช้กล้องถ่ายการเคลื่อนไหว

ในปี ค.ศ. 1935 Steindler ได้เขียนตำราเรียนชีวกลศาสตร์เล่มแรก

ในช่วงปี ค.ศ. 1940 เป็นช่วงที่เกิดสงครามโลกครั้งที่ 2 ขึ้นทำให้ไม่มีการทำงานวิจัยทางด้านชีวกลศาสตร์

ในปี 1955 มีการตีพิมพ์หนังสือ Scientitic Principler of coaching โดย John Bunn ซึ่งถือได้ว่าเป็นตำราเล่มหนึ่งที่เน้นเนื้อหาทางด้านกลศาสตร์มากกว่าลักษณะทางกายวิภาคของการเคลื่อนไหวของมนุษย์ในทางกีฬา

ในปี 1960 การใช้คำว่า Biomechanics กลับมาได้รับความนิยมอีกครั้งหนึ่งและมีงานวิจัยเกี่ยวกับชีวกลศาสตร์การกีฬาและการออกกำลังกายเป็นจำนวนมาก ในระหว่างปี ค.ศ. 1960 มีการจัดตั้งหลักสูตรปริญญาตรีทางด้านชีวกลศาสตร์ในภาควิชาพลศึกษาของหลายสถาบัน ในจำนวนนี้ 2–3 หลักสูตรที่มีการเรียนการสอนในระดับปริญญาเอก

ในปี 1967 ได้มีการจัดสัมมนาระหว่างชาติเกี่ยวกับชีวกลศาสตร์ขึ้นเป็นครั้งแรกที่เมือง Zurich ประเทศ Switzerland งานวิจัยที่นำเสนอในการประชุมครั้งนี้เกี่ยวข้องกับ กลศาสตร์การเคลื่อนไหวของมนุษย์ โดยการสัมมนาในครั้งนี้ถือว่าประสบความสำเร็จเป็นอย่างมากและหลังจากนั้นเป็นต้นมาการประชุมสัมมนาระดับนานาชาติเกี่ยวกับชีวกลศาสตร์ก็ได้จัดขึ้นทุก ๆ 2 ปี

ในปี 1968 นิตยสาร Jornal of Biomechanics ได้รับการตีพิมพ์เป็นครั้งแรก เนื้อหาของวารสารเล่มแรกมีหลายเรื่องศึกษาเกี่ยวกับชีวกลศาสตร์

ในปี 1973 มีการจัดตั้งสมาคมชีวกลศาสตร์ระหว่างชาติขึ้น ตามมาด้วยการจัดตั้ง สมาคมชีวกลศาสตร์สหรัฐอเมริกา โดยการศึกษาวิจัยมีลักษณะที่หลากหลาย จนกระทั่งในปี 1977 ได้มีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับชีวกลศาสตร์การกีฬาและการออกกำลังกายในองค์กรเหล่านี้

ในช่วงต้นปี ค.ศ. 1980 สมาคมชีวกลศาสตร์การกีฬาได้ถูกจัดตั้งขึ้น เพื่อเป็นตัวแทนผู้ที่สนใจในการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับชีวกลศาสตร์การกีฬา

ในปี 1985 The International Jornal of Sports Biomechanics ได้เริ่มตีพิมพ์ และในปี 1992 ได้เปลี่ยนชื่อเป็น Jornal of Aplied Biomechanics

งานวิจัยเกี่ยวกับชีวกลศาสตร์การกีฬาและการออกกำลังกายเพิ่มจำนวนขึ้นอย่างต่อเนื่องในช่วง ค.ศ. 1970-1990 จำนวนของผู้ที่สนใจชีวกลศาสตร์การกีฬาและการออกกำลังกาย เพิ่มขึ้นเป็นจำนวนมากในช่วงเวลานี้ เหตุผลหนึ่งที่ได้รับความนิยมเพราะมี Computer ซึ่งเป็นระบบ Digital รุ่นใหม่ใช้ ทำให้ง่ายต่อการเก็บข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูลจากกล้องถ่ายภาพและกล้อง VDO ที่มีความเร็วสูงและมีเครื่องวัดแรงไฟฟ้าใช้ในงานวิจัยทางชีวกลศาสตร์ ซึ่งแตกต่างจากยุคแรก ๆ ที่ไม่มี Computer เวลาที่ต้องการในการคำนวณการวัดที่ถูกต้องของข้อมูลที่ได้จากฟิมล์และการทำวิจัยทางชีวกลศาสตร์เชิงปริมาณ เพิ่มขึ้นอย่างมาก เป็นการอธิบายการไม่เพียงพอของงานวิจัยในชีวกลศาสตร์การกีฬาและการออกกำลังกายก่อน ค.ศ. 1960 การวิจัยทางกายวิภาคเป็นสิ่งที่ไม่ยากที่จะทำให้สมบูรณ์ ดังนั้นวิชา Kinesiology จึงให้น้ำหนักกับการใช้กายวิภาค

ในช่วงศตวรรษที่ 20 นักวิจัยทางด้านชีวกลศาสตร์การเคลื่อนไหวของมนุษย์ได้ถูกกระตุ้นให้ทำการวิจัยตลอดเวลา แม้ว่ากลศาสตร์การเคลื่อนไหวของมนุษย์และสัตว์เป็นกลอุบายทางวิทยาศาสตร์อย่างน้อยก็ในยุคของ Aristotle

ความแตกต่างระหว่าง Kinesiology and Biomechanics

Kinesiology หมายถึง วิทยาศาสตร์แขนงหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนไหวของมนุษย์โดยเฉพาะอย่างยิ่งในด้านกีฬาและกิจกรรมที่เกี่ยวกับการเคลื่อนไหวต่างๆ โดยนำเอาความรู้ทางด้านกายวิภาคศาสตร์และกลศาสตร์มาใช้วิเคราะห์การเคลื่อนไหวนั้น

Biomechanics เป็นการศึกษาถึงระบบการทำงานของโครงสร้างร่างกายที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนไหว ได้แก่กระดูก กล้ามเนื้อ เอ็น เอ็นข้อต่อ ข้อต่อ แล้วประยุกต์ใช้กับหลักวิชาทางกลศาสตร์ซึ่งเกี่ยวข้องกับเรื่องของแรง ความเร่ง ความฝืด และระบบคาน ฯลฯ

ทำไมจึงต้องศึกษาชีวกลศาสตร์

จากที่กล่าวมาแล้วนั้น ทำให้เราทราบว่าหลักชีวกลศาสตร์ ถูกนำไปประยุกต์ใช้โดยนักวิทยาศาสตร์และผู้เชี่ยวชาญจากหลายสาขา เช่น ครูพลศึกษา นักกายภาพ แพทย์ ฯลฯ ในการศึกษาชีวกลศาสตร์จะช่วยให้เราเข้าใจถึงหลักพื้นฐานทางกลศาสตร์และช่วยให้ทราบถึงการวิเคราะห์การเคลื่อนไหวของมนุษย์ ซึ่งจะช่วยตอบคำถามทางชีวกลศาสตร์ เช่น

- ทำไมการว่ายน้ำจึงไม่ใช่การออกกำลังกายที่ดีที่สุดสำหรับกระดูก
- อะไรคือหลักชีวกลศาสตร์ ที่เกี่ยวกับแรงต้านทานในการออกกำลังกาย
- อะไรคือวิธีที่ปลอดภัยในการยกของหนัก
- การเคลื่อนไหวแบบใดที่ประหยัดพลังงาน
- ระยะทางหรือมุมเท่าไหร่ที่ดีที่สุด สำหรับผู้ป่วยในการเดินลงทางลาด หรือในการเสริฟลูกของนักวอลย์เลย์บอล
- วิธีใดที่ผู้สูงอายุและผู้กำกับเส้นใช้สำหรับการรักษาความสมดุลได้ดีที่สุด

ชีวกลศาสตร์การคืออะไร

ก่อนที่จะศึกษาวิชาชีวกลศาสตร์การกีฬาเราควรจะทราบถึงคำจำกัดความของคำว่า ชีวกลศาสตร์ (Biomechanics) ก่อนว่าหมายถึงอะไร ได้มีผู้ให้ความหมายของชีวกลศาสตร์ไว้เป็นจำนวนมาก เช่น

ชีวกลศาสตร์หมายถึง การประยุกต์กฎเกณฑ์ทางกลศาสตร์เข้ากับสิ่งที่มีชีวิต โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับระบบการเคลื่อนไหวของร่างกายมนุษย์

ชีวกลศาสตร์หมายถึง พื้นฐานทางกลศาสตร์ของการทำงานด้านชีววิทยา โดยเฉพาะการ

ทำงานของกล้ามเนื้อและการศึกษาหลักการรวมทั้งสิ่งต่างๆ ที่มีความสัมพันธ์กับการทำงานดังกล่าว

ชีวกลศาสตร์หมายถึง วิทยาศาสตร์สาขาหนึ่ง ซึ่งศึกษาเกี่ยวกับแรงภายนอกและแรงภายใน ที่กระทำต่อร่างกายมนุษย์ และผลที่เกิดขึ้นจากแรงต่างๆ

ชีวกลศาสตร์หมายถึง การศึกษาการเคลื่อนไหวของสิ่งมีชีวิตโดยใช้หลักการกลศาสตร์

ชีวกลศาสตร์หมายถึง การศึกษาเกี่ยวกับการเคลื่อนไหวของร่างกายมนุษย์ โดยใช้การพิจารณาในเรื่องของแรงและผลที่เกิดขึ้นทางด้านกลศาสตร์

ชีวกลศาสตร์มาจากคำ 2 คำที่นำมารวมกันคือ bio หมายถึง สิ่งมีชีวิต mechanics หมายถึง การศึกษาเกี่ยวกับแรงและผลจากการกระทำของแรงที่มีต่อวัตถุ

สามารถสรุปได้ว่า ชีวกลศาสตร์เป็นการศึกษาเกี่ยวกับการเคลื่อนไหวของสิ่งมีชีวิต โดยประยุกต์ใช้หลักกลศาสตร์เพื่ออธิบายผลของการเคลื่อนไหว ที่มีสาเหตุจากแรงประเภทต่างๆ ที่กระทำให้เกิดการเคลื่อนที่ทั้งในเชิงเส้นและเชิงมุม โดยมีเป้าหมายเพื่อป้องกันการบาดเจ็บ พัฒนาประสิทธิภาพของการเคลื่อนไหวทั้งในผู้ป่วยและในทางกีฬา และเพื่อให้เกิดประสิทธิผลในการแข่งขันกีฬา โดยเนื้อหาของการศึกษาขึ้นอยู่กับว่าเป็นศาสตร์ทางด้านใด เนื่องจากชีวกลศาสตร์ถูกนำไปประยุกต์ใช้ในหลายสาขาวิชา เช่น

ทางด้านวิศวกรรม นำหลักกลศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในด้าน กายรยศาสตร์ การออกแบบเครื่องมือออกกำลังกายและอุปกรณ์กีฬา การจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์

ทางด้านการแพทย์นำไปประยุกต์ใช้กับป้องกันและรักษาการบาดเจ็บ เช่นการดามเหล็กกระดูก การจัดฟัน กายอุปกรณ์

ทางด้านกายภาพบำบัดนำไปประยุกต์ใช้การวิเคราะห์การเดินของผู้ป่วย

นักวิทยาศาสตร์การกีฬานำไปประยุกต์ใช้เพื่อพัฒนาเทคนิคใหม่ ๆ ของกีฬาเพื่อให้ประสบความสำเร็จในการแข่งขัน

ผู้ฝึกสอนกีฬานำไปใช้ปรับปรุงแก้ไขทักษะของนักกีฬา โดยเน้นถึงการวิเคราะห์หาข้อบกพร่องในการเคลื่อนไหวทางการกีฬา รวมทั้งการหาวิธีการใหม่ๆ ในการเคลื่อนไหวให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

วัตถุประสงค์ของการศึกษาชีวกลศาสตร์การกีฬาและการออกกำลังกาย

ชีวกลศาสตร์ Biomechanics เป็นการศึกษาถึงสิ่งมีชีวิตทั้งหมด รวมถึงพืชและสัตว์ สำหรับชีวกลศาสตร์การกีฬานั้นจะศึกษาเกี่ยวกับกับการออกกำลังกายและกีฬา เป็นการศึกษาถึงแรงและผลของแรงต่อการออกกำลังกายและการเล่นกีฬาของมนุษย์ โดยมีวัตถุประสงค์ของการศึกษาเพื่อ

พัฒนาสมรรถภาพ

เป้าหมายของชีวกลศาสตร์ในการออกกำลังกายและกีฬาคือการพัฒนาความสามารถในการออกกำลังกายและการเล่นกีฬา รวมถึงการป้องกันการบาดเจ็บและการฟื้นฟูสมรรถภาพ โดยเป้าหมายเหล่านี้มีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด เพราะหากนักกีฬาไม่เกิดการบาดเจ็บย่อมมีสมรรถภาพดีกว่านักกีฬาที่ได้รับบาดเจ็บ

พัฒนาเทคนิค

การพัฒนาความสามารถในกีฬาหลาย ๆ ชนิด ต้องอาศัยการพัฒนาทางด้านเทคนิค ซึ่งเป็นเหตุผลสำคัญที่ทำให้เราต้องศึกษาชีวกลศาสตร์ การนำชีวกลศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการพัฒนาเทคนิคอาจทำได้ 2 ลักษณะ คือ

1. ผู้ฝึกสอนกีฬานำความรู้ทางด้านชีวกลศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ไขท่าทางของนักกีฬาเพื่อพัฒนาการปฏิบัติทักษะให้ถูกต้อง เช่น ผู้ฝึกสอนใช้การวิเคราะห์ทางชีวกลศาสตร์เชิงคุณภาพในการสอนนักกีฬา ซึ่งจะส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงทางด้านเทคนิค

ตัวอย่าง เช่น เมื่อสังเกตเห็นว่านักยิมนาสติกตีลังกา 2 รอบ ได้ไม่สมบูรณ์ อาจจะแนะนำให้นักกีฬาปฏิบัติ 3 สิ่งต่อไปนี้เพื่อช่วยให้นักกีฬาสามารถตีลังกาได้สมบูรณ์

1. กระโดดให้สูง
2. พับตัวให้แน่น
3. เหวี่ยงแขนอย่างรวดเร็วก่อนการกระโดด

คำแนะนำเหล่านี้อาจเป็นผลในการพัฒนาประสิทธิภาพและเป็นหลักพื้นฐานทางด้านชีวกลศาสตร์ เพราะการกระโดดให้สูงจะทำให้นักกีฬามีเวลามากพอในอากาศเพื่อจะตีลังกาให้สมบูรณ์ การพับตัวให้แน่นจะช่วยให้นักยิมนาสติกหมุนตัวได้เร็วขึ้น เนื่องจากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม การเหวี่ยงแขนอย่างรวดเร็วก่อนการกระโดดจะทำให้มีโมเมนตัมเชิงมุมมากขึ้น จากคำแนะนำเหล่านี้เป็นวิธีที่ผู้ฝึกสอนกีฬาใช้ความรู้ทางชีวกลศาสตร์เพื่ออธิบายว่าการกระทำลักษณะใดที่จะพัฒนาประสิทธิภาพในการแข่งขันกีฬา

2. นักวิจัยทำการวิจัยเพื่อค้นหาเทคนิคและทักษะใหม่ที่มีประสิทธิภาพ เช่น นักวิจัยทางด้านชีวกลศาสตร์ใช้วิธีการวิเคราะห์ทางชีวกลศาสตร์เชิงปริมาณ เพื่อค้นหาเทคนิคใหม่ และถ่ายทอดความรู้ที่ค้นพบไปสู่ผู้ฝึกสอนกีฬา จากความเชื่อของคนส่วนใหญ่เชื่อว่าการเปลี่ยนแปลงเทคนิคใหม่ ๆ โดยทั่วไปแล้วจะถูกพัฒนาโดยนักชีวกลศาสตร์ ซึ่งจะช่วยในการพัฒนาประสิทธิภาพของกีฬาแต่ละชนิด โดยการพัฒนาเทคนิคของกีฬานั้นๆ บางครั้งความเชื่อนี้เป็นเพราะว่าชีวกลศาสตร์เป็นวิชาทางด้านวิทยาศาสตร์ที่ค่อนข้างใหม่ ตัวอย่างของงานวิจัยทางด้านชีวกลศาสตร์ที่ส่งผลอย่างมากต่อการเปลี่ยนแปลงเทคนิคและประสิทธิภาพของการกีฬาเกิดขึ้นกับกีฬาว่ายน้ำในช่วงปลาย ค.ศ. 60 และต้น ค.ศ. 70 การวิจัยทำโดย Ronal Brown และ Jane "Doc" Council may ชี้ให้เห็นว่าแรงลอยตัวซึ่งกระทำกับมือของนักว่ายน้ำขณะที่มือเคลื่อนที่ผ่านน้ำมีความสำคัญมากในการทำให้นักว่ายน้ำพุ่งไปข้างหน้ามากกว่าที่เคยคิดกันไว้ งานวิจัยนี้

ชี้ให้เห็นว่าการที่นักว่ายดึงมือในลักษณะเป็นเส้นตรงผ่านน้ำไปด้านหลังเพื่อที่จะสร้างแรงขับเคลื่อนนั้น นักว่ายน้ำควรเคลื่อนมือในลักษณะการกวาดไปข้างหลังผ่านน้ำเพื่อสร้างแรงลอยตัวและแรงขับเคลื่อนไปพร้อมกัน เทคนิคนี้ปัจจุบันถูกนำไปใช้ในการสอนโดยผู้ฝึกสอนทั่วโลก

ตัวอย่างของกีฬาชนิดอื่นที่เกี่ยวกับการปรับเปลี่ยนเทคนิคเพื่อพัฒนาประสิทธิภาพ เช่น การพุ่งแหลนและการกระโดดสูง ตัวอย่างเช่นในปี 1956 ก่อนการแข่งขันโอลิมปิก ที่ Melbourve Felix Erasquin นักพุ่งแหลนจากประเทศสเปน ได้ทดลองพุ่งแหลนโดยวิธีใหม่ โดยเป็นการพุ่งในท่าที่มือไม่ได้อยู่เหนือไหล่ขณะวิ่ง Erasquin ใช้วิธีการหมุนตัวคล้ายการขว้างค้อนโดยการจับแหลนทั้ง 2 มือ และเพื่อเป็นการลดแรงเสียดทานที่กระทำกับแหลนขณะถูกปล่อยออกจากมือ เขาได้จุ่มแหลนลงในน้ำสบู่เพื่อให้ลื่นเป็นการลดแรงเสียดทาน ทำให้เขาประสบความสำเร็จในการแข่งขันครั้งนี้ เทคนิคของ erasquin ได้รับความสนใจจากทั่วประเทศ เขาขว้างทำลายสถิติโลกได้หลายครั้ง ในที่สุดสมาพันธ์กรีฑาสมัครเล่น (IAAF) และคณะกรรมการของสมาพันธ์ลู่และลาน ได้เตือนว่าเทคนิคที่เขาใช้ไม่เป็นไปตามกฎกติกาการแข่งขัน

ในปี 1968 นักกระโดดสูงระดับโลกส่วนใหญ่ใช้เทคนิคการกระโดดในท่าขึ้นม้า Straddle แต่ในการแข่งขันกีฬาโอลิมปิคที่ Mexico นักกระโดดสูงชาวอเมริกัน ชื่อ Dick Roxbury เป็นผู้ที่ได้รับเหรียญทองในการแข่งขันครั้งนี้ เขาได้ใช้เทคนิคใหม่ในการกระโดด โดยใช้เทคนิคท่าเอาหลังขึ้นในการกระโดด สามารถกระโดดได้ 2.24 เมตร เทคนิคนี้กลายเป็นที่รู้จักกันในชื่อ Fosbury flop เป็นท่าที่ได้เปรียบกว่าท่าขึ้นม้า ซึ่งมันเป็นท่าทีการวิ่งที่จะเข้าไปกระโดดเร็วกว่าและสามารถเรียนรู้ได้ง่าย Fosbury ประสบความสำเร็จตั้งแต่เรียนในระดับมัธยมปลายและใช้ต่อมาเรื่อย ๆ และสามารถกระโดดได้สูงขึ้นกว่าเดิม แม้ว่ามันจะแตกต่างจากท่าเดิมคือท่าขึ้นม้า จากความสำเร็จของเขาทำให้ผู้อื่นนำไปใช้และปัจจุบันนี้นักกระโดดสูงระดับโลกใช้ท่า Fosbury Flop

การพัฒนาอุปกรณ์กีฬา

ชีวกลศาสตร์สามารถสนับสนุนการพัฒนาการออกแบบเครื่องมือและอุปกรณ์ต่างที่ใช้ในการกีฬาและการออกกำลังกาย เช่น รองเท้าและเสื้อผ้าซึ่งเป็นองค์ประกอบของอุปกรณ์ที่ใช้ในกีฬาเกือบทุกชนิด การสวมใส่อุปกรณ์ที่เหมาะสมมีผลต่อประสิทธิภาพในการแข่งขันรวมถึงการป้องกันการบาดเจ็บ นอกจากรองเท้าและเครื่องแต่งกายแล้วในกีฬาหลายชนิดต้องการใช้อุปกรณ์กีฬาในการแข่งขัน การเปลี่ยนแปลงบางอย่างของอุปกรณ์กีฬา เช่น รูปทรง วัสดุ สามารถเปลี่ยนแปลงประสิทธิภาพของกีฬาเหล่านี้ได้ เช่น จักรยาน , เทนนิส , กอลฟ์ , ค้ำถ่อ , แหลน อุปกรณ์ที่เบากว่าและออกแบบดีกว่า ไม่เพียงแต่ช่วยพัฒนาประสิทธิภาพการแข่งขันแต่ยังช่วยจำนวนผู้เข้าร่วมกิจกรรมสันทนาการได้เป็นอย่างดี

ตัวอย่างเช่นการพุ่งแหลน ซึ่งเป็นกีฬาที่มีการประยุกต์พื้นฐานของกลศาสตร์เพื่อนำมาเปลี่ยนแปลงการออกแบบอุปกรณ์ในปี 1952 Frank "Bud" Held เป็นผู้สร้างแหลนให้ทีมนักกีฬาโอลิมปิคของสหรัฐอเมริกา ในการแข่งขันกีฬาโอลิมปิคที่ Helsinki ปี 1952 เขาได้อันดับ 9 ในการแข่งขัน และเมื่อกลับไปสหรัฐอเมริกา Bud ได้พบกับพี่ชายของเขา Dick Held ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญทางวิศวกรรม และ

ร่วมกันออกแบบแหลนซึ่งมีลักษณะตามหลักอากาศพลศาสตร์ aerodynamic มากขึ้น โดยการเพิ่มพื้นผิวของแหลนอันใหม่ ทำให้มันลอยสูงขึ้นมากกว่าเดิม เป็นสาเหตุให้มันลอยไปได้ไกลมากขึ้น ในปี 1953 Bud Held ใช้แหลนที่สร้างขึ้นใหม่นี้ทำลายสถิติโลกในการแข่งขันพุ่งแหลน จะเห็นได้ว่าพี่ชายของ Held ไม่ใช่นักชีวกลศาสตร์แต่สามารถนำความรู้ทางด้านกลศาสตร์ของเขามาใช้ออกแบบแหลนได้เป็นอย่างดี สถิติการแข่งขันยังคงถูกทำลายอย่างต่อเนื่อง โดยนักกีฬาคนอื่นที่ใช้แหลนของ Held ต่อมาในปี 1955 JAAF ได้ออกกฎกติกากำหนดขนาดของแหลน เพื่อจำกัดการเพิ่มพื้นที่ของแหลนและการลอยตัว ก่อนปี 1953 สถิติโลกของการพุ่งแหลน คือ 258 ฟุต (78.70 M) ซึ่งยังเป็นการใช้แหลนแบบเก่า และจากการใช้แหลนซึ่งมีลักษณะ Aerodynamic ซึ่งออกแบบโดย Held สถิติโลกเปลี่ยนเป็น 343 ฟุต (104.80M) ในปี 1984 และในปี 1986 IAAF ต้องการที่จะลดระยะทางในการพุ่งแหลนลงโดยเปลี่ยนแปลงกฎในเรื่องของโครงสร้างของแหลน เพื่อเป็นการป้องกันการเดินทางที่ไกลเกินไปของแหลน โดยสถิติโลกปี 1990 ซึ่งเป็นการใช้กฎใหม่ของการแข่งขันพุ่งแหลนได้ระยะทาง 300 ฟุต (91.44 M)

การพัฒนาการฝึกซ้อม

เกี่ยวกับการฝึกซ้อมกีฬา ชีวกลศาสตร์การกีฬาสามารถเปลี่ยนแปลงรูปแบบการฝึกซ้อมและการพัฒนาศักยภาพของนักกีฬา โดยการประยุกต์ใช้ชีวกลศาสตร์เกิดขึ้นได้หลายลักษณะ การวิเคราะห์ทางด้านเทคนิคของนักกีฬาสามารถช่วยผู้ฝึกสอนกีฬาในการกำหนดรูปแบบการฝึกซ้อมที่ต้องการของนักกีฬาเพื่อพัฒนาความสามารถของนักกีฬา ตัวอย่างเช่น นักกีฬายิมนาสติกพยายามทำท่ากางเขนเหล็กต้องใช้ความแข็งแรงของกล้ามเนื้อหัวไหล่ในการกางแขน การวิเคราะห์ทางชีวกลศาสตร์ในการฝึกซ้อมควรจะมุ่งเน้นการฝึกซ้อมความแข็งแรงและความทนทานของกล้ามเนื้อหัวไหล่ อย่างไรก็ตามความต้องการความแข็งแรงเป็นสิ่งที่สังเกตได้ยาก

เมื่อพิจารณากีฬากระโดดค้ำในนักเรียนชายระดับมัธยมปลาย ซึ่งจะเรียนรู้การกระโดดค้ำเพื่อพัฒนาระดับความสามารถขึ้นไปได้ระดับหนึ่ง เทคนิคที่ใช้โดยทั่ว ๆ ไปอาจไม่เพียงพอในนักกีฬากระโดดค้ำที่เริ่มฝึก ซึ่งเกี่ยวข้องกับการเคลื่อนไหวลำตัวของนักกีฬาบนไม้ค้ำ นักกีฬาไม่สามารถยกสะโพกขึ้นไปเหนือศีรษะหรือมือได้ในช่วงสุดท้ายของการกระโดด ทำให้ไม่สามารถข้ามผ่านคานได้ ข้อบกพร่องเหล่านี้สามารถระบุได้ง่ายโดยผู้ฝึกสอนกีฬา แม้ว่าการพยายามให้คำแนะนำกับนักกีฬาเกี่ยวกับการยกสะโพก แต่เขาก็ยังไม่สามารถแก้ไขข้อบกพร่องเหล่านี้ได้ สาเหตุเนื่องจากนักกีฬาวัยรุ่นส่วนมากมีกล้ามเนื้อหัวไหล่ที่ยังไม่แข็งแรงพอ พวกเขาต้องพยายามเหวี่ยงตัวขึ้นเพื่อให้อยู่ในท่าที่สามารถพลิกตัวได้ การวิเคราะห์ทางชีวกลศาสตร์เกี่ยวกับข้อบกพร่องของเทคนิคการกระโดดค้ำแสดงให้เห็นชัดเจนว่าต้องการความแข็งแรงของกลุ่มกล้ามเนื้อในการเหยียดไหล่ ผู้ฝึกสอนกีฬาควรจะสร้างแบบฝึกที่เกี่ยวข้องกับความแข็งแรงของกลุ่มกล้ามเนื้อหัวไหล่ของนักกีฬาให้เพียงพอ เพื่อให้นักกีฬาสามารถประสบความสำเร็จในการกระโดดค้ำ

การป้องกันและการฟื้นฟูการบาดเจ็บ

ความรู้ทางชีวกลศาสตร์มีประโยชน์ต่อเวชศาสตร์การกีฬาโดยชี้ให้เห็นว่าแรงอาจจะเป็นสาเหตุของการบาดเจ็บ ควรป้องกันการบาดเจ็บที่อาจจะเกิดขึ้นได้อย่างไร หรือการออกกำลังกายแบบใดที่จะช่วยฟื้นฟูจากการบาดเจ็บ โดยใช้ความรู้ด้านชีวกลศาสตร์เพื่อเปลี่ยนแปลงเทคนิค อุปกรณ์ หรือการฝึกซ้อมเพื่อป้องกันหรือฟื้นฟูการบาดเจ็บ

การพัฒนาเทคนิคเพื่อลดการบาดเจ็บ

คณะกรรมการโอลิมปิกและสมาคมยิมนาสติกของสหรัฐได้วิจัยเกี่ยวกับแรงกระแทกที่เกิดขึ้นกับนักยิมนาสติกในการลงสู่พื้นจากการกระโดด ยุทธวิธีที่ใช้ในการลดแรงกระแทกเหล่านี้ ผู้ตัดสินจะให้คะแนนสูงสำหรับนักยิมนาสติกที่ลงสู่พื้นโดยการเหยียดส่วนต่าง ๆ ของร่างกายได้อย่างสมบูรณ์ แต่การลงสู่พื้นในลักษณะเช่นนี้จะทำให้ได้รับอันตรายจากแรงกระแทกที่เกิดขึ้น ซึ่งแรงกระแทกในลักษณะนี้เป็นสาเหตุหลักทำให้เกิดการบาดเจ็บในนักยิมนาสติกจำนวนมาก การลงสู่พื้นในลักษณะที่นักยิมงอเข่า สะโพก และข้อเท้า อาจจะช่วยลดแรงกระแทกเหล่านี้ได้ แต่มีผลทำให้คะแนนที่ได้ต่ำ ผลของการวิจัยนี้ทำให้มีการออกฎใหม่ อนุญาตให้วิธีการลงสู่พื้นที่ลดแรงกระแทกโดยไม่ถูกหักคะแนน

การออกแบบอุปกรณ์เพื่อลดการบาดเจ็บ

ตัวอย่างทางชีวกลศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบอุปกรณ์กีฬาเพื่อลดการบาดเจ็บที่เช่นในอุตสาหกรรมการผลิตรองเท้ากีฬา จากการที่ Frak Shorter ได้รับเหรียญทองในการวิ่งมาราธอนในกีฬาโอลิมปิค ปี 1972 การวิ่งจึงได้รับความนิยมในสหรัฐอเมริกา อย่างไม่คาดคิด ความนิยมในการวิ่งได้รับความนิยมไปพร้อมกันกับการป้องกันการบาดเจ็บจากการวิ่ง การบาดเจ็บที่เพิ่มขึ้นทำให้นักวิ่งมีประสบการณ์มากขึ้นเกี่ยวกับการเลือกรองเท้าวิ่ง ดังนั้นความนิยมในการทำวิจัยเกี่ยวกับรองเท้าวิ่ง และการวิ่งจึงเริ่มขึ้นเมื่อปี ค.ศ. 1970 การจัดตีพิมพ์การจัดอันดับรองเท้าวิ่งในนิตยสาร Runner's World รวมถึงผลการทดสอบทางชีวกลศาสตร์ ทำให้มีการศึกษาเกี่ยวกับรองเท้าในห้องปฏิบัติการของมหาวิทยาลัย บริษัทผลิตรองเท้าบางแห่งได้ว่าจ้างนักชีวกลศาสตร์ เป็นที่ปรึกษาและให้ทุนในการทำวิจัยทางด้านชีวกลศาสตร์ในห้องปฏิบัติการของมหาวิทยาลัย ในปี 1980 บริษัท NIKE ได้สร้างห้องปฏิบัติการชื่อว่า NIKE Sports Research Lab เพื่อพัฒนารองเท้ากีฬาโดยศึกษาทางด้านชีวกลศาสตร์ สรีรวิทยาการออกกำลังกาย กายวิภาคศาสตร์

รองเท้าวิ่งที่ผลิตในช่วงต้นปี ค.ศ. 1970 เป็นรองเท้าที่มีพื้นค่อนข้างจะแข็ง สำหรับนักวิ่งผู้ที่ไม่มีประสบการณ์ในการวิ่งอาจได้รับบาดเจ็บจากการกระแทก เช่น shin splints และ stnere fractune ผู้ผลิตรองเท้าพยายามตอบสนองต่อสิ่งเหล่านี้โดยผลิตรองเท้าที่นุ่มกว่า อย่างไรก็ตาม รองเท้าที่นุ่มกว่าอาจไม่มีความมั่นคงในการทรงตัวเพียงพอเป็นผลทำให้ข้อเท้า เข่า และสะโพกเกิดการบาดเจ็บมากขึ้นในนักวิ่ง งานวิจัยทางด้านชีวกลศาสตร์ได้รับการสนับสนุนจากบริษัทรองเท้าต่าง ๆ มากมาย ซึ่งนำไปสู่การผลิต

รองเท้าวิ่งรูปแบบใหม่ ๆ โดยมีการปรับปรุงในเรื่องของความมั่นคงและการป้องกันการบาดเจ็บ การพัฒนามีผลทำให้การบาดเจ็บจากการวิ่งลดน้อยลง ชีวกลศาสตร์การออกกำลังกายและกีฬาสามารถนำไปสู่การพัฒนาประสิทธิภาพและการฟื้นฟูรวมถึงการป้องกันการบาดเจ็บโดยการพัฒนาทางด้านเทคนิค การออกแบบอุปกรณ์ และการฝึก

จากตัวอย่างที่กล่าวมาแสดงให้เห็นว่าชีวกลศาสตร์มีบทบาทต่อการพัฒนาประสิทธิภาพอย่างไร เช่นการเปลี่ยนแปลงเทคนิคในการพุ่งแหลนและการกระโดดสูง แสดงให้เห็นถึงความสำคัญของชีวกลศาสตร์ต่อการพัฒนาเทคนิคที่เกิดขึ้นกับกีฬา หรืออุปกรณ์ในการพัฒนาประสิทธิภาพ ผู้ที่มีความเกี่ยวข้องต่อการพัฒนาเทคนิคของกีฬามากที่สุด คือ ผู้ฝึกสอนกีฬาและนักกีฬา ส่วนมากไม่มีความรู้ทางด้านชีวกลศาสตร์ แต่เขาจะลองผิดลองถูก ซึ่งจะทำให้เขาพบเทคนิคโดยบังเอิญ เหมือนกับครู โค้ช และนักกีฬาส่วนมากที่เปิดเผยต่อชีวกลศาสตร์ การพัฒนาเทคนิคอาจเกิดขึ้นอย่างรวดเร็ว ชีวกลศาสตร์ของการออกกำลังกายและการกีฬายังคงสัมพันธ์กับวัยรุ่นตลอดเวลา

เมื่อเทคนิคเปลี่ยนไปสำหรับที่เกิดขึ้นกับการพุ่งแหลนและการกระโดดสูงจำนวนประชากรซึ่งมีความรู้ทางด้านชีวกลศาสตร์ ยังน้อยอยู่มาก จริง ๆ แล้วก่อน ค.ศ. 1960 คำว่า ชีวกลศาสตร์ถูกใช้กันน้อยมาก ประวัติของชีวกลศาสตร์อย่างย่อ ๆ จะช่วยให้เราเข้าใจได้อย่างลึกซึ้งว่าทำไมชีวกลศาสตร์ไม่มีผลกระทบต่อกีฬา ซึ่งมันดูเหมือนว่าจะสามารถมีผล

คำศัพท์พื้นฐานทางชีวกลศาสตร์

1. Anatomical Refer Position คือท่ายืนตรงแยกขาเล็กน้อย ปล่อยแขนลงข้างลำตัวหันฝ่ามือออก ซึ่งเป็นท่าที่ใช้สำหรับอ้างถึงท่าเริ่มต้น เมื่อใช้คำศัพท์ในการกำหนดการเคลื่อนไหว

คำศัพท์ที่เกี่ยวกับทิศทาง

ในการอธิบายถึงความสัมพันธ์ของส่วนต่าง ๆ ของร่างกาย หรือตำแหน่งของวัตถุที่สัมพันธ์กับร่างกาย การใช้คำศัพท์เกี่ยวกับทิศทางมีความจำเป็น คำศัพท์เกี่ยวกับทิศทางที่ใช้โดยทั่วไปดังนี้

Superior : ใกล้ศีรษะ

Inferior : ใกล้ศีรษะ

Anterior : ด้านหน้าร่างกาย

Posterior : ด้านหลังของร่างกาย

Medial : เข้าหาลำตัว

Lateral : ออกจากร่างกาย

Proximal : โครงสร้างที่อยู่ใกล้กับส่วนที่ติดกับร่างกาย

Distal : ปลายที่อยู่ด้านตรงกันข้ามกับด้าน Proximal

Superficial : กล้ามเนื้อที่อยู่ติดผิวหนัง

Deep : ส่วนลึกของร่างกาย

Anatomical Reference planes

Sagital plane : การแบ่งร่างกาย หรือโครงสร้างใด ๆ ออกเป็นสองซีกซ้ายและขวา

Fontal plane : เป็นแนวที่แบ่งร่างกายออกเป็นส่วนบนและส่วนล่าง

Transverse plane : แบ่งร่างกายออกเป็น 2 ส่วน ตั้งฉากกับลำตัวในแนวขวาง และแนวที่ตั้งฉากกับแกนยาวของแขนหรือขา

Anatomical Reference Axis

Frontal axis : เป็นแกนในแนวขวาง ตั้งฉากกับระนาบ Sagital Plane

Sagital axis or anteroposterior (AP) axis Longitudinal axis or vertical axis

Forms of motion

- Rectilinear : การเคลื่อนที่เป็นเส้นตาราง
- Curvilinear
- Rotation

Joint movement terminology

- **Sagittal plane Movement**
  - Dorsi Flexion - flexlon
  - Plantar flexion - extension
- **Frontal plane Movement**
  - Abduction - Lateral
  - Adduction - flexion
  - Elevation - ex
  - Depression
- **Transverse Plane**
  - ulnae deviation / - Redial deriation

- eversion - Inversion
- medial (Inward rotation) - lateral (octward rotation)
- Pronation - Supination
- Horizontal adduction - Horizontal adduction

- Other movement

- Circunduction

Anatomical Movement Terminology

ให้จินตนาการว่ากำลังดูการแข่งขันกีฬา และพยายามที่จะอธิบายให้เพื่อนฟัง โดยเฉพาะทักษะการปฏิรูป คุณจะอธิบายได้ถูกต้องเพียงพอหรือไม่กับสิ่งที่คุณเห็น ตัวอย่างเช่นคุณเพิ่งจะดูการแข่งขันบาร์ต่างระดับ นักยิมคนหนึ่งทำลังกาได้อย่างน่าประทับใจ เพื่อนของคุณไม่ได้ดู แต่คุณต้องการบอกเค้าเกี่ยวกับการทำลังกาที่ประทับใจนั้น มีคำศัพท์ที่เหมาะสมในการอธิบายการเคลื่อนไหวนี้หรือไม่

Linear VS Angular Motion

เมื่อมองดูการเคลื่อนไหวของมนุษย์หรือวัตถุที่ถูกดึงโดยมนุษย์จะเห็นลักษณะการเคลื่อนที่ 2 อย่าง อันดับแรก คือ การเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงมักใช้คำว่า Translation หรือ Translation motion ซึ่งเป็นการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงหรือเส้นโค้ง เช่น ในการวิ่งระยะสั้น ๆ เส้นทางของลูก Bassball การเคลื่อนที่ของคานใน Bench press หรือการเคลื่อนไหวของเท้าขณะเตะลูกบอล สิ่งที่มุ่งเน้นในกิจกรรมเหล่านี้ ทิศทาง เส้นทางการเดิน และความเร็วของการเคลื่อนไหวหรือของวัตถุ จุดศูนย์กลางของร่างกายหรือของ Segment หรือวัตถุโดยปกติแล้วเป็นจุดที่แสดงถึงการวิเคราะห์เชิงเส้น จุดศูนย์กลางมวลเป็นจุดที่มวลของวัตถุอยู่ในสมดุล และมันเป็นจุดที่แทนจุด ซึ่งผลทั้งหมดที่แรงโน้มถ่วงของโลกกระทำกับวัตถุ อย่างไรก็ตามจุดใดก็สามารถเลือกและประเมิน สำหรับการเคลื่อนไหวเชิงเส้น

ตัวอย่างเช่น การวิเคราะห์ทักษะ มันเป็นประโยชน์อย่างมากที่ชี้ให้เห็นถึงการเคลื่อนไหวจากด้านบนศีรษะ เพื่อเพิ่มการแสดงให้เห็นการหมุนของลำตัว ในการทดสอบของศีรษะในขณะวิ่ง เป็นการทดสอบเบื้องต้นขั้นพื้นฐานว่า ศีรษะเคลื่อนขึ้นหรือลงไปด้านข้างหรือไม่ ถ้ามีมันจะแสดงให้เห็นว่า จุดศูนย์กลางมวลของร่างกายกำลังเคลื่อนไหวในทิศทางนั้นด้วย แนวทางการเคลื่อนที่ของมือหรือ racket มีความสำคัญมากในการขว้างหรือกีฬาที่ใช้ racket ดังนั้นการแสดงให้เห็นการเลื่อนที่เชิงเส้นโดยสายตาของมือหรือ racket ตลอดจนการปฏิบัติทักษะที่มีประโยชน์ ในกิจกรมเช่นการวิ่งระยะสั้น การเคลื่อนที่เชิงเส้นของร่างกายทั้งหมด เป็นส่วนประกอบที่มีความจำเป็นที่สุดในการวิเคราะห์ ขณะที่วัตถุประสงค์ของการ Sprint คือการเคลื่อนไหวร่างกายอย่างรวดเร็ว จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง

ชนิดที่สอง คือ การเคลื่อนที่เชิงมุม เป็นการเคลื่อนที่รอบจุดบางจุด ซึ่งเป็นบริเวณที่ต่างกัน ของ Segment เดียวกันของร่างกาย หรือวัตถุไม่เคลื่อนที่ผ่านระยะทางเดียวกัน เช่น ตัวอย่างการเหวี่ยงตัวรอบบาร์เดี่ยวเป็นการเคลื่อนไหวเชิงมุม เพราะว่าร่างกายทั้งหมดหมุนรอบจุดสัมผัสกับบาร์

เพื่อให้เราหมุนรอบบาร์ เต้าจะต้องเคลื่อนมากกกว่าแขน เพราะว่าเท้าอยู่ใกล้จากจุดหมุนมากกว่า มันเป็นแบบฉบับในทาง Biomechanical เพื่อที่จะทดสอบลักษณะการเคลื่อนที่เชิงเส้นของกิจกรรม และตามด้วยการดูอย่างใกล้ชิด ที่การเคลื่อนไหวเชิงมุมซึ่งสร้างและสนับสนุนการเคลื่อนไหวเชิงเส้น

การเคลื่อนไหวเชิงเส้นทั้งหมดของมนุษย์ หรือการลากวัตถุโดยมนุษย์ เกิดขึ้นจากลำดับของการสนับสนุนเชิงมุม สิ่งเดียวที่นอกเหนือจากกฎนี้คือการเคลื่อนที่ เช่น Skydiving หรือ การตกแบบเสรีที่ซึ่งร่างกายถูกยึดในตำแหน่งที่ให้ทำให้แรงโน้มถ่วงสร้างการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงในทิศทางลงหรือในกรณีการเคลื่อนที่ของร่างกาย หรือวัตถุโดยการดึงหรือพลิกมันเป็นสิ่งสำคัญที่จะชี้ให้เห็นถึงการเคลื่อนที่เชิงมุมและลำดับของการเคลื่อนที่เชิงมุม ซึ่งจะสร้างทักษะหรือการเคลื่อนไหวของมนุษย์ เพราะว่าการเคลื่อนไหวเชิงมุมจะเป็นตัวกำหนดความสำเร็จหรือความล้มเหลวของการเคลื่อนไหวเชิงเส้น

การเคลื่อนไหวเชิงมุมเกิดขึ้นรอบเส้นสมมุติ เรียกว่าแกนของการหมุน การเคลื่อนไหวเชิงมุมของ Segment เช่น แขน เกิดขึ้นรอบแกนผ่านข้อต่อ ดังนั้น การย่อตัวในการทำ deep squat จะเกี่ยวข้องกับการเคลื่อนไหวเชิงมุม ของขารอบข้อสะโพกการเคลื่อนไหวเชิงมุมของขารอบข้อเข่า และการเคลื่อนไหวเชิงมุมของเท้ารอบข้อเท้า การเคลื่อนไหวเชิงมุมสามารถเกิดขึ้นรอบแกนผ่านจุดศูนย์กลางมวล ตัวอย่างเช่น การตีลังกาในอากาศ การหมุนตัวของนักสเก็ต และการเคลื่อนไหวเชิงมุมสามารถเกิดขึ้นรอบแกนภายนอกที่อยู่กับที่ เช่น การเหวี่ยงตัวรอบบาร์การเหวี่ยงตัวรอบไม้ในการกระโดดค้ำ

เพื่อความเชี่ยวชาญในการวิเคราะห์การเคลื่อนไหวของมนุษย์ การระบุการเคลื่อนไหวของมนุษย์ การระบุการเคลื่อนไหวเชิงมุมสนับสนุน การเคลื่อนไหวเชิงเส้นของร่างกายหรือวัตถุเป็นสิ่งสำคัญ นี่ปรากฏให้เห็นในกิจกรรมที่ง่าย ๆ เช่น การเตะฟุตบอลเพื่อให้ได้ระยะทางไกลที่สุด การตั้งใจเตะจะทำให้เตะได้หนักแน่น ระหว่างเท้าที่เดินทางด้วยความเร็วเชิงเส้นที่สูงและการเคลื่อนไหวในทิศทางที่เหมาะสมและบอลถูกส่งไปยังทิศทางเชิงเส้นที่ต้องการ การเคลื่อนไหวเชิงเส้นที่สนใจ เป็นเส้นทางและการเคลื่อนไหวที่แท้จริงของลูกบอลหลังจากพันเท้า เพื่อสร้างให้เกิดความเร็วที่สูง และถูกทิศทางการเคลื่อนไหวเชิงมุมของขาที่เตะเป็นลำดับและวาดความเร็วซึ่งกันและกัน เพื่อว่าความเร็วของเท้าจะถูกกำหนดโดยผลรวมของความเร็วแต่ละคน ของ Segment ที่เชื่อมต่อกัน

ขาที่เตะจะเคลื่อนที่ภายในช่วงที่กำหนดและลากกลับไปข้างหลังผ่านการเคลื่อนไหวเชิงมุมของต้นขา , ขา , และเท้า ขาจะลากไปข้างหลังภายใต้ต้นขาอย่างรวดเร็ว และเมื่อต้นขาเริ่มเคลื่อนไปข้างหน้าเพื่อที่จะเริ่มเตะ ในช่วง Power ของการเตะ ต้นขาจะเคลื่อนอย่างรวดเร็ว ที่ความเร็วเชิงมุมที่รวดเร็วมาก เมื่อสัมผัสลูกบอลเท้าจะเคลื่อนที่อย่างรวดเร็ว เพราะว่าความเร็วของต้นขาและขาส่งไปยังเท้า จากการสังเกตทักษะการเคลื่อนไหวของมนุษย์ ความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนไหวเชิงเส้นและเชิงมุม แสดงให้

เห็นในตัวอย่างของการเดาะบอล จะเป็นตัวอย่างพื้นฐานสำหรับการใช้เทคนิคเพื่อทักษะหรือรูปแบบการเคลื่อนไหวได้ถูกต้องและง่าย

การวิเคราะห์ทางชีวกลศาสตร์ประกอบด้วย 2 ลักษณะ

1. Kinematics เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนไหว และการทดสอบการเคลื่อนที่โดยเกี่ยวข้องกับตำแหน่งและเวลาโดยปราศจากการอ้างถึงแรงซึ่งเป็นสาเหตุของการเคลื่อนไหว การวิเคราะห์ทาง Kinematics จะเกี่ยวข้องกับการอธิบายการเคลื่อนที่ เพื่อที่จะหาว่า วัตถุเคลื่อนที่ได้ไกลเท่าไหร่ , สูงเท่าไหร่ ดังนั้น ตำแหน่งความเร็วและความเร่ง เป็นส่วนประกอบของการวิเคราะห์ Kinematic ที่น่าสนใจ ตัวอย่างของการวิเคราะห์ Kinematic เชิงเส้น คือ การทดสอบลักษณะ Projectile ของการกะโดดสูงและการศึกษาความสามารถของนักว่ายน้ำชั้นยอด ตัวอย่างของการวิเคราะห์ Kinematic เชิงมุม คือการสังเกตลำดับการเคลื่อนไหวของข้อต่อ ในการเสริฟ tennis และการทดสอบความเร็วของ Segment และความเร่งของ Segment ในการยืนกระโดดสูง

การผลักโต๊ะอาจจะทำให้โต๊ะเคลื่อนหรือไม่เคลื่อนไหว ขึ้นอยู่กับทิศทางและความแข็งแรงของผู้ผลัก การผลักหรือดันวัตถุ 2 สิ่ง อาจจะมีผลหรือไม่มีผลต่อการเคลื่อนไหว ถูกเรียกว่าแรง Kinetics เป็นการศึกษาที่ทดสอบการกระทำของแรงที่กระทำต่อระบบ เช่น ร่างกายมนุษย์หรือวัตถุ

การวิเคราะห์การเคลื่อนไหวเชิง Kinematic พยายามที่จะกำหนดสาเหตุของแรงที่ทำให้เกิดการเคลื่อนไหว การวิเคราะห์การเคลื่อนไหวเชิง Kinematic ค่อนข้างจะยากกว่าการวิเคราะห์การเคลื่อนไหวเชิง Kinetic

การดูคนยกบาร์เบล 200 ปอนด์ในท่า Squat ต้องใช้แรงมากเท่าใด ? เมื่อแรงไม่สามารถมองเห็นไม่มีทางที่จะประเมินแรงได้อย่างถูกต้อง ยกเว้นสามารถวัดโดยใช้เครื่องมือ เป็นไปได้ว่าในการประเมินแรงอย่างน้อย 200 ปอนด์ และนั่นคือน้ำหนักของบาร์ ในการประเมินอาจแยกจากจำนวนที่มีนัยสำคัญ ถ้าน้ำหนักของการยก ร่างกายและความเร็วของบาร์ไม่ถูกนำมาพิจารณา แรงซึ่งถูกสร้างมีความสำคัญมากเพราะมันรับผิดชอบในการสร้างการเคลื่อนไหวของเราทั้งหมด และเพื่อที่จะรักษาตำแหน่งหรือท่าทางเพื่อไม่ให้มีการเคลื่อนไหวการปะเมินแรงเหล่านี้ แทนความท้าทายทางเทคนิคที่ยิ่งใหญ่ในสาขานี้ และต้องการเครื่องมือและผู้เชี่ยวชาญ ดังนั้น สำหรับการวิเคราะห์การเคลื่อนไหวของมือสมัครเล่น แนวคิดเกี่ยวกับการสร้างแรงสูงสุด ต่ำสุดในร่างกายจะมีความสำคัญมากกว่าการประเมินแรงที่แท้จริงด้วยตัวพวกเค้า

การวิเคราะห์ทาง kinetic สามารถที่จะเตรียมครู นักกายภาพ โค้ช หรือนักวิจัย ด้วยข้อมูลที่มีค่าเกี่ยวกับการเคลื่อนไหวเกิดขึ้นได้อย่างไรหรือการรักษาท่าทางเกิดขึ้นได้อย่างไร ข้อมูลเหล่านี้สามารถชี้ถึงสภาวะและการฝึกสำหรับนักกีฬาหรือการเคลื่อนไหว ตัวอย่างเช่น การวิเคราะห์ทาง kinetic ที่ปฏิบัติโดยนักวิจัยจะระบุถึงท่าทางที่ดีหรือไม่ดีในการเคลื่อนไหวของข้อต่อต่าง ๆ ดังนั้น เรารู้ว่าการออกกำลังในท่า Arm curl โดยการเยียดแขนแล้วปล่อยน้ำหนักลงเป็นท่าที่เสียเปรียบ ในท่าเดียวกันนี้ถ้าเริ่มโดยให้ข้อศอกงอเล็กน้อย น่าจะยกน้ำหนักได้มากกว่า ในส่วนของ Kinetics จะระบุถึงส่วนสำคัญทักษะในลักษณะของ

การสร้างการเคลื่อนไหว ตัวอย่างเช่น เทคนิคไหนจะทำให้สามารถกระโดดได้สูงที่สุดในท่ายืนกระโดด นักวิจัยเห็นด้วยว่าในการยืนกระโดดโดยการปล่อยตัวลงมา แล้วหยุดและการกระทำในทิศทางขึ้นข้างบนอย่างรวดเร็ว จะสามารถสร้างแรงที่มีประสิทธิภาพที่พื้นมากกว่าการทำช้า ๆ โดยการวัดการสร้างแรงต้านจากพื้นยิ่งถูกใช้ในการดึงขึ้น

Kinetic มีบทบาทที่สำคัญในการบ่งชี้ถึงลักษณะของทักษะหรือการเคลื่อนไหวที่ทำให้ผู้ปฏิบัติเจ็บหลัง ทำไม 43% ของผู้เต้นแอโรบิก และ 76% ของผู้สอนในลักษณะ high impact ทำให้เกิดการบาดเจ็บ คำตอบบ่งชี้อย่างชัดเจนผ่านการวิเคราะห์ทาง kinetic พบว่าแรงในการออกกำลังกายแบบ high impact มีขนาด 4 – 5 เท่าของน้ำหนักตัว ในคนซึ่งมีน้ำหนัก 667.5 newton (150/bs) จะมีแรงในการกระโดด 2670 – 3337.5 นิวตัน ซึ่งจะทำให้เกิดการบาดเจ็บต่อระบบโครงสร้างและการเคลื่อนไหว

Static VS Dynamic

ในการทดสอบลักษณะท่าทางโดยใช้การนั่งบนโต๊ะทำงานกับคอมพิวเตอร์ มีการใช้แรงหรือไม่ แม้ว่าจะไม่มีการเคลื่อนไหวมีการใช้แรงระหว่างหลังกับเก้าอี้ เท้ากับพื้น และแรงของกล้ามเนื้อกระทำกับคอ เพื่อต้านแรงดึงดูดของโลก เพื่อให้ศีรษะตั้งตรงและมองไปที่หน้าจอ แรงจะเกิดขึ้นแม้ไม่มีการเคลื่อนไหวและจะเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่อง เพื่อรักษาตำแหน่งและท่าทาง ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนไหว หลักที่เกี่ยวข้องกับ static ถูกใช้ในการประเมิน ท่าทางการนั่ง Static คือการทดสอบระบบซึ่งไม่มีการเคลื่อนไหว หรือมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ นั่นคือการอยู่ในสภาวะ Equilibriums (สมดุลขณะเคลื่อนที่) Equilibrium คือสภาวะสมดุลซึ่งไม่มีความเร่ง เพราะว่าแรงนั้นเป็นสาเหตุให้คน วัตถุ เริ่มเคลื่อนที่มีความเร็วเพิ่มขึ้น หรือช้าลง ถูกทำให้เป็นปกติโดยแรงตรงข้ามซึ่งขจัดมันออกไป

Static มีประโยชน์มากสำหรับกำหนด Stress บนโครงสร้างทางกายวิภาคในร่างกาย และระบุขนาดของแรงกล้ามเนื้อ และใช้ระบุขนาดของแรงซึ่งจะเป็นผลทำให้เกิดการเสียสมดุลย์ขณะเคลื่อนที่และสร้างการเคลื่อนไหวในระบบ แรงมากเท่าไหร่ที่หัวไหล่ต้องการในการยกแขนค้างไว้ด้านข้างลำตัว ทำไมมันถึงง่ายกว่าในการยกแขนค้างไว้ด้านข้างลำตัว ถ้าคุณปล่อยแขนลงหรือยกแขนขึ้นเพื่อว่ามันจะไม่ตั้งฉากกับร่างกาย ? อะไรเป็นผลของการงดหรือเซไปด้านหลังเมื่อแรงผ่านกระดูดสันหลังส่วนเอว เหล่านี้คือชนิดของคำถามที่เราอาจจะตอบโดยการใช้การวิเคราะห์เชิง Static เมื่อกรณีของ Static เกี่ยวข้องกับการไม่เปลี่ยนแปลงใน Kinematic ของระบบการวิเคราะห์เชิง Static ปกติจะถูกปฏิบัติโดยใช้ เทคนิคทาง Kinetic เพื่อระบุถึงแรงและตำแหน่งของการประยุกต์ใช้แรงตอบสนองต่อการรักษาทาทาง ตำแหน่งหรือความเร็วคงที่ในวัตถุ อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์ทาง Kinematic สามารถประยุกต์ใช้กับ Static เพื่อยืนยันว่า มีความสมดุลขณะเคลื่อนที่ในขณะที่ไม่มีความเร่ง

ในการเลิกทำงานกับ Computer และลุกขึ้นจากเก้าอี้แรงจะถูกสร้างในส่วนล่างของร่างกาย และจากพื้นเพื่อจะสร้างท่าทางการลุกขึ้น Dynamic เป็นส่วนที่เกี่ยวข้องกับ

ปัญหาเกี่ยวกับคุณภาพและปริมาณ

การวิเคราะห์การเคลื่อนไหว อาจจะมีทั้งในเชิงคุณภาพและปริมาณ คำว่าปริมาณจะกล่าวถึงจำนวนที่เกี่ยวข้องส่วนคำว่าคุณภาพจะพูดถึงคุณภาพซึ่งปราศจากปริมาณ

เช่น ในการสังเกตการณ์กระโดดไกล ในเชิงคุณภาพเราจะกล่าวได้ว่า การกระโดดนั้นเป็นการกระโดดที่ดี แต่ในเชิงปริมาณของการกระโดดครั้งเดียวกันนี้ คือ กระโดดได้ไกล 2.1 เมตร

Quantitative approach จะอธิบายเกี่ยวกับร่างกายหรือส่วนของร่างกายในลักษณะของจำนวนตัวเลข ปริมาณการเคลื่อนไหวช่วยกำจัดการอธิบายวัตถุประสงค์ เพราะว่าไว้ใจจำนวนตัวเลข ซึ่งได้จากเครื่องมือ จำนวนตัวเลข ปริมาณการเคลื่อนไหวช่วยกำจัดการอธิบายวัตถุประสงค์ เพราะว่าไว้ใจจำนวนตัวเลข ซึ่งได้จากเครื่องมือ จำนวนตัวเลขที่ได้จากการวัดหรือนับสามารถอธิบายสถานการณ์ของร่างกาย ดังนั้นผู้สังเกตอาจจะใช้วิธีการเชิงปริมาณ เพื่อจะอธิบายสถานการณ์ที่แท้จริง ปกติแล้วมันไม่ประหยัดเวลาและไม่ฉลาดที่จะใช้เวลาสำหรับผู้เชี่ยวชาญการเคลื่อนไหวเพื่อที่จะบอกจำนวนของ Subject แต่ละคัน เครื่องมือราคาค่อนข้างแพง ไม่มีความสะดวก และไม่สามารถใช้ได้อย่างถูกต้อง และยากในการขนย้ายไปยังสถานที่ที่ใช้ เทคนิคในการวิเคราะห์เชิงปริมาณค่อนข้างใช้เวลายิ่งไปกว่านั้น การเข้าใจคำแนะนำที่ได้จากการวิเคราะห์เชิงปริมาณจะช่วยผู้เชี่ยวชาญการเคลื่อนไหวให้เข้าใจและประยุกต์ใช้ คะแนะนำจากหนังสือทางวิทยาศาสตร์ในปัจจุบันที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมและกีฬา

Qualitative approach อธิบายถึงการเคลื่อนไหวในลักษณะที่ไม่ใช่ตัวเลข (เช่น ปราศจากการนับหรือวัด ส่วนใด ๆ ของความสามารถ) ข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์เชิงคุณภาพอาจจะได้รับการพิสูจน์กับข้อมูลทางปริมาณ

ในการประเมินประสิทธิภาพควรจะมีฐานจากการวิเคราะห์ความสามารถเพื่อที่จะเข้าใจเกณฑ์ในแง่ของทักษะการสรุปวัตถุประสงค์ขึ้นอยู่กับการวิเคราะห์เชิงคุณภาพสามารถปฏิเสธหรือยืนยันบนพื้นฐานของการศึกษาเชิงปริมาณ

ทั้งการวิเคราะห์เชิงคุณภาพและปริมาณ เป็นข้อมูลที่มีค่าเกี่ยวกับประสิทธิภาพอย่างไรก็ตาม การประเมินเชิงคุณภาพเป็นวิธีที่มีลักษณะเด่น ซึ่งใช้ในการวิเคราะห์การเคลื่อนไหวเพื่อประเมินการเคลื่อนไหวของผู้ปฏิบัติ ส่วนมากแล้วในการสอนและสถานการณ์ของการเป็นโค้ช การวิเคราะห์การเคลื่อนไหวจะขึ้นอยู่กับการสังเกต การวิเคราะห์เชิงคุณภาพของสถานการณ์ในทุก ๆ วัน จะขึ้นอยู่กับการสำรวจและการจำของประสิทธิภาพเพื่อว่าลำดับในการประเมินสามารถทำได้ การบันทึกวิดีโอและการถ่ายภาพจะช่วยจัดหาบันทึกการมองเพื่อที่อาจจะสามารถดูซ้ำได้ เพื่อที่จะระบุตัวแปรได้มากกว่าที่จะนึกและการจดจำโดยการสังเกตโดยคนคนเดียว

Efficiency and Effectiveness of Performance

ถ้าเราพิจารณาประสิทธิภาพของการเคลื่อนไหว เราจะต้องรวมแนวความคิดในเรื่องของงานและพลังงาน ประสิทธิภาพของการเคลื่อนไหวเป็นสิ่งหนึ่งซึ่งได้จากจำนวนของงาน (การเคลื่อนไหว) ซึ่งกระทำโดยใช้พลังงานน้อยที่สุด ประสิทธิภาพ เป็นสิ่งที่เป็นประโยชน์ต่อผู้ปฏิบัติ เช่นนักวิ่งมาราธอนและนักว่ายน้ำ ซึ่งจะต้องทำงานมากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ด้วยพลังงานที่มีจำนวนจำกัด หรือคนงานที่ต้องทำงานซ้ำ ๆ เป็นเวลา 8 ชั่วโมง หรือนานกว่านั้น ยิ่งผู้เคลื่อนไหวมีประสิทธิภาพเท่าไหร่ก็ยิ่งสามารถทำงานนั้นซ้ำ ๆ หรือนานกว่าในจังหวะที่เหมือนเดิม หรือสามารถทำงานนั้นซ้ำ ๆ หรือนานกว่าในจังหวะที่เหมือนเดิม หรือสามารถทำได้เร็วกว่าโดยใช้พลังงานน้อยกว่า สำหรับกิจกรรมกีฬาส่วนมาก นอกจากการมาราธอนแล้ว สิ่งแรกที่จะต้องคำนึงถึงไม่ใช่การประหยัดพลังงาน เพื่อการปฏิบัติเป็นเวลานาน ตรงกันข้ามนักชีวกลศาสตร์จะมุ่งเน้นในกิจกรรมนี้ ซึ่งเกี่ยวข้องกับประสิทธิผลของการปฏิบัติมากกว่า นั่นคือการหาการเคลื่อนไหวที่เหมาะสมมากกว่าเพื่อช่วยให้ผู้ปฏิบัติประสบผลสำเร็จในวัตถุประสงค์ของการปฏิบัติทั้งหมด ระดับของงานในการเคลื่อนไหวจำนวนของพลังงานที่ใช้ในการปฏิบัติไม่ใช่สิ่งที่สำคัญ เช่น ในการวิ่ง 100 เมตร สามารถปฏิบัติด้วยประสิทธิภาพที่มากกว่าโดยนักวิ่งจะต้องวิ่งด้วยความเร็วครึ่งหนึ่งของนักวิ่งที่มีประสิทธิผลมากกว่า ซึ่งเป็นนักวิ่งที่ถึงเส้นใช้เป็นอันดับแรก

คำศัพท์พื้นฐาน

ในการศึกษาทางชีวกลศาสตร์นั้น มีคำบางคำที่ควรจะได้ทำความเข้าใจก่อน เพื่อช่วยให้เห็นขอบข่ายและเนื้อหาอย่างกว้างๆรวมทั้งความสัมพันธ์กันของเนื้อหาแต่ละส่วนอีกด้วย คำเหล่านั้นได้แก่

กลศาสตร์ (Mechanics) หมายถึง วิทยาศาสตร์แขนงหนึ่งที่ศึกษาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่หรือรูปร่างของวัตถุที่อยู่ภายใต้การกระทำของแรง

ชีวกลศาสตร์ (Biomechanics) หมายถึง การศึกษาที่ประยุกต์หลักหารต่างๆ ทางกลศาสตร์เข้ากับรูปร่างและการเคลื่อนไหวของสิ่งมีชีวิต

ชีวกลศาสตร์ทางกีฬา (Sport Biomechanics) หมายถึง การประยุกต์หลักต่างๆ ของชีวกลศาสตร์เพื่อศึกษาการเคลื่อนไหวของร่างกายมนุษย์ขณะเล่นกีฬาและออกกำลังกาย

จลนศาสตร์ (Dynamics)หมายถึง สาขาหนึ่งของกลศาสตร์ ว่าด้วยเรื่องของแรงที่ไม่สมดุลอันทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงสถานะของการเคลื่อนไหวของวัตถุ

คิเนแมติกส์ (Kinematics) หมายถึง สาขาย่อยของจนศาสตร์ ซึ่งว่าด้วยเรื่องการอธิบายเชิงปริมาณ เช่น ตำแหน่งของวัตถุ ความเร็ว อัตราเร่งโยที่ไม่ได้คำนึงแรงที่เกี่ยวข้อง

คิเนติกต์ (Kinetics) หมายถึง สาขาย่อยของจลนศาสตร์ ซึ่งว่าด้วยเรื่องของสาเหตุของการเคลื่อนที่นั่นคือ แรงต่างๆที่ไม่สมดุลกัน

สถิตยศาสตร์ (Statics) หมายถึง สาขาหนึ่งของกลศาสตร์ว่าด้วยเรื่องของแรงที่ไม่สมดุล แต่ไม่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของสภาวะการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยเน้นที่วัตถุอยู่ในสภาวะที่สมดุล ภายใต้การกระทำของแรง

บทที่ 2

Linear Kinetic

Linear Kinetic การศึกษาเกี่ยวกับคิเนติกส์เชิงเส้นและเชิงมุมนั้นเป็นการอธิบายถึงการเคลื่อนไหว ลักษณะเป็นเส้นตรง เส้นโค้ง การเคลื่อนไหวแบบหมุนและการเคลื่อนไหวแบบผสมผสาน ส่วนสาเหตุที่ทำให้เกิดการเคลื่อนไหวเป็นการศึกษาเกี่ยวกับ คิเนติกส์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับแรงที่เป็นสาเหตุให้เกิดการเคลื่อนไหว

Force คืออะไร เราไม่สามารถมองเห็นแรงที่กระทำต่อวัตถุ แต่รู้สึกได้ถึงแรงกระทบหรือการเคลื่อนไหว การบิดเบี้ยวของวัตถุ หรือการการเสียหายของวัตถุเมื่อมีแรงมากระทบ การเปลี่ยนแปลงเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุทุกๆลักษณะ ขึ้นอยู่กับแรงทั้งสิ้นแต่ไม่ได้หมายความว่าการกระทำของแรงทุกๆครั้งจะมีผลทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ การเคลื่อนที่ของวัตถุจะเกิดเมื่อมีแรงที่ไม่สมดุล (unbalance force)คือแรงใดแรงหนึ่งมีขนาดมากกว่าอีกแรงหนึ่ง หรือ มากกว่าผลรวมของแรงอื่น เช่น นักยิมนาสติก ซึ่ง โหนตัวอยู่บนราวเดี่ยวนิ่งๆ เนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกและเมื่อเพิ่มแรงดึงของกล้ามเนื้อให้มากขึ้นก็จะเกิดการเคลื่อนไหวได้

การเคลื่อนที่ของวัตถุต่างๆในการเล่นกีฬาจะเกี่ยวข้องกับแรงจำนวนมากต่อเนื่องกันไป เช่น การทุ่มน้ำหนัก ลูกน้ำหนักจะได้รับแรงดันจากมือ ซึ่งจะมีการส่งถ่ายแรง จากกล้ามเนื้อส่วน ขา สะโพก ลำตัว ไหล่และแขน ที่ช่วยให้ร่างกายเคลื่อนไหวไปกับลูกน้ำหนัก เมื่อลูกน้ำหนักหลุดจากมือ จะมีแรงต้านทานจากอากาศและแรงโน้มถ่วงของโลกกระทำอย่างต่อเนื่อง ทำให้ลูกน้ำหนัก มีความเร็วในการเคลื่อนที่ ลดลงและค่อยๆตกกลับลงมาสู่พื้นโลกในที่สุด

นอกจากแรงจะทำให้เกิดการเคลื่อนไหวของวัตถุแล้วอาจทำให้วัตถุเปลี่ยนรูปร่างไปได้ แรงที่เกี่ยวข้องมี 3 ลักษณะ

แรงดึง (tension) เป็นแรงที่ทำให้เกิดการยืดตัวของวัตถุ

แรงดัน (compression) เป็นแรงที่ทำให้เกิดการยุบตัวของวัตถุ

แรงบิด (shear) เป็นแรงที่ทำให้เกิดการเลื่อนตัวส่วนหนึ่งของวัตถุเมื่อเปรียบเทียบกับส่วนอื่นๆ

หน่วยของแรงที่ใช้ใน SI unit คือ นิวตัน หมายถึงแรง 1 นิวตัน เป็นแรงที่ทำให้วัตถุซึ่งมีมวลสาร 1 กิโลกรัม เกิดอัตราเร่ง 1 เมตนต่อวินาที

ผลของแรงที่มีต่อวัตถุ

เมื่อแรงใดแรงหนึ่งหรือหลายแรงมากระทำต่อวัตถุอาจทำให้วัตถุนั้นไม่มีการเปลี่ยนแปลงสภาพแต่อย่างใด หรืออาจมีการเคลื่อนที่ของวัตถุในลักษณะต่างๆทั้งนี้ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการโดยเฉพาะในส่วนที่เกี่ยวข้องกับแรง คือ ขนาดของแรง แนวที่กระทำต่อวัตถุและจุดที่แรงกระทำต่อวัตถุ

ขนาดของแรง

วัตถุจะมีการเปลี่ยนแปลงเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ต่อเมื่อแรงที่มากระทำต่อวัตถุทั้งหมดไม่ได้สมดุล แรงที่มากระทำต่อวัตถุจะต้องมีขนาดมากกว่าแรงต้านทานของวัตถุนั้นๆ เช่น วัตถุอันหนึ่งมีแรงต่อต้านการ

เคลื่อนที่ทั้งหมด 8 นิวตัน เมื่อมีแรง 10 นิวตันมากระทำเป็นผลให้เกิดความไม่สมดุลของแรงลัพธ์ 2 นิวตัน วัตถุนั้นจะมีการเคลื่อนที่ แต่ถ้าแรงที่มากระทำต่อวัตถุมีขนาดน้อยกว่า 8 นิวตัน วัตถุก็จะอยู่นิ่งอย่างเดิม แรงที่ต่อต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุที่พบได้เสมอคือ แรงเสียดทาน แรงเฉื่อย และแรงดึงดูดของโลก ตัวอย่างเช่นการเตะลูกบอลให้กลิ้งไปกับพื้นจะต้องใช้แรงที่มีขนาดมากพอที่จะเอาชนะแรงเสียดทานระหว่างลูกฟุตบอลกับพื้นและแรงเฉื่อยของลูกฟุตบอลซึ่งเป็นสัดส่วนกับมวลหรือน้ำหนักของมวลของลูกฟุตบอลนั้นการที่จะยกน้ำหนักขึ้นจากพื้นก็จะต้องใช้แรงที่มีขนาดมากพอที่จะเอาชนะแรงโน้มถ่วงของโลกหรือน้ำหนักของวัตถุที่จะยกขึ้นเป็นต้น

นอกจากนี้ขนาดของแรงที่มากระทำต่อวัตถุยังมีผลต่อความเร็วในการเคลื่อนที่ของวัตถุด้วยยิ่งขนาดของแรงที่มากระทำมากกว่าเท่าใดวัตถุก็จะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วมากขึ้นเท่านั้น

ถ้าใช้แรงขนาด 1 นิวตัน ทำให้วัตถุที่มีมวล 1 กิโลกรัม มีอัตราเร่ง 1 เมตรต่อวินาที? ดังนั้นถ้าใช้แรงขนาด 2 นิวตัน กับวัตถุเดิมก็จะได้อัตราเร่ง 2 เมตรต่อวินาที

Figure 3-1 Application of indentical unbalanced force to the same point on a body. Each applied separately produces a different motion result.

Figure 3-2 Application of three indentical unbalanced force to three different point on a body. As each is applied separately a different motion result.

ทิศทางของแรง

ทิศทางของแรงเป็นปัจจัยที่กำหนดว่าวัตถุจะสามารถเคลื่อนที่ได้หรือไม่และด้วยอัตราเร็วเท่าใด ทิศทางของแรงเป็นปัจจัยที่กำหนดลักษณะของการเคลื่อนที่ของวัตถุว่าเป็นการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้น(linear motion)หรือเชิงมุม(angular motion) หรือการเคลื่อนที่แบบผสม

จากรูป แรงที่มากระทำต่อวัตถุ 3 แรงมีขนาดเท่ากัน และกระทำต่อวัตถุที่จุดเดียวกันแต่ทิศทางของแรงแตกต่างกัน ถึงแม้ว่าแรงจะเท่ากัน แต่ก็ทำให้มีผลแตกต่างกัน โดยแรง F1 จะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปเป็นเส้นตรงตามแนว D1 และขณะเดียวกันก็จะทำให้วัตถุนั้นหมุนไปในทิศทางตามเข็มนาฬิกา เนื่องจากแรง F1 แนวแรงผ่านจุดศูนย์ถ่วงของวัตถุ ซึ่งจะเป็นแกนของการหมุนของวัตถุนั้นด้วย ในทางตรงกันข้าม แรง F3 ซึ่งมีแรงผ่านจุกศูนย์ถ่วง ของวัตถุทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปในแนว D3 พร้อมทั้งมีการหมุนไปในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ส่วนแรง F2 มีแนวแรงผ่านจุดศูนย์ถ่วงจึงไม่ทำให้เกิดการหมุนของวัตถุ แต่จะมีเฉพาะการเคลื่อนที่ไปในแนวเส้นตรงตามแนว D1 เท่านั้น

เมื่อเปรียบเทียบรูปทั้งสอง จะเห็นได้ว่าผลของแรงที่กระทำต่อวัตถุนั้นมีลักษณะบางอย่างที่คล้ายคลึงกัน คือ ไม่ว่าทิศทางของแรงจะไปในทิศทางใดก็ตาม ถ้าแนวแรงผ่านจุดที่เป็นแกนการหมุน แต่ถ้าแนวแรงนั้นมีแนวแรงที่ไม่ผ่านจุดที่เป็นการหมุนของวัตถุจะทำให้เกิดการหมุนของวัตถุพร้อมๆกันไป กับการเคลื่อนเป็นเส้นตรงหรือไม่ ในทิศทางใดนั้นก็คือแนวของแรงที่กระทำต่อวัตถุนั่นเองซึ่งแนวของแรงจะขึ้นอยู่กับทิศทางของแรงและจุดที่แรงกระทำต่อวัตถุ

จุดที่แรงกระทำต่อวัตถุ

ปัจจัยอีกประการหนึ่งที่กำหนดลักษณะของการเคลื่อนที่ของวัตถุว่าจะเป็นการเคลื่อนที่เชิงเส้นหรือเชิงมุม คือ จุดที่แรงกระทำต่อวัตถุ ดังรูป แรง F1 F2 และF3 มีขนาดเท่ากัน มีทิศทางไปในแนวทางเดียวกัน แต่กระทำกับวัตถุในจุดในจุดที่แตกต่างกันออกไป แรง F1 ซึ่งกระทำต่อวัตถุที่จุกค่อนไปทางด้านบน จนทำให้วัตถุเคลื่อนที่ ไปเป็นเส้นตรงตามแนวแรงพร้อมๆกันทำให้เกิดการหมุนของวัตถุไปในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาส่วนแนว F3 ซึ่งกระทำต่อวัตถุที่ค่อนไปทางด้านล่าง จะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปเป็นเส้นตรงไปในทิศทางเดียวกันกับที่แรง F1 กระทำแต่จะทำให้เกิดการหมุนของวัตถุไปในทิศทางตามเข็มนาฬิกา ส่วนแรง F2 จะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปเป็นเส้นตรงโดยไม่เกิดการหมุนแต่อย่างใด เนื่องจากแนวแรงผ่านจุดศูนย์ถ่วงซึ่งเป็นแกนหมุนของวัตถุ

การเสริมของแรง

ถ้ามีแรงหลายๆแรงมากระทำต่อวัตถุในทิศทางเดียวกัน โดยมีช่วงเวลาที่ต่อเนื่องกัน จะมีผลต่อการเคลื่อนที่ของวัตถุในลักษณะที่เสริมแรงกัน การเสริมแรงในลักษณะนี้ จะมีผลดีที่สุดต่อเมื่อแรงที่มากระทำต่อวัตถุนั้นมาถึงในขณะที่แรงก่อนหน้านั้น ได้ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปได้เร็วที่สุดและเริ่มมีอัตราเร่งลดลงในการแข่งขันกีฬาหลายประเภทที่ต้องใช้พลังกล้ามเนื้อจะใช้หลักการลักษณะนี้ โดยทำให้กล้ามเนื้อที่มีขนาดใหญ่ทำงานก่อนเพื่อเริ่มการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยใช้กล้ามเนื้ออื่นๆ ช่วยเสริมแรงตามลำดับ จนถึงกล้ามเนื้อขนาดเล็ก ซึ่งหดตัวได้เร็วเป็นลำดับสุดท้าย โดยจะต้องให้มีจังหวะที่ต่อเนื่องกันและกล้ามเนื้อที่ทำงานก่อนก็ยังคงทำงานเพื่อให้มีแรงส่งปฏิกิริยารองรับของกล้ามเนื้อลำดับต่อไปด้วยการเสริมแรงเป็นสิ่งที่ค่อนข้างซับซ้อน และจังหวะของการใช้แรงต่างๆเสริมกันนั้นเป็นหลักสำคัญของเทคนิคการแข่งขันประการหนึ่ง ซึ่งไม่สามารถวิเคราะห์ด้วยสายตาได้ว่าการใช้แรงที่จุดใดที่ไม่ช่วยให้การเสริมแรงที่มีประสิทธิภาพ การวิเคราะห์ที่ให้ผลดีต้องใช้การถ่ายภาพยนต์หรือเทปโทรทัศน์ที่มีความเร็วเข้าช่วย

การรวมแรงและการแยกแรง

แรงเป็นปริมาณเวกเตอร์มีทั้งขนาดและทิศทาง ดังนั้นสามารถรวมแรงที่กระทำต่อวัตถุในขณะเดียวกัน แต่มีทิศทางต่างกัน เพื่อหาขนาดและทิศทางของแรงรวมได้ ตามวิธีการ รวมปริมาณเวกเตอร์ การเคลื่อนที่ของวัตถุต่างๆ โดยทั่วไป จะพบว่ามีแรงกระทำต่อวัตถุนั้นหลายแรงในเวลาเดียวกัน เช่น ลูกน้ำหนัก ที่ลอยไปในอากาศจะมีแรงอย่างน้อย 2 แรง มากระทำ คือแรงโน้มถ่วงของโลก และแรงต้านทานของอากาศ

ในทางตรงกันข้าม การใช้แรงกระทำต่อวัตถุในทิศทางใดทิศทางหนึ่งอาจแยกออกเป็น 2 แรง ในแนวที่ต้องการ เพื่อสะดวกในการคำนวณหรือเพื่อหาขนาดของแรงที่กระทำต่อวัตถุนั้น ในแนวที่วัตถุเคลื่อนที่ไปได้

องค์ประกอบของแรง

เนื่องจากแรงที่กระทำต่อวัตถุในขณะเดียวกันอาจจะมีหลายแรงในทิศทางต่างกัน ดังนั้นเพื่อความสะดวก มักใช้การแยกแรงต่างๆเป็น 2 องค์ประกอบ คือองค์ประกอบของแรงในแนวดิ่ง และองค์ประกอบของแรงในแนวราบ ซึ่งเขียนรูปลงบนระนาบจะแทนได้เป็นแกน y แกน x ตามลำดับ ดังนั้นมักจะใช้สัญลักษณ์ Fy และ Fx นั่นคือแรงขององค์ประกอบทั้ง 2 องค์ประกอบ จะอยู่ในแนวที่ตั้งฉาก ซึ่งกันและกัน

การรวมแรง

ในกรณีที่แรง 2 ขึ้นไป กระทำต่อวัตถุในเวลากัน แต่มีทิศทางต่างกันทั้ง 2 แรงจะมีผลต่อการเคลื่อนที่ของวัตถุร่วมกัน โดยผลของแรงรวมนั้นสามารถหาได้ทั้งขนาดและทิศทาง โดยวิธีการรวมแรง เช่นเดียวกันกับการรวมปริมาณเวกเตอร์ที่กล่าวมาแล้ว ซึ่งมี 2 วิธีใหญ่ๆ คือ ใช้การเขียนรูปหลายเหลี่ยม หรือสี่เหลี่ยมด้านขนานของแรง ซึ่งต้องเขียนด้วยมาตราส่วนที่ถูกต้องแน่นอนและวิธีการคำนวณต้องอาศัยพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ด้านเรขาคณิต และตรีโกณมิติ

การหาแรงลัพธ์ (Resultant Force)

1. วิธีการเขียนรูปแบบ หาง ต่อหัว

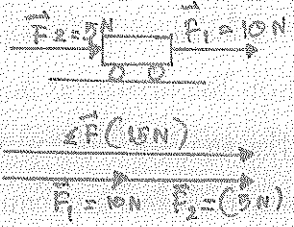
2. วิธีการคำนวณ แบ่งได้ 3 ลักษณะ

ก. แรงย่อยแรงไปทางเดียวกัน

$\Sigma F = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

$= 10 + 5$

$\therefore \Sigma \vec{F} = 15$ N (ไปทาง $\vec{F}_1, \vec{F}_2$)



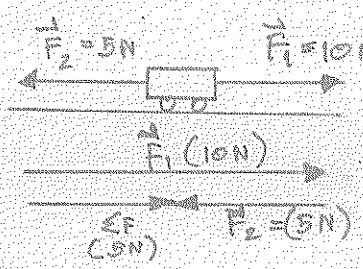
ข. แรงย่อยแรงลัพธ์ทางตั้งฉาก

$\Sigma F = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

$|\Sigma F| = F_1 - F_2$

$= 10 - 5$

$= 5$ N (ไปทาง $\vec{F}_1$)

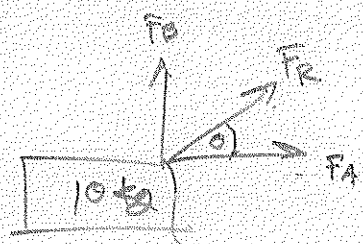


ค. แรงย่อยแรงทำมุม θ ต่อกัน

$F_R^2 = F_1^2 + 2F_1 F_2 \cos\theta$

$F_1 + F_2 \cos\theta$

3. การแยกองค์ประกอบ



$F_A = F\cos\theta$

$F_B = F\sin\theta$

ity must be used. Thus, the acceleration due to gravity, a, will act, bringing the vertical velocity to zero at the apex.

$$v_y = v_{yi} + at_{up}$$
$$0 = 8.55 \text{ m/s} - 9.81 \text{ m/s}^2 * t_{up}$$
$$t_{up} = \frac{8.55 \text{ m/s}}{9.81 \text{ m/s}^2}$$
$$t_{up} = 0.87 \text{ s}$$

Step 3. Use the third equation of constant acceleration to calculate the height of the apex of the trajectory above the release height. Remember that the height of the trajectory is dependent on the vertical velocity, the acceleration due to gravity is -9.81 m/s^2, and the vertical velocity at the apex is zero.

$$v_{yf}^2 = v_{fi}^2 + 2ay$$
$$0 = (8.55 \text{ m/s})^2 - 2 * 9.81 \text{ m/s}^2 * y_{up}$$
$$y_{up} = \frac{(8.55 \text{ m/s})^2}{2 * 9.81 \text{ m/s}^2}$$
$$y_{up} = 3.72 \text{ m}$$

Step 4. Calculate the total height to the apex of the trajectory.

$$H = \text{projection height} + y_{up}$$
$$= 2.2 \text{ m} + 3.72 \text{ m}$$
$$= 5.92 \text{ m}$$

Step 5. Calculate the time for the projectile to reach the ground from the apex of the trajectory. Since the projectile will land at a level lower than the release point, then time for the projectile to reach the apex of the trajectory must be less than the time for the projectile to reach the ground from the apex. The time down, t_{down}, can be calculated using the second equation of constant acceleration. In this equation, note that the displacement is negative, since it measures the distance from the apex down to the ground. In addition, the initial vertical velocity of the downward flight is zero.

$$y = v_i t + \frac{1}{2} at^2$$
$$-5.92 \text{ m} = 0 + \frac{1}{2} * -9.81 \text{ m/s}^2 * t_{down}^2$$
$$-t_{down} = \sqrt{\frac{2 * 5.92 \text{ m}}{-9.81 \text{ m/s}^2}}$$

Since time cannot be negative, each side of this equation must be multiplied by -1 resulting in the following:

$$t_{down} = 1.10 \text{ s}$$

Step 6. Calculate the total time the projectile is in the air by adding the time for the projectile to reach the apex of the trajectory to the time for the projectile to reach the ground from the apex.

$$T_{total} = t_{up} + t_{down}$$
$$= 0.87 \text{ s} + 1.10 \text{ s}$$
$$= 1.97 \text{ s}$$

Step 7. Calculate the range of the projectile.

$$\text{Range} = v_x * T_{total}$$
$$= 10.19 \text{ m/s} * 1.97 \text{ s}$$
$$= 20.07 \text{ m}$$

The distance that the shot traveled under these conditions is 20.1 m. In our initial discussion of projectiles and the equations of constant acceleration, air resistance was considered to be negligible. The mathematics of considering air resistance are well beyond the scope of this book, since it would require solving differential equations. However, it may be of interest to know that if these initial conditions were used to solve this problem taking into account air resistance, a reduction of 1.46% in the range of the throw would be found. Considering air resistance, the throw would be 0.3 m less or a total of 19.8 m.

Summary

Biomechanics is a quantitative discipline. One type of quantitative analysis involves linear kinematics. Linear kinematics is the study of linear motion with respect to time, and involves the vector quantities position, velocity, and acceleration, as well as the scalar quantities displacement and speed. Velocity is defined as the time rate of change of position and is calculated in biomechanics, using the first central difference method as follows:

$$v = \frac{s_{i+1} - s_{i-1}}{2\Delta t}$$

Acceleration is defined as the time rate of change of velocity and is calculated as follows:

$$a = \frac{v_{i+1} - v_{i-1}}{2\Delta t}$$

The process of calculating velocity from position and time or acceleration from velocity and time is called differentiation. Calculating the derivative via differentiation entails finding the slope of a line tangent to the parameter-time curve. The opposite process of differentiation is called integration. Velocity may be calculated as the integral of acceleration and position as the integral of velocity. Integration implies calculating the area under the

reach the ground from the apex. For example, if a shot putter releases the shot from a height of 2.2 m above the ground and the shot lands on the ground, the height of projection is 2.2 m. In the third situation, the projectile is released from a point below the surface on which it lands. Once again the trajectory is asymmetrical, but now the initial portion to the apex of the trajectory is greater than the latter portion. Thus, time for the projectile to reach the apex is greater than time for the projectile to reach the ground from the apex. For example, if a ball is thrown from a height of 2.2 m and lands in a tree at a height of 4 m, the height of projection is 1.8 m (Figure 8-33).

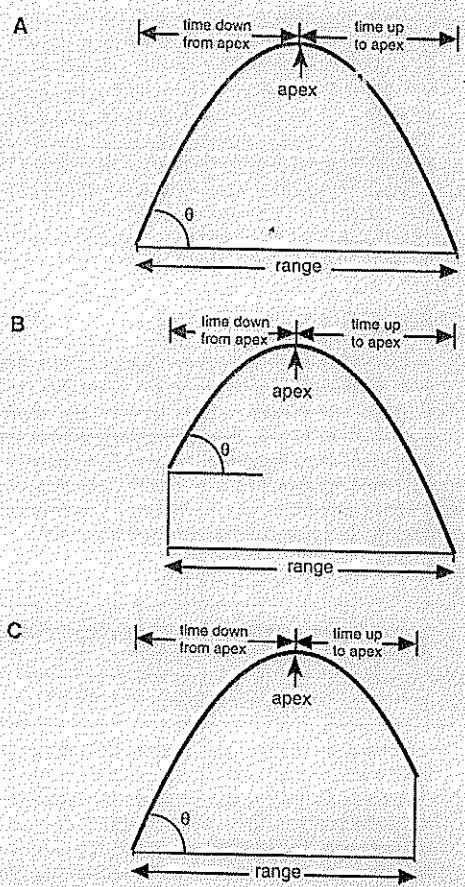


FIGURE 8-33. Influence of projection height on the shape of the trajectory of a projectile.

Generally, when the projection velocity and the angle of projection are held constant, the higher the projection height of release, the longer the flight time. If the flight time is longer, the range is greater. Also, for maximum range, when the relative height of projection is zero, the optimum angle is 45°; when the projection height is above the landing height, the optimum angle is less than 45°; and when the projection height is below the landing height, the optimum angle is greater than 45°.

Optimizing Projection Conditions

To optimize the conditions for the release of a projectile, the purpose of the projectile must be considered. As discussed previously, the three primary factors that affect the flight of a projectile are inter-related and will affect both the height of the trajectory and the distance traveled by the projectile. It may be intuitive that, since the height of the apex and the length of the trajectory of the projectile are both affected by the projection velocity, then increasing the projection velocity would increase both of these parameters. However, this common perception is incorrect. The choice of an appropriate projection angle is what will dictate whether the vertical or the horizontal velocity will be increased with increasing projection velocity. In addition, the angle of projection can be affected by the height of projection.

The relative importance of these factors is illustrated in the following example. If an athlete puts the shot with a velocity of 14 m/s at an angle of 40° from a height of 2.2 m, the resulting distance of the throw is 22.0 m. If each factor is increased by a given percentage (10% in this case), as the other two factors are held constant, the relative importance of each factor may be calculated. Increasing the velocity to 15.4 m/s results in a throw of 26.2 m; increasing the angle to 44° results in a throw of 22.0 m; and increasing the height of projection to 2.4 m results in a throw of 22.2 m. It is readily evident that increasing the velocity of projection increases the range of the throw more substantially than increasing either the angle or the height of projection. It should be emphasized, however, that the three factors are inter related and any change in one results in a change in the others.

Equations of Constant Acceleration

When a projectile is traveling through the air, only gravity and air resistance act upon it. If, as stated earlier, the effects of air resistance are ignored, then only gravity acts on the projectile. The acceleration due to gravity is constant and thus the projectile undergoes a constant acceleration. Using the concepts from the previous section, equations of constant acceleration motion, or pro-

For example, if a projectile is released at a horizontal velocity of 13.7 m/s, the projectile will have traveled 13.7 m in the first second, 27.4 m after 2 seconds, 40.1 m after 3 seconds, and so on. In another example, if a shot putter releases the shot with a horizontal velocity of 10.5 m/s and it travels through the air for 2.2 s, the range of the throw would be:

$$\text{Range} = 10.5 \text{ m/s} * 2.2 \text{ s}$$
$$= 23.1 \text{ m}$$

The angle of projection will affect the relative magnitude of the horizontal and vertical velocity components. If the angle of projection is 40° and the projection velocity is 13.7 m/s, the horizontal component of the projection velocity is:

v_x = projection velocity * cosine of projection angle
= 13.7 m/s * cos 40°
= 10.49 m/s

and the vertical component is:

v_y = projection velocity * sine of projection angle
= 13.7 m/s * sin 40°
= 8.81 m/s

If the angle is altered to 35°, the horizontal component becomes:

$$v_x = 13.7 \text{ m/s} * \cos 35°$$
$$= 11.22 \text{ m/s}$$

and the vertical component becomes:

$$v_y = 13.7 \text{ m/s} * \sin 35°$$
$$= 7.86 \text{ m/s}$$

To understand in general how the angle of projection affects the velocity components, consider that the cosine of 0° is 1 and decreases to zero as the angle increases. If the cosine of the angle is used to represent the horizontal velocity, then the horizontal velocity decreases as the angle of projection increases from 0 to 90° (Figure 8-32) Also, the sine of 0° is zero and increases to 1 as the angle increases. Consequently, if the sine of the angle is used to represent the vertical velocity, then the vertical velocity increases as the angle increases from 0 to 90° (Figure 8-32) It can readily be seen that as the angle gets closer to 90°, the horizontal velocity becomes smaller and the vertical velocity becomes greater. As the angle gets closer to 0°, the horizontal velocity becomes greater and the vertical velocity gets smaller.

At 45°, however, the sine of the angle equals the cosine of the angle. For any given velocity, therefore, the horizontal velocity equals the vertical velocity. It would appear

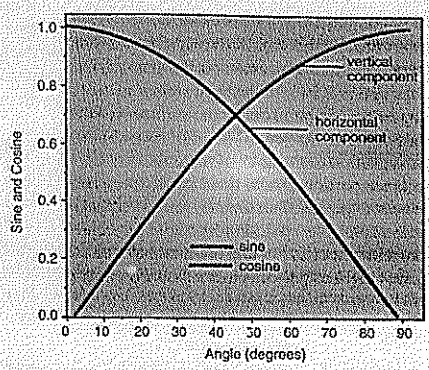


FIGURE 8-32. Graph of sine and cosine values at angles from 0° to 90°. Note that sin 45° = cosine 45°.

that 45° would be the optimum angle of projection since, for any velocity, the horizontal and vertical velocities would be equal. This is true under certain circumstances that shall be discussed in relationship to the projection height. Generally, if the maximum range of the projectile is critical, then an angle to optimize the horizontal velocity or an angle less than 45° would be appropriate. Thus, in activities such as the long jump or shot putting, the optimal angle of projection is less than 45°. If the height of the projectile is important, an angle greater than 45° would be chosen. This is the case in activities such as high jumping.

Projection Height. The height of projection of a projectile is the difference in height between the vertical take-off position and the vertical landing position. There are three situations that may occur that greatly affect the shape of the trajectory. In each case, the trajectory is parabolic but the shape of the parabola may not be completely symmetrical; that is, the initial half of the parabola may not be equal in shape to the latter half of the parabola. In the first case, the projectile is released and lands at the same height. The shape of the trajectory is symmetrical and thus the time for the projectile to reach the apex from the point of release equals the time for the projectile to reach the ground from the apex. If a ball is kicked from the surface of a field and lands on the field's surface, the relative projection height is zero and thus time up to the apex is equal to time down from the apex. In the second situation, the projectile is released from a point higher than the surface on which it lands. The parabola is asymmetrical with the initial portion to the apex less than the latter portion. In this case, time for the projectile to reach the apex is less than the time to

jectile motion, can be determined based on the definitions of velocity and acceleration. There are three such expressions involving the inter-relationships of the kinematic parameters of time, position, velocity, and acceleration. These expressions are often referred to as the equations of constant acceleration.

The first equation expresses final velocity as a function of the initial velocity, acceleration, and time.

$$v_f = v_i + at$$

The variables v_f and v_i refer to the final velocity and the initial velocity, respectively. As the velocity components are considered individually, it can be seen that many of the points previously discussed are described by this equation.

As described previously, the horizontal component of velocity, v_x, is constant throughout the flight of the projectile and thus the horizontal acceleration is zero. Indeed if $a = 0$ is substituted into this equation it can be seen that:

$$vx_f = vx_i$$

The final velocity equals the initial velocity or the horizontal velocity of projection is constant throughout the flight period.

In the earlier discussion of the vertical velocity component, v_y, it was suggested that gravity immediately acted to decrease the magnitude of v_y after the release of the projectile. If the coordinate system being used is oriented such that positive is up and negative is down, then the acceleration downward must be negative. Since gravity accelerates a projectile towards the ground, the acceleration due to gravity must be negative. Therefore, the acceleration due to gravity is -9.81 m/s^2. For the vertical component, the first equation of constant acceleration equation is:

$$vy_f = vy_i - 9.81t$$

This simply reaffirms that the vertical velocity at any instant is equal to the initial vertical velocity of release decreased by a value of 9.81 m/s for every second of flight until the final velocity is zero. At the point in the trajectory where the velocity is zero, the projectile is at the apex of its trajectory.

In the second equation, position is expressed as a function of initial velocity, acceleration and time.

$$s = v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

The variable s in this expression may refer to the horizontal or vertical case and is the change in position or the distance that the object travels from one position to another. This equation is derived by integrating the first equation. If the horizontal acceleration is zero, this equation becomes:

$$x = vx_i t$$

This expression reaffirms that the horizontal distance the object travels—the range—is the product of the horizontal velocity and the time of the flight.

In considering the vertical case of this equation, note that the variable "a" representing the acceleration due to gravity equals -9.81 m/s^2. The expression, therefore, is not as simple as the horizontal component case. If, for example, an object begins at rest and is dropped from some height, the initial vertical velocity is zero. This expression then becomes:

$$y = \frac{1}{2}at^2$$
$$y = \frac{1}{2} * 9.81 * t^2$$

The variable "t" represents the time it takes for the projectile to reach the ground from the point at which it was dropped. This expression indicates that the height may be calculated by simply knowing the length of time it took for the object to contact the ground once it was released, given that the acceleration due to gravity is constant.

The last equation expresses final velocity as a function of initial velocity, acceleration, and position.

$$v_f^2 = v_i^2 + 2as$$

Each of the kinematic variables in this expression appeared in one or both of the previous equations. Simplifying this expression for the horizontal case (that is $a_x = 0$), it is again reaffirmed that the horizontal velocity is constant throughout the projectile's flight. That is:

$$vx_f^2 = vx_i^2$$

For the vertical case, the example of an object dropping from some height, by beginning with a vertical velocity of zero, may be used. The expression becomes:

$$vy_f^2 = 2ay \text{ (where } a = 9.81 \text{ m/s}^2)$$
$$vy_f^2 = 2 * 9.81 * y$$

The final vertical velocity is, therefore, a function of the acceleration due to gravity and the height, y, from which the object was dropped.

Numerical Example

The equations of constant acceleration all employ parameters that are basic to linear kinematics. The three

- ทฤษฎีของ ปีทากอรัส จะใช้ได้เฉพาะสามเหลี่ยมมุมฉากเท่านั้น แต่ถ้าเวกเตอร์ทั้งสองปริมาณ ไม่ได้มุมซึ่งกันและกัน จะสามารถคำนวณหาผลรวมได้โดยใช้พื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ด้านตรีโกณมิติ The Law of cosine

ในกรณีรู้ขนาดของปริมาณเวกเตอร์ 2 ปริมาณ และรู้มุมระหว่างปริมาณเวกเตอร์ทั้งสองนั้น จะสามารถคำนวณหาผลได้โดยใช้กฎของ Cosine ที่ว่า "กำลังสองของด้าน ของสามเหลี่ยมเท่าผลรวมของกำลังสองของด้านอีกสองด้าน ลบด้วย 2 เท่า ของผลคูณของด้านทั้งสอง และ Cosine ของมุมระหว่างด้านทั้งสองด้าน ซึ่งเขียนสมการได้ว่า

$$C^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab\cos\theta$$

ตัวอย่าง การหาผลรวมโดยใช้กฎของ Cosine จากแรง FA มีขนาด 12 N ทำมุม 127 องศากับแรง FB ซึ่งมีขนาดเท่ากับ 25 N จะหาแรงรวม

$$FR^2 = FA^2 + FB - 2FA\,FB\cos 127$$

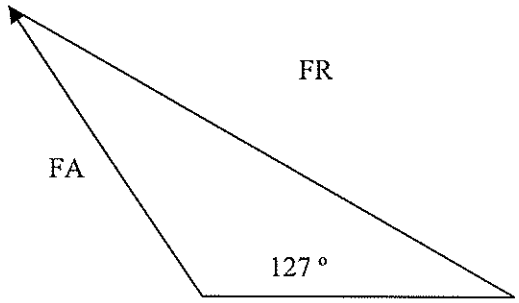
$$= 12^2 + 25^2 - 2\,(12)(25)(\cos 127)$$

$$FR^2 = 144 + 625 - 2(300)(-0.6018)$$

$$= 769 - (-361)$$

$$= 1130$$

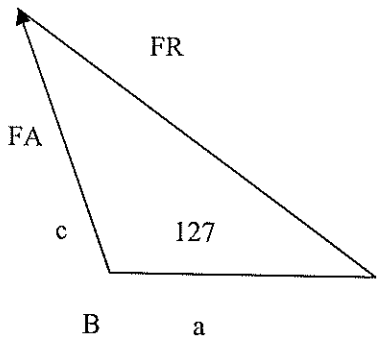
$$= 33.6\ N$$



จากรูป เราสามารถหาแรงรวมสองแรงได้ค่ามีขนาดเท่าไร แต่นังไม่สามารถหาทิศทางที่แน่นอนได้ ในกรณีนี้ เราสามารถใช้กฎของ sine เพื่อหามุมระหว่างแรงรวมกับแรง FA หรือมุมระหว่างแรงรวมกับแรง FE ก็ได้ ซึ่งกฎของ sine ระบุไว้ว่า

ในรูปสามเหลี่ยมใดๆด้านทั้งสามจะเป็นสัดส่วนกับ sine ของมุมตรงข้ามด้านนั้นๆ เราเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



$$\frac{BC}{\sin A} \quad \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$$

$$\frac{a}{\sin a} \quad \frac{b}{\sin b} \quad \frac{c}{\sin c}$$

จากสมการนี้เราสามารถหาค่ามุมระหว่าง FR กับ FA ได้ดังนี้

a b

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$$

$$\frac{25}{\sin A} \quad \frac{33.6}{\sin 127}$$

Sin 127 = 0.7986

$$\frac{25}{\sin A} = \frac{33.6}{0.7986}$$

$$\text{SinA} = \frac{25x0.7986}{33.6}$$

$$= 0.594$$

แรง EX

1 วัตถุก้อนหนึ่งมีมวล 20 Kg เดินอยู่นิ่งต่อมาเมื่อมีแรงมากระทำกับวัตถุนี้ 8 วินาที ปรากฏว่ามีความเร็วสูงเป็น 24 m/s จงหาแรงที่มากระทำต่อวัตถุ

ทราบ $m = 20\ kg$, $u = 0$, $t = 8\ s$, $v = 24\ m/s$ จงหาค่า a ก่อน F

หา a จาก $v = u + at$

$24 = 0 + a(8)$

$a = 3\ m/s^2$

หา F จาก $F = ma$

$F = 20 \times 3$

$F = 60\ N$

2 วัตถุมวล 10 kg ตกจากยอดตึกสูง 100 m ลงมาจะมีแรงกระทำต่อวัตถุเท่าไร($g = 10\ m/s^2$)

ทราบ $m = 10\ kg$, $a = g = 10\ m/s^2$

จาก $F = ma$

$= 10x10$

$F = 100N$

3 แรง 20 N กระทำต่อวัตถุก้อนหนึ่งให้เคลื่อนที่ปรากฏว่าในเวลา 10 s วัตถุเคลื่อนที่ไปได้ 40 m จงหามวลของวัตถุก้อนนี้

ทราบ $F = 20\ N$, $U = 0$, $t = 20\ s$, $s = 40\ m$

ต้องการหา m ต้องรู้ a ก่อน

จาก $3 = ut + \frac{1}{2}at^2$

$40 = 0 + \frac{1}{2}\ a\ (10)^2$

$a = 4/5\ m/s^2$

หา m จาก $F = ma$

$20 = (4/5)$

$m = 25kg$

4 วัตถุมีมวล 2 kg ถูกแรง 10 N มากระทำในทิศทางเดียวกันกับการเคลื่อนที่ของวัตถุซึ่งขณะนั้นมีความเร็ว 10 m/s อีก 4s ต่อมาวัตถุจะเคลื่อนที่ไปได้ระยะทางเท่าใด ($m = 2kg$, $F = 10N$, $u = 10m/s$, $t = 4s$)

ต้องการหา s ต้องหา a ก่อน

จาก $F = ma$

$10 = 2a$

$a = 5\ m/s^2$

หา s จาก $s = ut + 1/2\ at^2$

$= 10(4) + 1/2(5)(4)^2$

$S = 80\ m$

แหล่งที่มาของแรง

ดังที่กล่าวมาแล้วว่าการเคลื่อนที่ของวัตถุจะต้องส่วนเกี่ยวข้องกับแรงเสมอ ในการศึกษาด้านชีวกลศาสตร์จำแนกแรงที่เกี่ยวข้องตามแหล่งที่มาของแรง ได้เป็น 2 ประเภท คือ แรงดึงของกล้ามเนื้อ ที่เกิดจากการหดตัวของกล้ามเนื้อ ทำให้มีแรงดึงจากเอ็นกล้ามเนื้อ และแรงนั้นก็จะทำให้กระดูกที่กล้ามเนื้อเกาะติดอยู่เกิดการเคลื่อนที่ไปด้วย แรงประเภทที่สอง คือ แรงจากภายนอก เช่น แรงลม แรงกระแทก แรงเสียดทาน และแรงโน้มถ่วง

แรงดึงของกล้ามเนื้อ

เราได้สามารถวัดแรงดึงของกล้ามเนื้อในร่างกายแต่ละชิ้นได้ แต่อาจจะประมาณแรงดึงของกล้ามเนื้อที่ทำงานร่วมกันทั้งกลุ่มได้ นอกจานนี้การทำงานของกล้ามเนื้อแต่ละชิ้นในขนาดที่มีการเคลื่อนไหวของร่างกายก็ไม่สามารถบอกได้ชัดเจนว่ามีส่วนช่วยให้เกิดแรงดึงเพียงใด เนื่องจากกล้ามเนื้อแต่ละชิ้นอาจทำให้เป็นตัวดึง ในขณะหนึ่ง แต่ในขณะหนึ่งของทำหน้าที่ตัวยึดของต่อ หรืออาจจะทำหน้าที่เป็นตัวยึดไม่ให้เคลื่อนไหวลักษณะอื่นก็ได้ถึงแม้ว่าปัจจุบันจะมีการนำคลื่นฟ้าของกล้ามเนื้อ (EMG) มาใช้ในการประมาณแรงดึงของกล้ามเนื้อแต่ก็ยังประสบปัญหา คือ สามารถวัดเฉพาะกล้ามเนื้อชิ้นใดชิ้นหนึ่งเท่านั้น

การวัดแรงดึงของกล้ามเนื้อ โดยใช้เครื่องมือต่างเป็นการวัดแรงดึงของกล้ามเนื้อเช่นเดียวกัน ตัวอย่างเช่น เครื่องวัดแรงบีบมือจะวัดแรงที่ได้จากกล้ามเนื้อแขนท่อนล่างและกล้ามเนื้อมือรวมหลายชิ้น การวัดแรงดึงการงอแขนท่อนล่าง เป็นวัดแรงดึงของกล้ามเนื้อ bicep และ brachialis รวมกันเป็นต้น นอกจากนี้การวัดแรงดึงของกล้ามเนื้ออาจใช้การประมาณจากอัตราการเร่งของวัตถุที่รู้ขนาดของมวล ซึ่งเป็นผลจากการใช้แรงของกล้ามเนื้อกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง

แรงจากแรงภายนอก

โดยปกติวัตถุทุกชนิดจะถูกกระทำด้วยแรงต่างๆ จากภายนอกตลอดเวลาที่สำคัญ คือ แรงโน้มถ่วงของโลก ในบางกรณีจะมีแรงอื่นๆมากระทำต่อวัตถุด้วยในขณะเดียวกัน เช่นแรงเสียดทานระหว่างวัตถุกับพื้นผิว แรงต้านทานจากอากาศ และแรงที่ส่งถ่ายมาจากวัตถุอื่น

แรงเป็นพลังงานรูปหนึ่งซึงอาจเปลี่ยนรูปมาจากพลังงานอื่นๆ เช่น พลังงานความร้อน ทำให้อากาศขยายตัว และมีแรงนั้นเพิ่มขึ้น แรงดันของอากาศที่เพิ่มขึ้นนี้ เป็นการเปลี่ยนรูปของพลังงานความร้อนมาเป็นแรง เป็นต้น แรงภายนอกที่มักจะมีส่วนเกี่ยวข้องทางชีวกลศาสตร์ที่สำคัญ นอกจากแรงโน้มถ่วงของโลก

และแรงเสียดทานแล้วยังมีแรงต้านทานจากอากาศ หรือของไหลอื่นๆ แรงที่ส่งถ่ายมาจากวัตถุอื่นๆ แรงลอยตัวของน้ำ

Type of force

แรงที่มีอยู่ในธรรมชาติและส่งผลต่อการเคลื่อนที่ของมนุษย์ แบ่งได้หลายอย่าง แต่ที่นิยมแบ่งกันมากที่สุดคือ contact force และ non-contact force

contact force คือ แรงที่เกี่ยวข้องกับการออกแรงกระทำโดยการผลักหรือดึงเป็นการพยายามออกแรงจากวัตถุหนึ่งกับอีกวัตถุหนึ่งโดยตรง เช่น ไม้เบสบอลกระทบลูก เท้ากระทบพื้น หรือหมันที่ชดออกไปสัมผัสกับหน้า ส่วน non-contact force คือ แรงที่วัตถุหนึ่งออกแรงพยายามกับอีกวัตถุหนึ่ง โดยที่ไม่สัมผัสกับวัตถุนั้น

กฎของการเคลื่อนที่ข้อที่หนึ่งของนิวตัน

จากการศึกษาเกี่ยวกับแรงและสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุพบว่า ถ้ามีวัตถุวางอยู่นิ่งบนพื้นราบแล้วไม่แรงอื่นใดมากระทำต่อวัตถุ วัตถุจะยังคงอยู่นิ่งเช่นเดิมต่อไป หรือถ้าให้แรง 2 แรง มากระทำต่อวัตถุ โดยแรงทั้ง 2 มีขนาดเท่ากันแต่มีทิศทางตรงข้ามกัน จากหลักของแรงลัพท์ของแรงทั้ง 2 ที่กระทำต่อวัตถุจะเป็น ศูนย์ เราพบว่าวัตถุยังคงอยู่นิ่งเช่นเดิม เราจึงสรุปได้ว่า วัตถุที่อยู่นิ่งถ้าไม่มีแรงภายนอกมากระทำต่อวัตถุ หรือถ้ามีแรงภายนอกหลายแรงมากระทำต่อวัตถุ หรือถ้ามีแรงภายนอกเหล่านั้นเป็นศูนย์แล้ววัตถุนั้นยังคงรักษาสภาพนิ่งไว้อย่างเดิม หรือถ้าพิจารณาวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่บนพื้นระดับ ซึ่งไม่มีแรงภายนอกใดมากกระทำกับวัตถุ วัตถุจะรักษาสภาพการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวค่าหนึ่ง หรือถ้ามีแรง 2 แรงมากระทำกับวัตถุขณะวัตถุกำลังเคลื่อนที่ โดยที่แรงทั้ง 2 มีขนาดเท่ากัน แต่มีทิศทางตรงข้ามกัน (แรงลัพท์ของแรงทั้ง 2 เป็นศูนย์) เราพบว่าวัตถุยังคงรักษาสภาพ การเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวนั้นต่อไป เราจึงสรุปได้ว่า

วัตถุทีกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วค่าหนึ่ง ถ้าไม่มีแรงภายนอกหลายแรงมากระทำต่อวัตถุแต่แรงลัพท์ของแรงภายนอกเหล่านั้นเป็นศูนย์แล้ว วัตถุนั้นยังคงรักษาสภาพการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวนั้นต่อไป

จากการพิจารราข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ถ้าแรงลัพท์ที่กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์ วัตถุจะไม่เปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ กล่าวคือ ถ้าวัตถุอยู่นิ่งก็จะอยู่นิ่งตลอดต่อไป แต่ถ้าเดิมวัตถุกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วค่าหนึ่ง วัตถุนั้นก็ยังคงเคลื่อนที่ต่อไป ในแนวตรงตามทิศทางเดิมด้วยความเร็วคงตัวตลอดไป

นิวตัน (Sir l Sac Newton) ได้สรุปเกี่ยวกับการรักษาสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุทั้งสภาพอยู่นิ่งและสภาพการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว เป็นกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 1 ของนัวตันว่า

"วัตถุยังคงสภาพอยู่นิ่งและสภาพการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวในแนวตรง นอกจากจะมีแรงลัพท์ซึ่งมีค่าไม่เป็น ศูนย์ มากระทำต่อวัตถุนั้น กฎการเคลื่อนที่ ข้อที่ 1 ของนิวตัวมีอีกชื่อหนึ่งว่า กฎความเฉื่อย (Inertia Law)

กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน

จากการศึกษาสภาพการเคลื่อนที่ของบวัตถุและกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 1 ของนิวตัน ทำให้ทราบว่าถ้ามีแรงกระทำ หรือถ้ามีแรงหลายแรงกระทำต่อวัตถุ แต่แรงลัพท์ของแรงเหล่านั้นเป็นศูนย์แล้ววัตถุจะไม่เปลี่ยนสภาพกรเคลื่อนที่ในกรณี ความเร็วของวัตถุเพิ่มขึ้นหรือลดลงหรืออาจเปลี่ยนทิศทางการเคลื่อนที่ ซึ่งเรียกว่าวัตถุมีความเร่ง ซึ่งขึ้นกับขนาดแบละทิศทางของแรงลัพท์ที่กระทำต่อวัตถุ

สามารถเขียนได้ว่า

$$F=ma$$

เมื่อ F คือ แรง

m คือ มวล

a คือ ความเร่ง

กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สามของนิวตัว

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อหนึ่งและข้อที่สองของนิวตัวเป็นการอธิบายสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุเมื่อมีแรงภายนอกมากระทำต่อวัตถุ จากการศึกษาในขณะที่มีแรงมากระทำต่อวัตถุ วัตถุจะออดแรงโต้ตอบต่อแรงที่มากระทำนั้น เช่น เมื่อเราออกแรงผลักกำแพง เราจะรู้สึกว่ากำแพงก็ออกแรงผลักมือเรา

จากตัวอย่างพบว่า เมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุวัตถุหนึ่ง วัตถุนั้นจะออกแรงตอบโต้ในทิศทางตรงข้ามกับแรงที่มากกระทำ แรงทั้งสองนั้นจะเกิดขึ้น พร้อมกันเสมอ เราเรียกแรงที่มากระทำต่อวัตถุว่า แรงกิริยา (action force) และเรียกว่า แรงที่วัตถุโต้ตอบต่อแรงที่มากระทำว่า แรงปฏิกิริยา (reaction force)

O Friction

สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต ระหว่างเลื่อนและหิมะ = 0.18 สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์ = 0.15 เด็กผู้ชายน้ำหนัก 250 N นั่งบนเลื่อนซึ่งหนัก 200 N จะต้องใช่แรง(ซึ่งขนานกับพื้น) มากเท่าใดที่จะทำให้เลื่อนเริ่มเคลื่อนที่จะต้องใช่แรงมากเท่าใดที่ในการรักษาสภาพการเคลื่อนที่ของเลื่อน

ทราบ $\mu s = 0.18$, $\mu k = 0.15$, $\omega t = 250\ N + 200\ N$

ในการทำให้เลื่อนเริ่มเคลื่อนที่แรงที่ใช่จะต้องมากกว่าแรงเสียดทานสถิตสูงสุด

$f = \mu s\ N$

$f = (0.18)(250N + 200N)$

$f = 81\ N$

แรงที่จะใช่ต้องมากกว่า 81 N

ในการรักษาการเคลื่อนที่ แรงที่ใช่จะต้องเท่ากับแรงเสียดทานจลน์

$Fk = \mu k\ N$

$fk = (0.15)(250N + 200N)$

$fk = 67.5\ N$

แรงที่ใช่อย่างน้อยจะต้องเท่ากับ 67.5 N

1. จงหาแรงศัพท์ของแรง 20 N และแรง 15 N เมื่อแรงทั้งสองทำมุมต่อกัน $0^{\circ}, 60^{\circ}, 90^{\circ}, 120^{\circ}$, และ 180°

จาก $\sum F = F_1 + F_2$

$= 20 + 15$

$\sum F = 35\ N$

ดังนั้นเมื่อแรงทั้งสองทำมุม θ ต่อกัน แรงลัพธ์มีขนาด 35 N มีทิศไปทางเดียวกันกับแรงทั้งสอง

ทำมุม 60° จาก $\sum F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos\theta}$

$= \sqrt{(20)^2+(15)^2+2(20)(15)\cos 60^\circ}$

$= \sqrt{400+225+2(300)\left(\frac{1}{2}\right)}$

$= \sqrt{925}$

$\therefore \quad \sum F = 30.41 \text{ N}$

หาทิศทางของ $\sum F$

จาก $\tan\alpha = \frac{F2\ Sin\ \theta}{F1+F2\ \cos\theta}$

$= \frac{15\ Sin\ 60^\circ}{20+15\cos 60^\circ}$

$= \frac{15\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{20+15\left(\frac{1}{2}\right)}$

$\text{Tan}\ \alpha = 0.472$

$\therefore \quad \alpha = \tan^{-1} 0.472$

$= 25.28^\circ$

ดังนั้นเมื่อแรงดั้งทำมุม 60° ต่อกันแรงลัพธ์มีขนาด 30.41 N มีทิศทางทำมุม $\tan^{-1}$ 0.472 หรือ 25.28° กับแรง 20 N

ทำมุม 90° จาก $\sum F = \sqrt{F1^2 + F2^2}$

$= \sqrt{(20)^2 + (15)^2}$

$= \sqrt{400 + 222}$

$= \sqrt{625}$

$\therefore \quad \alpha = 25 \text{ N}$

หาทิศทางของ $\sum \bar{F}$

$$\text{จาก} \quad \tan \propto = \frac{F2}{F1}$$

$$= \frac{15}{20}$$

$$\tan \propto = \frac{3}{4}$$

$$= 37^{\circ}$$

ดังนั้นเมื่อแรงทั้งสองทำมุม 90° ต่อกัน แรงลัพธ์มีขนาด 25 N มีทิศทำมุม 37° กับ แรง 20 N

ทำมุม 120° จาก $\sum F = \sqrt{F1^2 + F2^2 + 2F1\,F2\,\cos\theta}$

$$= \sqrt{(20)^2 + (15)^2 + 2(20)(15)\cos 120^{\circ}}$$

$$= \sqrt{400 + 225 + 2(300)\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$= \sqrt{325}$$

$$\therefore \quad \sum F = 18.03 \text{ N}$$

หาทิศทางของ $\sum \bar{F}$

$$\text{จาก} \quad \tan \propto = \frac{F2 \sin \theta}{F1 + F2 \cos \theta}$$

$$= \frac{15 \sin 120^{\circ}}{20 + 15 \cos 120^{\circ}}$$

$$= \frac{15\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{20 + 15\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$\tan \alpha = 1.04$$

$$\therefore \quad \alpha = \tan^{-1} 1.04 = 46.1^{\circ}$$

ดังนั้น เมื่อแรงทำมุม 120 ต่อกัน แรงลัพธ์มีขนาด 18.03 N มีทิศทำมุม $\tan^{-1}$ 1.04 หรือ 46.1° กับแรง 20 N

ทำมุม 180° จาก $\sum F = F1 - F2$

$$= 20 - 15$$

$$\therefore \quad \sum F = 5 \text{ N}$$

ดังนั้นเมื่อแรงทั้งสองทำมุม 180° ต่อกัน แรงลัพธ์มีขนาด 5 N มีทิศไปทางเดียวกับแรง 20 N

Linear Momentum

โมเมนตัมเชิงเส้น คือผลคูณระหว่างมวลคูณกับความเร็วมวลและความเร็วของวัตถุที่มากกว่า จะทำให้มี **momentum** มากกว่า

Momentum = มวล × ความเร็ว

$$P = mv$$

เมื่อ P = โมเมนตัมเชิงเส้น มีหน่วยเป็น (kg.m/sec)

m = มวล

v = ความเร็ว

โมเมนตัมเป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทั้งขนาดและปริมาณ เมื่อใดที่วัตถุมีการเคลื่อนที่จะมีโมเมนตัมและมีทิศแรง ในทิศที่เคลื่อนที่

ดังนั้น เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำต่อระบบเพื่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความเร็วแรงนั้นจะทำให้โมเมนตัมของระบบเปลี่ยนแปลงไป แรงที่กระทำยิ่งมากเท่าใดหรือ เวลา ที่แรงใช้ในการกระทำมากเท่าใด โมเมนตัมที่เปลี่ยนไปยิ่งมากเท่านั้น

ตัวอย่าง ถ้านัก Hockey คนหนึ่งหนัก 90 kg เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 6 m/s จากทางขวา อีกคนหนึ่งหนัก 80 kg เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 7 m/s จากทางซ้าย ถ้านัก Hockey ทั้ง 2 คน เคลื่อนที่เข้าปะทะกัน การเคลื่อนที่จะเป็นอย่างไร

Momentum ของคนที่ 1

จาก P = mv

= (90 kg)(6 m/s)

= 540 kg. m/s

Momentum ของคนที่ 2

จาก P = mv

= (80 kg)(7 m/s)

= 560 kg. m/s

เนื่องจาก **momentum** ของผู้เล่นคนที่ 2 มากกว่าเมื่อทั้งสองปะทะกันแล้วการเคลื่อนที่ของผู้เล่นทั้ง 2 จะเคลื่อนที่ไปในทิศทางของผู้เล่นคนที่ 2

แรงและการเปลี่ยนโมเมนตัม

เมื่อ พิจารณาวัตถุเคลื่อนที่ชนกันหรือกระทบกัน เช่น ลูกบิดเกียวหรือลูกเปตอง ขรุขระลูกหนึ่งวิ่งชนอีกลูกหนึ่ง จะเห็นว่าลูกที่ถูกกระทบจะเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ทันที เช่นเปลี่ยนสภาพจากหยุดนิ่งเป็นเคลื่อนที่ ส่วนลูกที่มากระทำนั้นก็เปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ เช่นกัน เช่นอาจจะหยุดนิ่ง หรือเปลี่ยนขนาด และทิศของความเร็วเดิม แสดงว่ามีแรงกระทำกับวัตถุทั้งสองก้อน

แรงที่กระทำต่อวัตถุทั้งสองก้อนขณะเกิดการชนกัน เป็นแรงคู่กิริยากระทำต่อวัตถุก้อนหนึ่ง ก็จะมีแรงปฏิกิริยา กระทำต่อวัตถุอีกก้อนหนึ่งที่เราเขียนคมสัมพันธ์ของแรงทั้งสองได้ดังนี้

$$F1 = -F2$$

เมื่อ F1 เป็นแรงกิริยากระทำต่อวัตถุก้อนหนึ่ง

F2 เป็นแรงปฏิกิริยากระทำต่อวัตถุอีกก้อนหนึ่ง

จากการเคลื่อนที่ข้องสองของนิวตัน เราทราบว่า แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุก้อนหนึ่ง

$$F = \text{ma}$$

โดยที่ $a = \frac{\text{v}-\text{u}}{\text{t2}-\text{t1}}$

หรือ $\bar{a} = \bar{\text{v}} - \bar{u}$

ดังนั้น $\bar{F} = m\bar{a} = \frac{\text{m}\ \bar{\text{v}} - \bar{u}}{\Delta t}$

$$F = \frac{\text{m}\ \bar{\text{v}} - m\bar{u}}{\Delta t}$$

กำหนดให้ปริมาณที่เกิดจาก มวล คูณ ความเร็วนี้เรียกว่า โมเมนตัม (**momentum**) เป็นปริมาณเวกเตอร์

โมเมนตัม คือ ผลคูณระหว่างมวล และความเร็วของวัตถุ ซึ่งบอกสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุ และเป็นปริมาณเวกเตอร์ที่มีทิศตามทิศของความเร็ว

เมื่อกำหนดให้ $\bar{\text{P}}$ แทนโมเมนตัมจะได้

$$P = \text{m}\bar{\text{v}}$$

ให้ $\text{m}\bar{\text{u}}$ เป็นโมเมนตัมก่อนชน

$\text{m}\bar{\text{v}}$ เป็นโมเมนตัมหลังชน

และ $\text{m}\bar{\text{v}} - \text{m}\bar{\text{u}}$ เป็นการเคลื่อนที่โมเมนตัม = $\Delta\bar{\text{P}}$

ดังนั้น $\frac{\text{m}\bar{\text{v}} - \text{m}\bar{\text{u}}}{\Delta\,\text{t}}$ จึงเป็นอัตราการเปลี่ยนโมเมนตัม $\frac{\Delta\,\text{P}}{\Delta\,t}$

เมื่อกำหนดให้ $\Delta\bar{P}$ แทน การเปลี่ยนโมเมนตัม จะได้

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

สรุปได้ว่า แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุ เท่ากับ อัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม

• **ตามกฎการเคลื่อนที่ข้อสองของนิวตัน** แรงลัพธ์ที่ไม่เป็นศูนย์ ทำให้วัตถุเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่

จากสมการ $\bar{F} = \frac{m\bar{v} - m\bar{u}}{\Delta t}$

กล่าวได้ว่า แรงลัพท์ที่ไม่เป็นศูนย์ เท่ากับอัตราการเปลี่ยนโมเมนตัมของวัตถุ

• จากสมการ $\bar{P} = mv$ โมเมนตัมมีหน่วยเป็นกิโลเมตรต่อวินาที กฎการเคลื่อนที่ข้อที่หนึ่งของนิวตัน หรือกฎของความเฉื่อย กล่าวว่า ถ้าแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์ วัตถุนั้นจะเคลื่อนที่ในแนวตรงด้วยความเร็วคงตัวเมื่อพิจารณาโมเมนตัมของวัตถุนี้จะเห็นว่า โมเมนตัมของวัตถุจะคงตัวด้วย

• **การดลและแรงดล**

ตามที่ได้ศึกษา เมื่อวัตถุสองก้อนมีการกระทบกันจะมีแรงปฏิกิริยาและแรงกิริยากระทำระหว่างกัน เมื่อพิจารณาแรงกระทำต่อวัตถุก้อนใดก้อนหนึ่งจะเป็นไปตามสมการ

$$\bar{F} = \frac{m\bar{v} - m\bar{u}}{\Delta t}$$

ถ้าแรงลัพธ์ที่ $\bar{F}$ นี้กระทำในเวลาสั้นๆ $\Delta t \rightarrow 0$

เรียก $\bar{F}$ ว่าแรงดล (1 mpulsiue force) หรืออัตราการเปลี่ยนโมเมนตัม

$$F\Delta t = mv - mu$$

$F\Delta t$ เรียกว่าแรงดล (1 mpulsiue) หรือการเปลี่ยนโมเมนตัมหน่วยของการดล เป็นกิโลกรัม. เมตร ต่อ วินาที หรือนิวตัน วินาที

โมเมนตัม

1. วัตถุมวล 2 กิโลกรัม กำลังเคลื่อนที่ไปทิศทางเหนือด้วยความเร่ง 10 เมตร/วินาที จะมีโมเมนตัมเท่าไร

m = 2 kg v = 10 m/s

จาก p = mv

= 2×10

= 20 kg.m/s

2. ปล่อยวัตถุมวล 1 กิโลกรัมลงในแนวดิ่ง เมื่อเวลาผ่านไป 2 วินาทีโมเมนตัมของวัตถุเปลี่ยนแปลงไปเท่าใด

m = 1 kg , u = 0 , t = 2 s , a = 10 m/s^2

จาก v = utat

= 0+ (10) 2

v = 20 m / s

จาก $\Delta p = mv - mu$

= 1(20) – 1 (0)

$\Delta p = 20 kg.m/s$

3. ปาวัตถุมวล 0.5 กิโลกรัม ขึ้นในแนวดิ่งด้วยความเร็ว 20 เมตรต่อวินาที เมื่อเวลาผ่านไป 3 วินาที จงหา

ก. โมเมนตัม เริ่มต้น

ข. โมเมนตัมสุดท้าย

ค. โมเมนตัมที่เปลี่ยนไป

ทราบ m = 0.5 kg , u = 20 m/s , a = 10 m/s^2 , t = 3 s

ก. หา P_1 จาก $P_1 = mu$

$= 0.5 \times 20$

$P_1 = 10$ kg.m / s (ขึ้น)

ข. หา P_2 ต้องหา V ก่อน

จาก $v = u + at$

$= 20 + (-10)\ 3$

$V = -10$ m / s (ลง)

จาก $P_2 = mv$

$= 0.5\ (-10)$

$P_2 = -5$ kg.m/s

ค. หา ΔP

จาก $\Delta P = P_2 - P_1$

$= -5 - 10$

$\Delta P = -15$ kg m/s

4. ขว้างลูกบอล 0.2 กิโลกรัม ด้วยความเร็ว 10 เมตร/วินาที ในแนวระดับเข้าชนกำแพง ในทิศทางตั้งฉากกับกำแพงแล้วสะท้อนกลับออกมาในแนวเดิม ด้วยความเร็ว 10 เมตร/วินาที จงหา

ก. โมเมนตัมก่อนชนกำแพง

ข. โมเมนตัมหลังชนกำแพง

ค. การดลของลูกบอล

(ก). หา P ก่อน

จาก $P = mu$

$= 2 \times (-10)$

P ก่อน = -20 kg-m/s (เข้า)

(ข). หา P หลัง

จาก $P = mv$

$= 2 \times 10$

P หลัง $= 20 \times kgm/s$ (ออก)

(ค). การดล

จาก การดล $= mv - mu$

$= 20 - (-20)$

การดล $= 40$ kg m/s (ออก)

นักฟุตบอลเตะลูกบอลมวล 0.5 กิโลกรัม ด้วยอัตราเร็ว 15 เมตร/วินาที ผู้รักษาประตูรับลูกฟุตบอลแล้วกอดนิ่งไว้กับอกภายในช่วงเวลา 0.02 วินาที จงหาการดลและแรงเฉลี่ยของลูกฟุตบอลที่กระทำต่อผู้รักษาประตู

ถ้าให้ u มีทิศทางไปทางซ้ายมือ แล้ว u = -15 m/s และโจทย์กำหนดให้ v = 0

จาก การดล $= mv - mu$

$= 0 - (0.5\text{kg})(-15 \text{ m/s}) = 7.5$ kg.m/s

นั้นคือการดลของแรงที่กระทำต่อลูกบอลเท่ากับ 7.5 กิโลกรัม – เมตรต่อวินาที

จาก $F \Delta t =$ การดล

$$F = \frac{7.5kg.m/s}{0.02s}$$

$$= 375 \text{ N}$$

F คือแรงเฉลี่ยที่กระทำต่อลูกบอลเท่ากับ 375 N แต่แรงเฉลี่ยที่ลูกบอลกระทำต่อผู้รักษาประตูมีทิศตรงข้ามกันกับ F แต่มีขนาดเท่ากัน

นั้นคือแรงเฉลี่ยที่ลูกฟุตบอลกระทำต่อผู้รักษาประตูมีขนาดเท่ากับ 375 N

งาน (Work)

ความหมาย การประกอบอาชีพ ทำภารกิจต่างๆ ประจำวัน เช่น การหุงต้มอาหาร โดยใช้แก๊สเป็นพลังงาน การทำความสะอาดบ้าน ใช้พลังงานจากกล้ามเนื้อแขน การทำงานของเครื่องซักผ้า เตารีด ตู้เย็น ใช้พลังงานไฟฟ้า

ความหมายทางกลศาสตร์

พิจารณาว่ามีงานเกิดขึ้นหรือไม่ ก็ต่อเมื่อมีแรงมากระทำต่อวัตถุ แล้วทำให้วัตถุมีการกระจัด

ในกรณีที่แรง F ที่มากระทำเป็นแรงคงตัว และการกระจัดของวัตถุอยู่ในแนวเดียวกันกับแรง $\vec{F}$ ปริมาณงานที่แรง $\vec{F}$ กระทำจะมีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างขนาดของแรง $\vec{F}$ กับขนาดของการกระจัด $\vec{S}$ ของวัตถุ ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$W = Fs\ (d)$$

- โดยทิศของแรง $\vec{F}$ และการกระจัด $\vec{S}$ จะต้องอยู่ในแนวเส้นตรง เดียวกัน

- กำหนดให้งานของแรง $\vec{F}$ มีเครื่องหมายบวก เมื่อแรง $\vec{F}$ อยู่ในทิศเดียวกับการเคลื่อนที่และมีเครื่องหมาย ลบ เมื่ออยู่ในทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่

- เมื่อพิจารณาการหดตัวของกล้ามเนื้อ แรงที่ใช้ในการหดตัวของกล้ามเนื้อและทิศทางการเคลื่อนเชิงมุมบริเวณข้อต่อ เกิดขึ้นในทิศทางเดียวกัน งานที่เกิดขึ้นในลักษณะนี้คืองานที่เป็นบวก ในทางตรงข้ามกัน เมื่อแรงหดตัวของกล้ามเนื้อและการเคลื่อนที่เชิงมุมของข้อต่อ เกิดขึ้นในทิศทางตรงกันข้าม งานที่เกิดขึ้นในลักษณะนี้ เรียกว่า งานที่เป็นลบ

- เมื่อการหดตัวของกล้ามเนื้อมีลักษณะ Concentric Contraction งานจะเป็นบวก

ส่วนการหดตัวของกล้ามเนื้อลักษณะ Eeeutric Contraction งานจะเป็นลบ

- เมื่อร่างกายเคลื่อนไหวไปในระยะทางที่กำหนด นั่นคือร่างกายเกิดการทำงานขึ้นโดย ปริมาณของงานจะเท่ากับแรงที่ใช้กับระยะทางที่ร่างกาย เคลื่อนที่ไปได้ เมื่อไม่มีการเคลื่อนไหวจะไม่มีงานทางกลศาสตร์เกิดขึ้น เช่น การยืนนิ่ง จะมีการใช้แรงของกล้ามเนื้อเพื่อรักษาท่าทาง มีแรงที่เกิดจากน้ำหนักตัวกระทำกับพื้น และแรงจากพื้นกระทำกับร่างกายแรงเสียดทานของพื้น แต่เนื่องจากไม่มีการเคลื่อนที่จึงไม่เกิดระยะทางการเคลื่อนที่ จึงไม่เกิดงาน

-แต่ถ้าแนวแรงที่กระทำกับวัตถุไม่ขนานกับพื้น เราจะหาแรงได้จาก

$$W = F \times \cos\theta \times d(s)$$

เมื่อ F คือแรงที่ใช้

d คือ ระยะกระจัด

θ คือ มุมระหว่าง แรงกับแนวของระยะกระจัด

จากรูป

Direction

Pushing force Table surface

แรงที่ใช้ในการผลักกล่อง จะขนานกับแนวของระยะกระจัด หรือทำมุม O° กับระยะกระจัด ถ้าแรงที่ใช้คือ 50 N และกล่องเคลื่อนที่ไปได้ 0.1 m งานที่ทำจะเท่ากับเท่าไร

$$W = 50N \times \cos o° \times 0.1m$$

$$= 50N \times 1 \times 0.1m$$

$$= 5 \text{ N.m}$$

ถ้าแรงที่มีขนาดเท่ากัน กระทำกับ กล่องเป็นมุม 30° งานที่ทำได้จะเท่ากับเท่าไร

$$W = 50N \times \cos 30° \times 0.1m$$

$$W = 50N \times 0.866 \times 0.1m$$

$$W = 4.33 \text{ N.m}$$

- งานซึ่งเกิดจากแรงที่กระทำ ทำมุมกับแนวแรงการเคลื่อนที่ ในกรณีที่แรงคงตัว $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุในแนวทำมุมกับทิศทางการเคลื่อนที่ของวัตถุ และทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปด้วยการกระจัด $\vec{S}$ เราจะหางานที่แรง $\vec{F}$ ทำโดยแยกแรง $\vec{F}$ นี้ออกเป็นแรงองค์ประกอบที่ตั้งฉากกัน 2 แรง โดยต้องให้แรงองค์ประกอบ หนึ่ง อยู่ในแนวเดียวกันกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ

รูป

F_1 เป็นองค์ประกอบของแรง $\vec{F}$ ในแนวราบ แรงนี้ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยการกระจัด $\vec{S}$ ในแนวราบ

F_2 เป็นองค์ประกอบของแรงในแนวดิ่ง

ดังนั้นงานที่เกิดจากแรง $F_1 = F_2 \, s$

แต่เนื่องจาก $F_1 = F\cos\theta$

นั้นคือ งานที่เกิดจากแรง $F_1 = (F\cos\theta)s$

$$W = F_s \cos\theta$$

สรุป งานที่เกิดจากแรงกระทำ ซึ่งไม่อยู่ในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุจะหาได้จาก ผลคูณระหว่างขนาดของแรง องค์ประกอบในการเคลื่อนที่กับขนาดของการกระจัดของวัตถุที่เกิดขึ้นในช่วงที่แรงนี้กระทำ เขียนสมการได้

$$W = F_s \cos\theta$$

ตัวอย่าง

ออกแรง 50 N จากกล่องในแนวทำมุม 30° กับแนวระดับ ถ้าลากกล่องไปได้ไกล 10 m จงหางานที่ใช้

จากสูตร $W = F\cos\theta$

องค์ประกอบของแรงในแนวระดับ

$= F\cos 30°$

$= 50N \times 0.866$

$= 43.3$ N

งานที่เกิดจากแรงนี้ $= 43.3N \times 10m$

$= 433$ J

1. ออกแรง 20 นิวตันไปตามแนวขนานกับพื้นไกล 5 เมตร จงหางานของแรงที่กระทำทราบ

   F = 20 N, 5 m, ø=0

   W = Fs cosø

   = 25 x 5 x 1

   = 100 J

2. ชายคนหนึ่งยกวัตถุมวล 5 กิโลกรัมขึ้นสูง 2 เมตร จงหางานของแรงยก

$F = mg = 50\ N, S = 2\ m, \theta = 0$

$W = Fs \cos \theta$

$= 50 \times 2 \times 1$

$= 100\ J$

3. ออกแรง 40 นิวตันถึงวัตถุที่อยู่บนพื้นในแนบทำมุม 60° กับแนวระดับ เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ไปตามแนวพื้นราบได้ไกล 10 เมตร งานของแรงที่มีวัตถุมีขนาดเท่าใด

$F = 40N, S = 10m, \theta = 60^\circ$

$W = Fs \cos\theta$

$= 40 \times 10 \times \frac{1}{2}$

$W = 200\ J$

4. มวล 4 กิโล วางบนพื้นราบ ซึ่งมีสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทาน 0.2 มีแรง 20 นิวตัน ดึงวัตถุในแนวขนานกับพื้น เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ตามแนวแรง 20 นิวตัน ได้ระยะทาง 10 เมตร จงหางานเนื่องจาก

ก. แรง 20 นิวตัน

ข. แรงเสียดทาน

ค. แรงลัพธ์

ก. หา W_F เมื่อ $F = 20N, S = 10m, \theta = 0$

$W = Fs \cos\theta$

$W_F = 20 \times 10 \times 1$

$W_F = 200\ J$

ข. หา Wf เมื่อ $u = 0.2, S = 10\ m, \theta = 180^o$

$W = Fs \cos \theta$

$Wf = u\ mg\ S \cos 180$

$= 0.2 \times 40 \times 10 \times (-1)$

$W_f = 80$ J

ค. หา W ลัพธ์

จาก W ลัพธ์ $= Fs \cos ø$

$= (F-f) \times s \cos ø$

$= (20-8) \times 10 \times 1$

W ลัพธ์ $= 120$ J

Energy (พลังงาน)

คือ ความสามารถในการทำงาซึ่งพลังงานมีหลายชนิด เช่น พลังงานแสง พลังงานความร้อน พลังงานนิวเคลียร์ พลังงานไฟฟ้า พลังงานกล

- ทางชีวกลศาสตร์ พลังงานที่สำคัญ คือ พลังงานกล หน่วยในระบบ คือ joule (J) พลังงานกล มี 2 ลักษณะ คือ พลังงานจลน์ และ พลังงานศักดิ์
- พลังงานจลน์ (KE) คือ พลังงานซึ่งเป็นผลจากการเคลื่อนไหววัตถุ จะมีพลังงานจลน์เมื่อมีการเคลื่อนไหว ซึ่งหมายถึงว่า มีความเร็วเข้ามาเกี่ยวข้อง

  $KE = \frac{1}{2} mv^2$

  เมื่อ m คือ มวลของวัตถุ , V คือความเร็ว

การเปลี่ยนแปลงความเร็วจะทำให้ความเร็วเพิ่มขึ้น และถ้าความเร็วเป็นศูนย์จะไม่เกิดพลังงานจลน์ เช่น ลูกบอลหนัก 2 kg. กลิ้งด้วยความเร็ว 1 m/3 ลูกบอลจะมีพลังงานจลนีเท่ากับ เท่าใด

$KE = \frac{1}{2} mv^2$

$= (0.5)(2kg.)(1m/s)^2$

$= (1\ kg.)(1m^2/s^2)$

$= 1\ J$

ดังความเร็วของลูกบอลเพิ่มขึ้นเป็น 3m/3 พลังงานจลน์จะเพิ่มขึ้นเป็นเท่าใด

$$KE = \frac{1}{2}mv^2$$

$= (0.3)(2kg.)(3m/s)^2$

$= (1kg.)(9\ m^2/s^2)$

$= 9\ J$

พลังงานศักดิ์ Poteutial euergy (PE)

คือ ผลคูณระหว่างกับความสูง

$PE = wt * h$

$PE = mgh$

เมื่อ m คือ มวลของวัตถุ

g คือ อัตราเร่งจากแรงดึงดูดของโลก

n คือ ความสูง

ในทางชีวกลศาสตร์ น้ำหนักจะเป็นค่าคงตัว การเปลี่ยนแปลงพลังงานศักดิ์ จะขึ้นอยู่กับความสูง เช่น เมื่อคานหนัก 50 kg. ถูกยกขึ้นสูงจากพื้น 1 m พลังงานศักดิ์ ณ. จุดนี้จะเท่ากับ

$PE = mgh$

$= (50\ kg)(9.81\ m/s^2)(1m)$

$= 490.5\ J$

กำลัง (Power)

ในการศึกษาเรื่องของแรงที่ใช้ในการทำงานจะไม่คำนึงถึงเวลาที่ใช้ในการออกแรง ส่วนกำลังคือการศึกษา งานที่ทำต่อหน่วยของเวลา ทางกลศาสตร์ Power คือ จำนวนของพลังงานเชิงกลในเวลาที่กำหนด

$$\text{Power} = \frac{work}{change\ in\ time}$$

$$P = \frac{w}{\Delta t}$$

- หน่วยเป็น watt (w)

หน่วย Power สามารถอธิบายได้ลักษณะ Jule ต่อวินาทีโดย

$$1\ w = 1\ J/s$$

Power สามารถอธิบายเป็นสูตรได้ใหม่ดังนี้

$$P = \frac{w}{t} = P = \frac{Fd}{t}$$

$$P = FV$$

ตัวอย่าง คนหนัก 580 N วิ่งขึ้นบันได 50 ขั้น แต่ละขั้นสูง 25 cm. ใช้เวลา 15 วินาที งานที่ทำเท่ากับเท่าไหร่ และเกิดพลังงานเท่าใดในการหางาน

$$W = Fd$$

$$W = (580N)\ (30x0.25m)$$

$$W = 4350\ J$$

หา Power

$$P = \frac{w}{t}$$

$$P = \frac{4350}{15}\ J$$

$$P = 290\ waHs$$

วัตถุก้อนหนึ่งมีมวล 0.5 กิโลกรัม กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 10 เมตร / วินาที จะมีพลังงานเท่ากับเท่าใด ทราบ m = 0.5 kg., V = 10 m/s

จาก $Ex = \frac{1}{2} mv2$

$= \frac{1}{2} \times 0.5 \times 10^2$

$Ex = 25$ J

วัตถุ 2 กิโลกรัม ตกจากดาดฟ้าสูง 20 เมตร ขณะกระทบกับพื้นมีพลังงานจลน์เท่าใด

ทราบ m = 2 kg., S= 20 m., U=0,และ a=10

จาก $V^2 = 0^2 + 2\,as$

$V2 = 0 + 20\,(10)(20)$

$V = 20$ m/s

หา EX จาก $EX = \frac{1}{2} mv^2$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times (20)^2$

$EX = 400$ J

การเก็บข้อมูลทางคิเนแมติกส์

การเก็บข้อมูลทางคิเนแมติกส์ สามารถกระทำได้หลายวิธี เช่น นำเครื่องวัดความเร่งมาติดตามส่วนต่างๆ ของร่างกายที่ต้องการจะศึกษา เครื่องมือชิ้นนี้ก็จะบอกความเร่งของการเคลื่อนไหวของร่างกายส่วนที่สนใจได้ แต่วิธีที่ใช้กันมากที่สุด คือการใช้กล้องชนิดต่างๆ มาถ่ายภาพการเคลื่อนไหวแล้วนำไปหาตำแหน่งของวัตถุที่เปลี่ยนไปเมื่อเวลาเปลี่ยนไปซึ่งเป็นการคำนวณหาข้อมูลทางคิเนแมติกส์

ตำแหน่งของวัตถุ

ในการบอกตำแหน่งของวัตถุนั้นเราสามารถบอกได้ 3 ลักษณะดังนี้ คือ

1. บอกตำแหน่งของวัตถุในลักษณะ 1 มิติ (1 Dimension) เช่นขับรถออกจากจุดเริ่มต้นมาได้ 400 เมตร ซึ่ง 400 เมตร เป็นการบอกตำแหน่งของรถในลักษณะ 1 มิติ

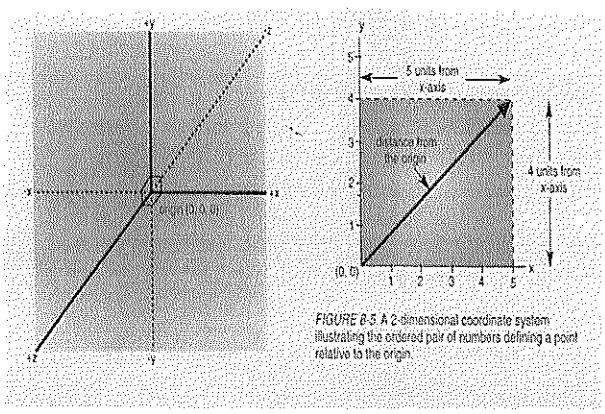
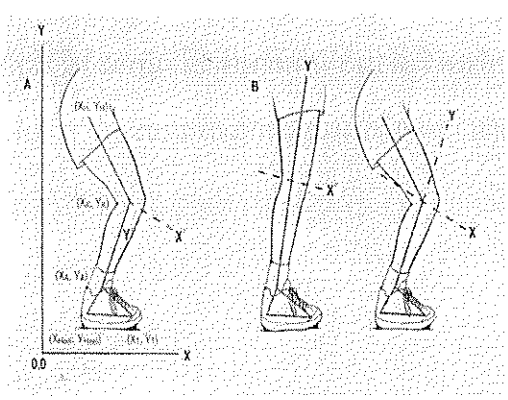


FIGURE 8-5 A 2-dimensional coordinate system illustrating the ordered pair of numbers defining a point relative to the origin.

2. บอกตำแหน่งของวัตถุในลักษณะ 2 มิติ (2 Dimension) จะเป็นการบอกตำแหน่งของวัตถุในลักษณะ 2 แกน โดยมีแกน X เป็นการบอกตำแหน่งในแนวนอน และแกนY เป็นการบอกตำแหน่งในแนวดิ่ง
3. บอกตำแหน่งของวัตถุในลักษณะ 3 มิติ (3 Dimension) การบอกตำแหน่งของวัตถุในลักษณะนี้เป็นการบอกในลักษณะของความลึกด้วย ดังนั้นจึงเป็นการบอกลักษณะของวัตถุ
4. ทั้งในแนวแกนX,Y และ Z โดยแกน Z จะบอกความลึกของวัตถุ



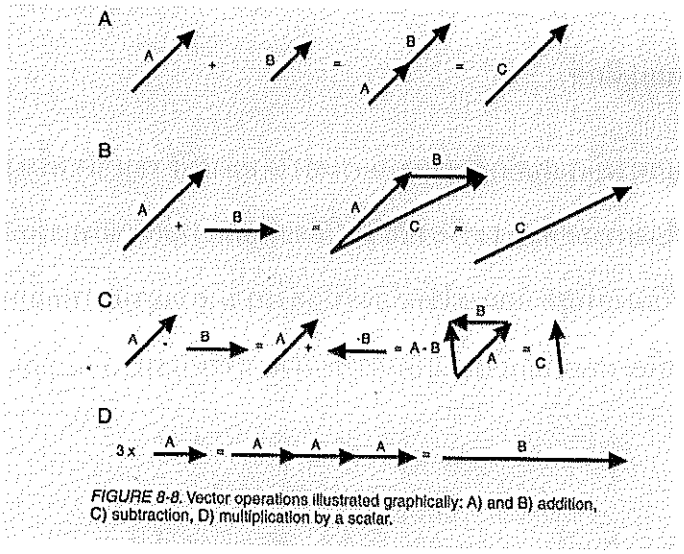
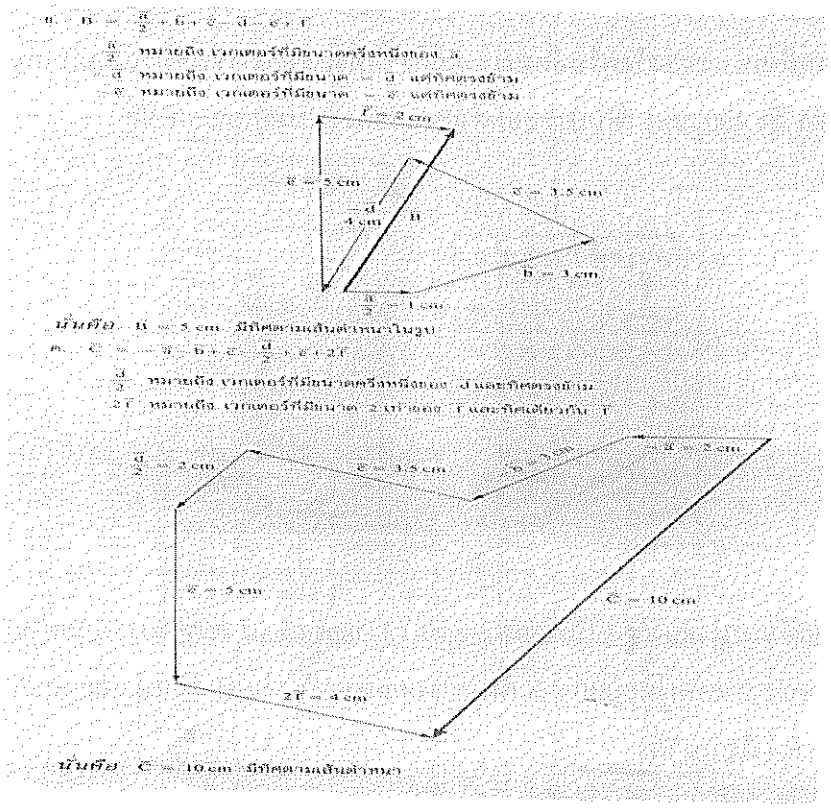


FIGURE 8-8. Vector operations illustrated graphically: A) and B) addition, C) subtraction, D) multiplication by a scalar.



การหาผลรวมของปริมาณเวคเตอร์โดยวิธีสร้างรูปหลายเหลี่ยมหรือสี่เหลี่ยมด้านขนานนั้นต้องอาศัยความละเอียดเป็นอย่างมาก เนื่องจากาการเขียนเส้นตรงและทิศทางของลูกศรจะต้องแทนขนาดและทิศทางปริมาณเวคเตอร์อย่างพอดี ถ้าความยาวหรือมุมเขียนผิดพลาดไปเพียงเล็กน้อยก็จะทำให้ผลรวมที่ได้นั้นผิดพลาดไปด้วย ดังนั้นผู้ที่ศึกษาค้นคว้าด้านชีวกลศาสตร์จึงมักจะใช้วิธีคำนวนโดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์พื้นฐานในกรณีที่ปริมาณเวคเตอร์เป็นมุมฉากซึ่งกันและกัน การคำนวนหาผลรวมก็สามารถทำ

ได้ง่ายโดยใช้ทฤษฎีของ ปิธากอรัส ที่ว่า กำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉากจะเท่ากับผลรวมของด้านอีกสองด้านซึ่งเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$c^2=a^2+b^2$$

เมื่อ c^2 เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

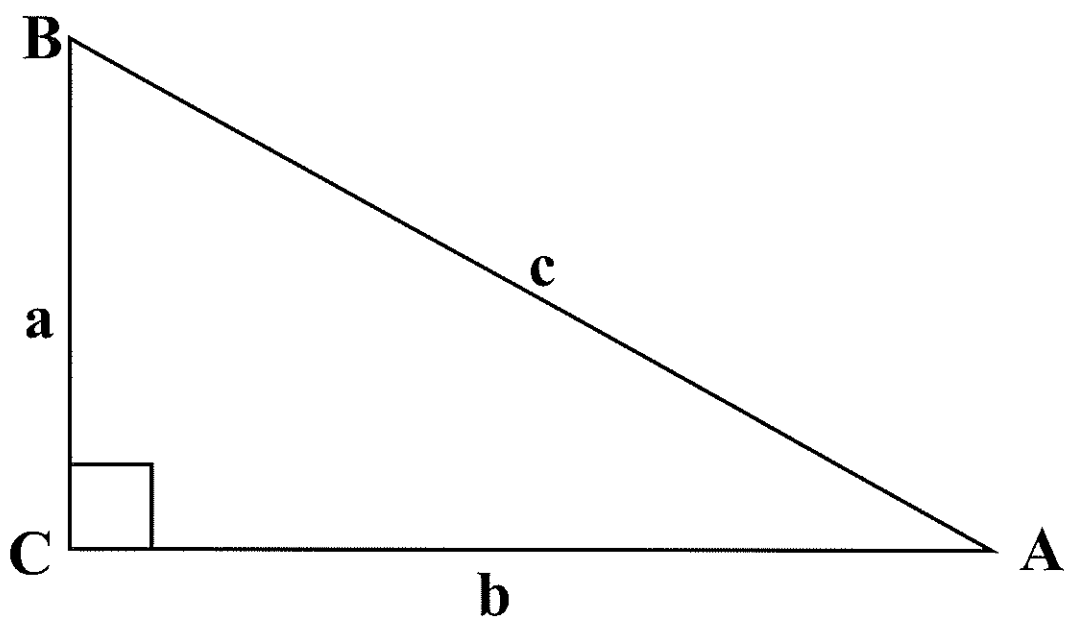
a^2 เป็นความยาวของด้านที่ประกอบมุมฉากด้านหนึ่ง

b^2 เป็นความยาวของด้านที่ประกอบมุมฉากอีกด้านหนึ่ง

ถ้ารู้ความยาวของด้านสองด้านก็จะสามารถหาความยาวของด้านที่สามได้โดยแทนค่าในสมการ

3 วิธีตรีโกณมิติ

ตรีโกณมิติเป็นวิชาที่ว่าด้วยความสัมพันธ์ระหว่างด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากเพียงอย่างเดียวเท่านั้น



ในสามเหลี่ยม ABC ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก

ถ้ากล่าวถึงมุม A ด้าน a เป็นด้านตรงข้ามมุม A

ด้าน b เป็นด้านประชิดมุม A

ถ้ากล่าวถึงมุม B ด้าน b เป็นด้านตรงข้ามมุม B

ด้าน a เป็นด้านตรงข้ามมุม B

(ส่วนด้าน c เป็นด้านตรงข้ามมุมฉากทั้ง 2 กรณี)

อัตราส่วนระหว่างด้านที่สำคัญมีสามส่วนคือ

Sine = ด้านตรงข้ามมุม / ด้านตรงข้ามมุมฉาก

Cosine = ด้านประชิดมุม / ด้านตรงข้ามมุมฉาก

Tangent = ด้านตรงข้ามมุมฉาก / ด้านประชิดมุม

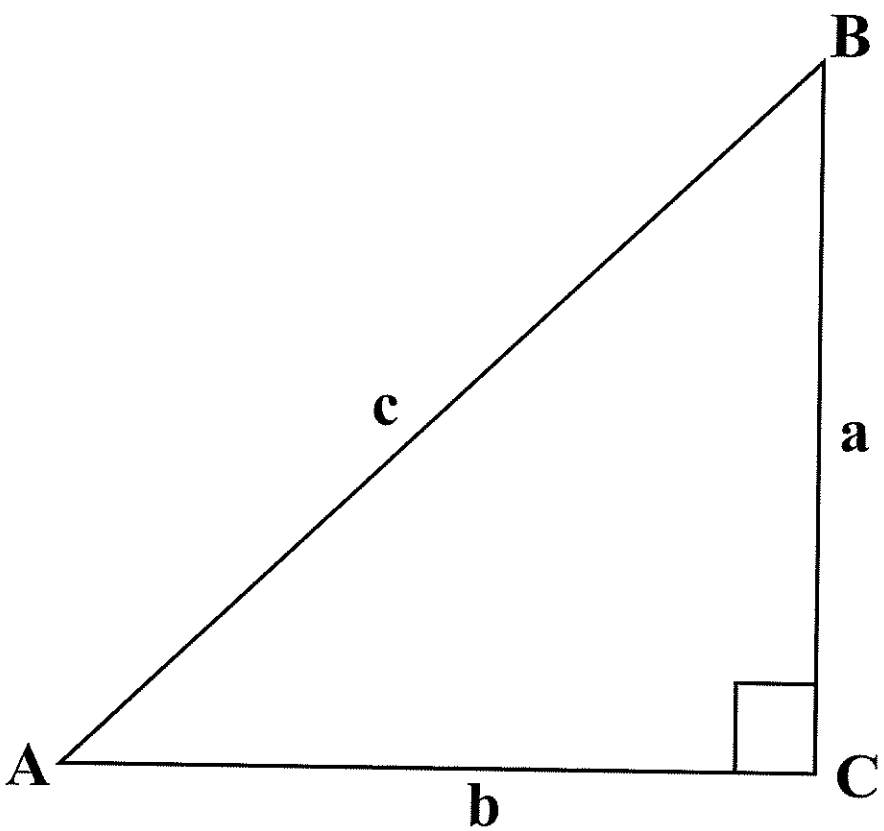
displacement $= \sqrt{(4x^2) + (4y)^2}$

$= \sqrt{(9-0)^2 + (12-0)^2}$

$= \sqrt{81+144}$

$= \sqrt{225}$

$= 15$



1. จงหา a,c ถ้า b=4 มุม A=30

2. จงหา b,c ถ้า a=9 มุม B=45

3. จงหา a และมุม A ถ้า b=5 และ c=8

1. $\text{Cos } 30^{\circ} = \frac{b}{c}$

$0.866 = \frac{4}{c}$

$C = \frac{4}{0.866}$

$= 4.62$

$\text{Tan } 30^{\circ} = \frac{a}{b}$

$= \frac{a}{4}$

$0.5774 = \frac{a}{4}$

$= (0.5774) \times 4$

$= 2.3096$

2. $\text{Tan } 45^{\circ} = \frac{b}{a}$

$= \frac{b}{9}$

$1 = \frac{b}{9}$

$b = 9$ เมตร

$\text{Cos } 45^{\circ} = \frac{a}{c}$

$c = \frac{9}{0.7071}$

$c = 12.73$ เมตร

3. $\text{Cos } A = \frac{b}{c}$

$= \frac{5}{8}$

$= 0.625$

$A = 0.625 \ \text{Cos}^{-1}$

$= 51.32^{\circ}$

$\text{Sin } 51.32 = \frac{a}{c}$

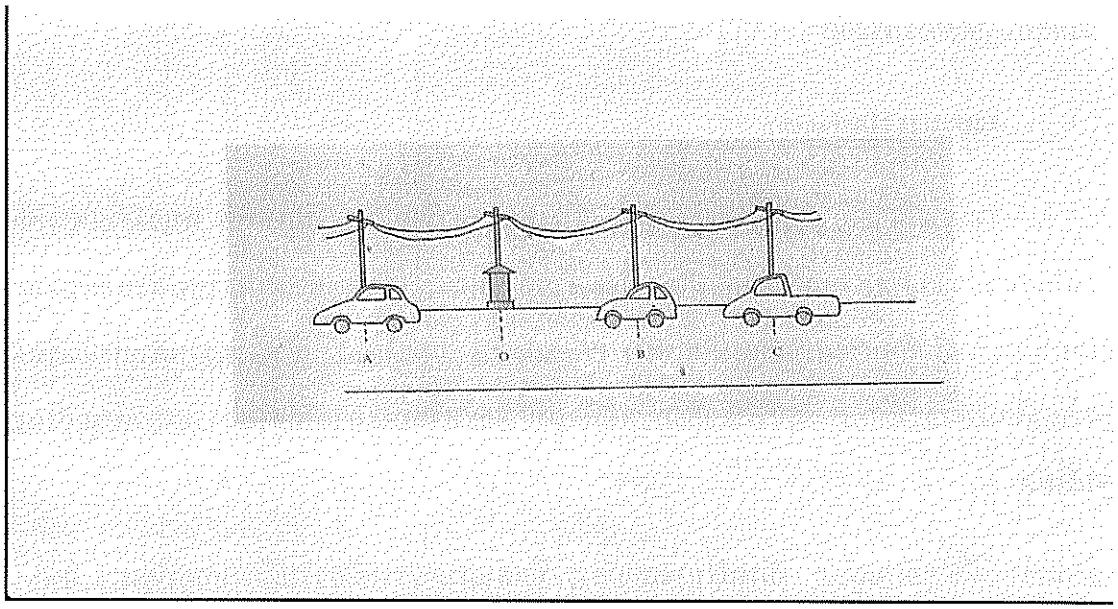
$= \frac{a}{8}$

$a = 8 \text{ x } (0.7806)$

$a = 6.2448$ เมตร

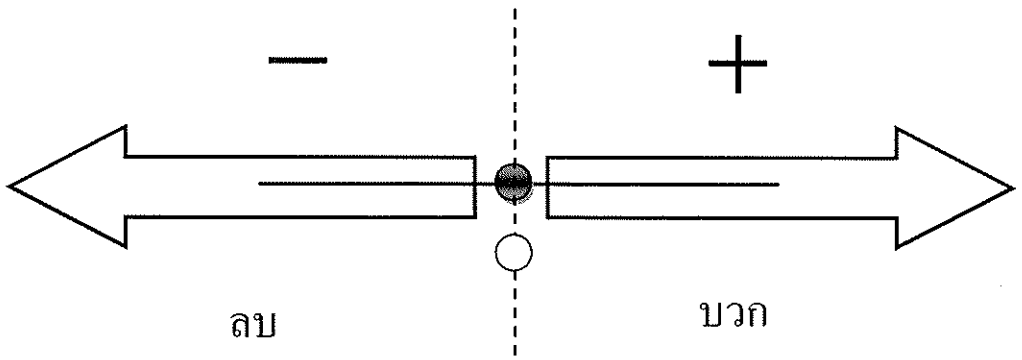
การบอกตำแหน่งของวัตถุสำหรับการเคลื่อนที่แนวตรง

การศึกษาการเคลื่อนที่ของสิ่งต่าง ๆ จำเป็นจะต้องทราบตำแหน่งเริ่มต้นและตำแหน่งสุดท้ายของการเคลื่อนที่ที่พิจารณา เช่น การเดินทางจากกรุงเทพฯ ไปสุพรรณฯ กรุงเทพเป็นตำแหน่งเริ่มต้น สุพรรณฯ เป็นตำแหน่งสุดท้าย อย่างไรก็ดีการบอกเช่นนี้มิอาจใช้กับการบอกตำแหน่งโดยทั่ว ๆ ไป การบอกตำแหน่งของวัตถุทั่วไปที่ได้ความชัดเจนจะต้องเทียบกับ จุดอ้างอิงหรือตำแหน่งอ้างอิง ซึ่งเป็นตำแหน่งที่แน่นอนในสถานการณ์นั้น ๆ



จากการพิจารณาข้างต้นจะเห็นว่าการบอกตำแหน่งของรถยนต์ A B C เทียบกับจุดอ้างอิง 0 นั้น ถ้าบอกเฉพาะระยะทางจากจุดอ้างอิงเพียงอย่างเดียวจะยังไม่ชัดเจน จำเป็นต้องบอกเพิ่มเติมอีกด้วยว่าอยู่ห่างจากจุดอ้างอิงไปทางทิศใด ในกรณีนี้จะมีได้เพียง 2 ทิศ คือ ทิศไปทางขวาและทิศไปทางซ้ายของจุดอ้างอิง

เพื่อความสะดวกในการศึกษาการเคลื่อนที่ต่อไปจึงกำหนดการบอกทิศทางดังกล่าวโดยใช้เครื่องหมายบวก สำหรับตำแหน่งที่อยู่ทางขวามือของจุดอ้างอิงและใช้เครื่องหมายลบซึ่งอยู่ในทิศทางซ้ายมือของจุดอ้างอิง



○ เป็นจุดอ้างอิง

ระยะทางและการกระจัด

ระยะทาง (Distance)

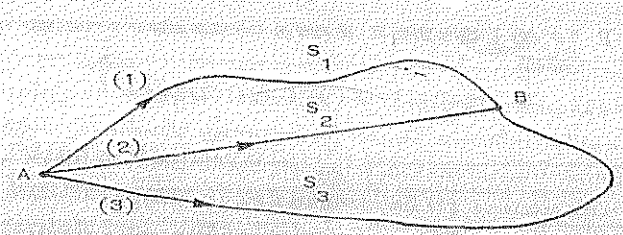
จากการศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุ เช่น คน รถ สัตว์ วัตถุในอากาศ พบว่าตำแหน่งของวัตถุมีการเปลี่ยนไปจากเดิมหรือกล่าวได้ว่าวัตถุเลื่อนจากตำแหน่งเดิมไปยังตำแหน่งใหม่ซึ่งอาจเรียกการเคลื่อนที่เช่นนี้ว่า การเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่ง (Translation Motion) ถ้าเราทราบตำแหน่งเริ่มต้น เส้นทางการเคลื่อนที่และตำแหน่งสุดท้ายของการเคลื่อนที่ ก็จะหาระยะทางได้จากความยาวตามเส้นทางการเคลื่อนที่นั้น

ระยะทางใช้สัญลักษณ์ s เป็นปริมาณสเกลาร์ มีแต่ขนาดอย่างเดียวไม่ต้องบอกทิศทาง มีหน่วยเป็น เมตร (m)

การกระจัด (Displacement)

เมื่อวัตถุมีการเคลื่อนที่จากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่ง การบอกตำแหน่งใหม่เทียบกับตำแหน่งเดิมเพื่อให้เข้าใจได้ถูกต้องชัดเจนต้องบอกทั้งระยะทางและทิศทาง ปริมาณที่บอกให้ทราบถึงการเปลี่ยนตำแหน่งนี้เรียกว่า การกระจัดการกระจัดใช้สัญลักษณ์ $\vec{s}$ เป็นปริมาณเวกเตอร์มีหน่วยเป็นเมตร (m)

การกระจัดหาได้จากเส้นตรงที่เขียนหัวลูกศรกำกับโดยลากจากจุดเริ่มต้นไปยังจุดสุดท้ายของการเคลื่อนที่ความยาวของเส้นตรงแทนขนาดของการกระจัดและทิศที่หัวลูกศรชี้จะแทนทิศของการกระจัด



จากรูป วัตถุเคลื่อนที่จาก A ไป B 3 เส้นทางจะได้ว่า
ตามเส้นทางที่ 1 ได้ระยะทางเท่ากับ s1 และได้การกระจัด s2 ทิศจาก A ไป B
ตามเส้นทางที่ 2 ได้ระยะทางเท่ากับ s2 และได้การกระจัด s2 ทิศจาก A ไป B
ตามเส้นทางที่ 3 ได้ระยะทางเท่ากับ s3 และได้การกระจัด s2 ทิศจาก A ไป B

จากรูป วัตถุเคลื่อนที่จาก A ไป B 3 เส้นทางจะได้ว่า

ตามเส้นทางที่ 1 ได้ระยะทางเท่ากับ s1 และได้การกระจัด s2 ทิศจาก A ไป B

ตามเส้นทางที่ 2 ได้ระยะทางเท่ากับ s2 และได้การกระจัด s2 ทิศจาก A ไป B

ตามเส้นทางที่ 3 ได้ระยะทางเท่ากับ s3 และได้การกระจัด s2 ทิศจาก A ไป B

ระยะการเคลื่อนที่ของวัตถุ

ระยะการเคลื่อนที่ของวัตถุในทางชีวกลศาสตร์แบ่งได้เป็น 2 ลักษณะคือ

1 Distance คือ การวัดระยะทางการเคลื่อนที่จริงของวัตถุ ซึ่งอาจจะเป็นเส้นตรงหรือไม่เป็นเส้นตรงก็ได้ เป็นกล่าวถึงเฉพาะขนาดของการเคลื่อนที่เท่านั้น

2 Displacement คือ การวัดระยะจากจุดเริ่มต้นตรงไปยังจุดสุดท้าย และมีทิศทางจากจุดเริ่มต้นตรงไปยังจุดสุดท้าย โดยบอกถึงขนาดและทิศทางของการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่ซึ่งเป็นปริมาณเวคเตอร์

จากรูป นักวิ่งเริ่มวิ่งจากจุดเริ่มต้น วิ่งไปยังจุด A แล้วเลี้ยวขวาไปจุด B เลี้ยวซ้ายไปยังจุด C แล้วเลี้ยวขวาไปยังจุด D แล้วเลี้ยวซ้ายไปยังจุดสิ้นสุด ระยะทางในการวิ่งครั้งนี้ คือระยะทางทั้งหมดที่นักวิ่ง วิ่งไปส่วนระยะกระจัดคือเส้นตรงระหว่างจุดเริ่มต้นถึงเส้นชัย

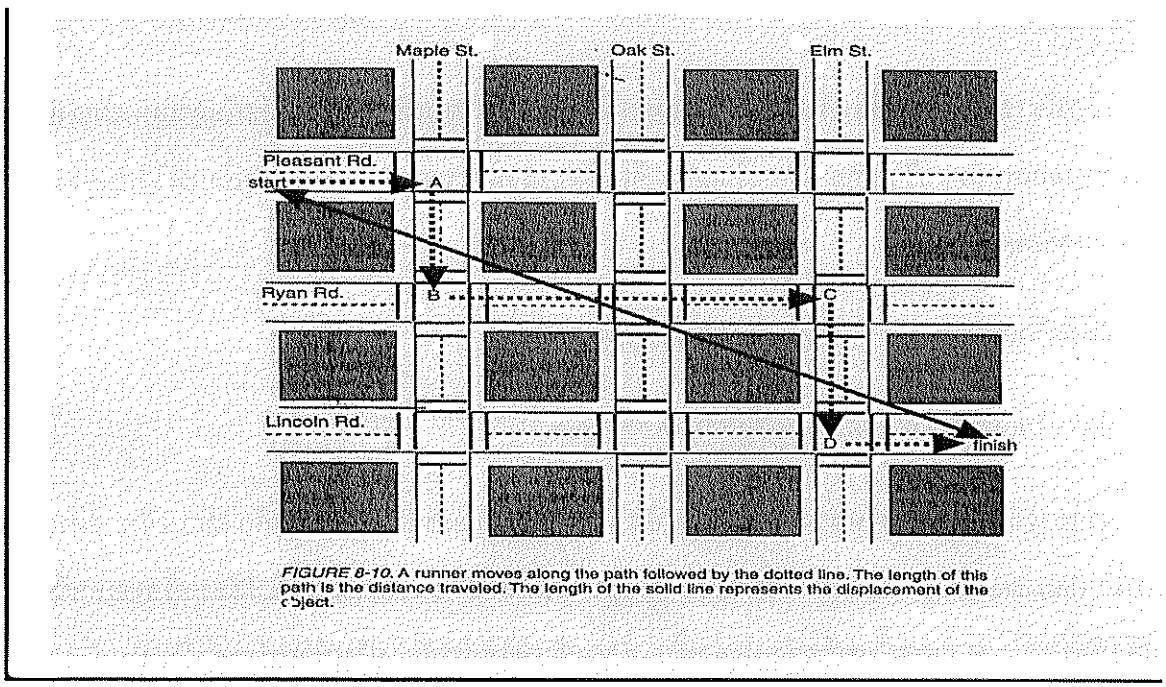


FIGURE 8-10. A runner moves along the path followed by the dotted line. The length of this path is the distance traveled. The length of the solid line represents the displacement of the object.

อัตราเร็ว ความเร็ว และอัตราเร่ง

การเคลื่อนที่ของวัตถุใดๆ ในแนวตรงจะมีการเปลี่ยนตำแหน่ง ถ้าเราทราบตำแหน่งเริ่มต้น เส้นทางการเคลื่อนที่และตำแหน่งสุดท้าย ก็สามารถหาระยะทางที่เคลื่อนที่และการกระจัดได้ตลอดระยะทางการเคลื่อนที่ ถ้าต้องการบอกว่าวัตถุเคลื่อนที่เร็วเท่าใด จะบอกด้วยอัตราเร็ว (speed) ซึ่งเกี่ยวข้องกับการกระจัด (displacement) ในกรณีที่มีการเปลี่ยนความเร็ว กล่าวได้ว่าวัตถุเคลื่อนที่มีการเปลี่ยนความเร็ว กล่าวได้ว่าวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง(acceleration)

อัตราเร็วและความเร็ว

อัตราเร็ว

เมื่อวัตถุเคลื่อนที่จะมีการเปลี่ยนตำแหน่ง ในการบอกว่าวัตถุนั้นเคลื่อนที่ได้เร็วมากน้อยแค่ไหน เราบอกด้วย อัตราเร็ว ซึ่งหมายถึง ระยะทางที่วัตถุเคลื่อที่ได้ในหนึ่งหน่วยเวลา เหมือนกับที่เราเห็นในมาตรวัดอัตราเร็วของรถยนต์หรือรถจักรยานยนต์ซึ่งค่าอัตรเร็วนี้จะมีหน่วยเป็นกิโลเมตรต่อชั่วโมง

ถ้าขณะที่เราดูมาตรวัดและเห็นเข็มชี้อยู่ที่ตัวเลข 60 km/h แสดงว่าขณะนั้นรถเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 60 กม.ต่อชม. อัตราเร็วที่อ่านได้จากมาตรวัดอัตราเร็วนี้เรียกว่า อัตราเร็วขณะหนึ่ง ซึ่งอาจจะมีค่าเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นหรือลดลง อัตราเร็วขณะหนึ่งจึงเป็นอัตราเร็วของการเคลื่อนที่ ณ เวลาที่เราพิจารณา

อัตราเร็ว

เมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุโดยทั่วไป อัตราเร็วของวัตถุจะไม่เท่ากันตลอดระยะทางที่เคลื่อนที่จึงบอกเป็นอัตราเร็วเฉลี่ย อัตราเร็วเฉลี่ย คือ อัตราส่วนระหว่างระยะทางที่เคลื่อนที่ได้กับช่วงเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่

อัตราเร็วเฉลี่ย = ระยะทางที่เคลื่อนที่ได้/ช่วงเวลาที่ใช้

อัตราเร็วเฉลี่ยมีหน่วยเป็น เมตรต่อวินาที หรือ m/s

จากการวัดระยะทางในช่วงเวลาสั้น ๆ อัตราเร็วที่หาได้ในช่วงเวลานี้อาจถือได้เว่าเป็น อัตราเร็วขณะหนึ่ง (instantaneous speed) อัตราเร็ว ณ จุดกึ่งกลาง 2 ช่วงจุดโดยทั่วไปอัตราเร็วขณะหนึ่งจะหมายถึงอัตราเร็ว ณ เวลานั้นหรือตำแหน่งนั้น อัตราเร็วที่ใช้กันทั่วไปในชีวิตประจำวันเป็นอัตราเร็วขณะหนึ่ง เช่นอัตราเร็วที่อ่านได้จากมาตรวัดในรถยนต์

ความเร็ว

ความเร็วคือการกระจัดในหนึ่งหน่วยเวลา

เนื่องจากการกระจัดเป็นปริมาณเวกเตอร์ ความเร็วจึงเป็นปริมาณเวกเตอร์และมีทิศไปทางเดียวกันทิศของการกระจัด ความเร็วมีหน่วยเป็นเมตรต่อวินาที หรือ m/s เช่นเดียวกับหน่วยของความเร็ว

ในบางกรณี การบอกความเร็วของวัตถุที่เคลื่อนที่จะบอกเป็นความเร็วเฉลี่ยซึ่งหาได้จาก

ความเร็วเฉลี่ย = การกระจัด/ช่วงเวลาที่ใช้

หรือ $v = s/t$

เมื่อ s = การกระจัด มีหน่วยเป็นเมตร

t = เวลามีหน่วยเป็นวินาที

v = ความเร็วเฉลี่ยมีหน่วยเป็นเมตรต่อวินาที

จะเห็นได้ว่า ความเร็วเป็นปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทางความเร็วจึงเป็นปริมาณเวกเตอร์

ในกรณีที่วัตถุ เคลื่อนที่ในแนวตรง ระยะทางและขนาดของการกระจัดจะมีค่าเท่ากัน อัตราเร็วและขนาดของความเร็วก็จะมีค่าเท่ากันด้วย

สำหรับความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาสั้นมาก ๆ จะเรียกว่า ความเร็วขนณะหนึ่ง

ความเร่ง

ในการเคลื่อนที่ของวัตถุ บางช่วงเวลาวัตถุจะมีความเร็วคงตัว วัตถุที่มีความเร็วคงตัว หมายถึงขนาดของความเร็วและทิศทางการเคลื่อนที่ของวัตถุไม่เปลี่ยนแปลง ความเร็วของวัตถุจะเปลี่ยนเมื่อมีการเปลี่ยนขนาดของความเร็วหรือมีการเปลี่ยนทิศ หรือมีการเปลี่ยนทั้งขนาดและทิศของความเร็ว กล่าวได้ว่าวัตถุมีความเร่ง

ความเร่งหมายถึง ความเร็วที่เปลี่ยนไปใน 1 วินาที ความเร่งของวัตถุอาจมีการเปลี่ยนแปลงไปเรื่อย ๆ ขณะเคลื่อนที่ ความเร่งที่หาได้จึงเป็นความเร่งเฉลี่ย และหาได้จาก

ความเร่งเฉลี่ย = ความเร็วที่เปลี่ยนไป/ช่วงเวลาที่ใช้

ความเร่งมีหน่วยเป็นเมตรต่อวินาที หรือ m/s^2 และเนื่องจากความเร็วที่เปลี่ยนไปเป็นปริมาณเวกเตอร์ ดังนั้นความเร่งจึงเป็นปริมาณเวกเตอร์

อัตราเร็ว (speed)

หมายถึง ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในช่วงเวลาที่พิจารณาเป็นปริมาณสเกลาล์ เช่น รถยนต์วิ่งได้ 400 กิโลเมตร ในเวลา 5 ชั่วโมง กล่าวได้ว่า รถยนต์คันนี้มีอัตราเร็ว 80 กิโลเมตร/ชั่วโมง

ให้ s แทน ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ หน่วยเป็น เมตร

t แทน เวลาที่ใช้ หน่วยเป็น วินาที

Vavg แทน อัตราเร็วเฉลี่ย

สมการ อัตราเร็ว คือ

$$Vavg = \frac{s}{t}$$

หน่วยเป็น เมตรต่อวินาที เป็นปริมาณสเกลาล์

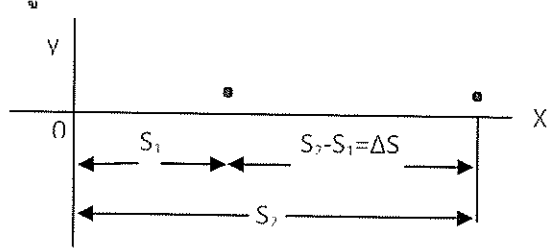
ความเร็ว (Velocity)

หมายถึง การเปลี่ยนแปลงการกระจัดในช่วงเวลาที่พิจารณาเป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทั้งขนาดและทิศทาง

ความเร็วแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

- ความเร็วเฉลี่ย (Average velocity) หมายถึง การกระจัดต่อเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่เป็นปริมาณเวกเตอร์

จากรูป



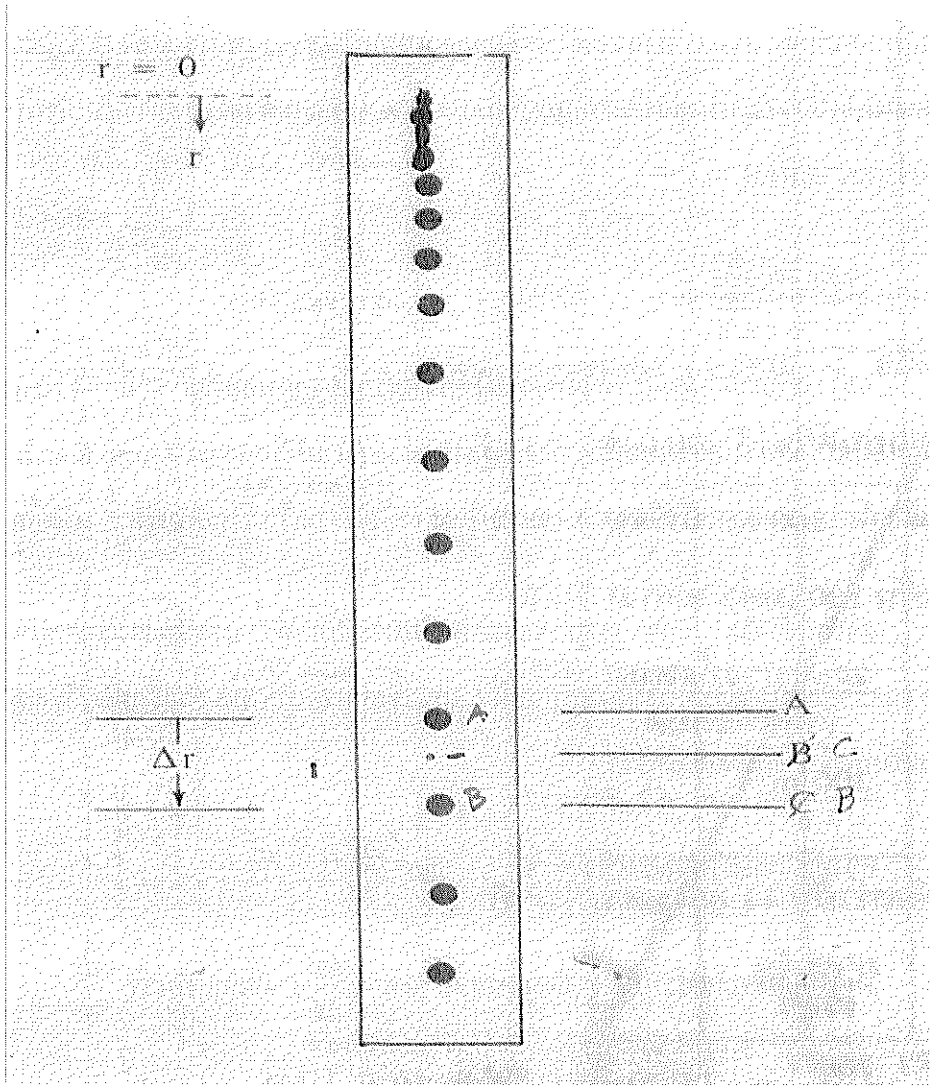
ให้ t1 = เวลาตั้งต้นที่วัตถุเคลื่อนที่

t2 = เวลาที่วัตถุถึงจุดสุดท้าย

s1 = ตำแหน่งที่วัตถุตั้งต้นเคลื่อนที่

s2 = ตำแน่งที่วัตถุเคลื่อนที่มาถึงเป็นเวลา t2

สูตร $\bar{V}\text{avg} = \frac{\bar{s}_2 - \bar{s}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \bar{s}}{\Delta t}$



- ความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง (Instantaneous velocity) การเคลื่อที่ของวัตถุต่างๆส่วนใหญ่จะไม่ใช้ความเร็วคงที่ตลอดเส้นทาง เช่น ขับรถยนต์จากกรุงเทพไปเชียงใหม่ มีความเร็วเฉลี่ย 100 กม./ชม. แต่ไม่ได้หมายความว่า ตลอดเส้นทางจากกรุงเทพถึงเชียงใหม่จะมีความเร็วเป็น 100 กม./ชม. ทำช่วงเวลา บางช่วงอาจใช้ความเร็ว 80 กม./ชม. บางช่วงอาจใช้ความเร็ว 120 กม./ชม. จึงมีนิยามความเร็วที่ช่วงเวลาใดๆ ว่าเร็วขณะใดขณะหนึ่ง

จากรูปภาพ แสดงตำแหน่งของลูกบอลที่เวลาต่างๆ ได้สังเกตว่าอัตราความเร็วของลูกบอลเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ เพราะระยะทางที่ลูกบอลเคลื่อนที่ในช่วงเวลา Δt มากขึ้น ถ้าเราต้องการหาความเร็วของลูกบอลเมื่อผ่านจุด C หาความเร็วเฉลี่ยของลูกบอลในช่วงระหว่าง A ถึง B ถ้ารู้ช่วงเวลาในการถ่ายภาพครั้งนี้ว่า Δt เป็นช่วงเวลาที่ลูกบอลตกจาก A ไปถึง B ด้วยระยะทาง Δr ดังนั้นความเร็วเฉลี่ยจาก A ไปถึง B

$$V_{avg} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

อย่างไรก็ตาม ความเร็วที่ได้ก็ยังไม่ใช่ความเร็วของลูกบอลที่จุด C ที่แท้จริงเพราะความเร็วของลูกบอลเปลี่ยนไปอย่างต่อเนื่อง ถ้าจับเวลาในช่วง Δt ให้เล็กลง จุด A และ B จะใกล้จุด C มากขึ้น และถ้าคำนวณความเร็วในจุด A และ B ใหม่ จะได้ความเร็วที่ใกล้กับจุด C มากขึ้น

ดังนั้น ถ้า $\Delta t \longrightarrow 0$ จุด A และ B เกือบจะเป็นจุด C มากขึ้น เราเรียกความเร็วที่จุด C ว่า ความเร็วขณะใดขณะหนึ่งของลูกบอลที่ C และเขียนแทนนิยามความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง เป็นความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ว่า

ความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง $= \vec{v} = \lim \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

ในวิชาแคลคูลัสปริมาณ เขียนแทนว่า $\lim (\frac{\Delta x}{\Delta t})$ เขียนแทนว่า $\frac{dx}{dt}$

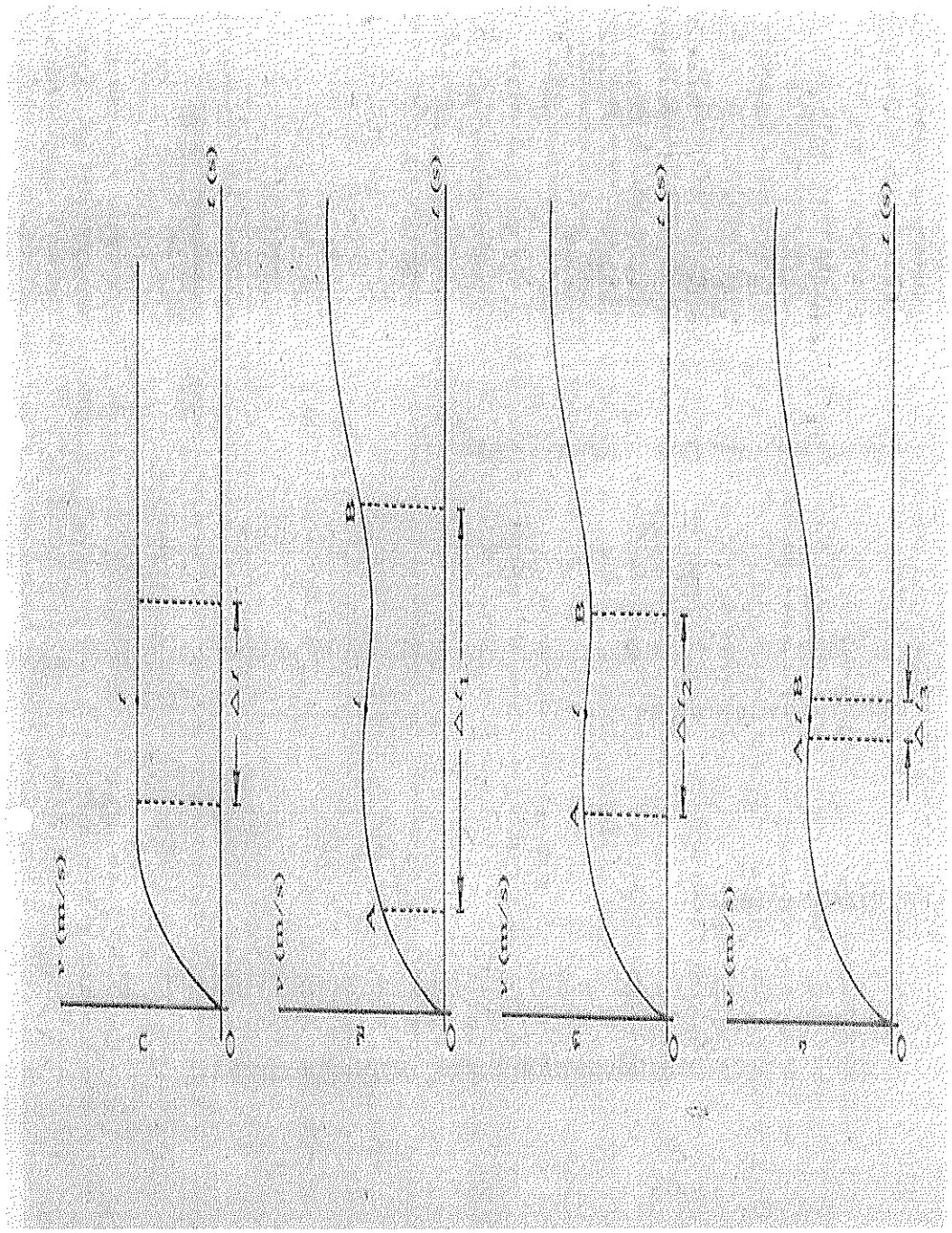
ดังนั้นสามารถเขียนความเร็วขณะใดขณะหนึ่งว่า

$$\vec{v} = \lim \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

เมื่อ V = ความเร็วในขณะใดขณะหนึ่ง หน่วยเป็น เมตร/วินาที

r = การกระจัดในช่วงเวลา Δt น้อยๆ

$\frac{dr}{dt}$ = ความชันของกราฟระหว่างการกระจัดกับเวลา



ความเร่ง (Acceleration)

หมายถึง การเปลี่ยนแปลงความเร็ว มีหน่วยเป็นเมตร/วินาที^{2} เช่น การขับรถยนต์จากที่หนึ่งไปยังอีกที่หนึ่ง ย่อมมีการเร่งความเร็วให้เพิ่มขึ้นหรือลดความเร็วลง จาก 20 กม./ชม. เป็น 10 กม./ชม. หรือเปลี่ยนทิศทางความเร็ว

ถ้าให้ $\vec{a}$ = ความเร่งของวัตถุ

$\vec{v}_2$ = ความเร็วสุดท้าย

$\vec{v}_1$ = ความเร็วเริ่มต้น

t_2 = เวลาสุดท้าย

t_1 = เวลาเริ่มต้น

จากนิยามสามารถเขียนสมการความเร่งได้ดังนี้

$$\vec{a}\,\text{avg} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

ความเร่งขณะใดขณะหนึ่ง (Instantaneous accleration) หมายถึง การพิจารณาการเปลี่ยนแปลงความเร็วในช่วงเวลาสั้นๆ คือ

$$\vec{a} = \lim \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

อัตราเร่ง (Acceleration)

Linear Acceleration(a) คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วในช่วงเวลาที่กำหนด

a = การเปลี่ยนแปลงความเร็ว / การเปลี่ยนแปลงเวลา

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

หรืออาจจะอธิบายได้ว่า การเปลี่ยนแปลงความเร็ว คือ $V_2 - V_1$ เมื่อ V_1 แทนความเร็วของจุดแรก และ V_2 แทนความเร็วของจุดหลัง

สามารถเขียนได้ว่า

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

หน่วยของความเร่ง คือหน่วยของความเร็วหารด้วยหน่วยของเวลา หน่วยของความเร่งในระบบ metric คือ m/s^2

V= m/s

ความเร่ง

จาก $\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$

หรือ $\vec{a} = \frac{\vec{v}}{t}$

จากสมการ หน่วยขอความเร่งเป็นหน่วยของเมตรต่อวินาที^{2} ช่วงเวลา Δt มีค่าน้อย ($\Delta t \longrightarrow 0$) ความเร่งในช่วงดังกล่าวจะเป็นความเร่งขณะหนึ่ง

$$\vec{a} \text{ ขณะหนึ่ง } = (\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}) \ \Delta t \longrightarrow 0$$

<u>ตัวอย่าง</u> รถคันหนึ่งเคลื่อที่ในแนวตรง โดยมีความเร็วเริ่มต้น 10 m/s และความเร็วเพิ่มขึ้นทุกๆวินาที ซึ่งความเร็วของรถยนต์คันนี้ที่ช่วงเวลาใดๆ แสดงในตาราง จงหาความเร่งเฉลี่ยและความเร่งขณะหนึ่งที่เวลา t = 1,2,3 วินาที

เวลา (s)	ความเร็ว m/s
0	10
1	11
2	12
3	13

4	14
5	15

$$\text{a เฉลี่ย} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\text{ดังนั้น a เฉลี่ย} = \frac{15-10}{5-10} \text{ เมตร/วินาที}^2$$

$$\text{a เฉลี่ย} = \frac{5}{5} = 1 \text{ เมตร/วินาที}^2$$

นั่นคือความเร็วเฉลี่ยมีค่า 1 เมตร/วินาที^{2} เนื่องจากพิจารณาความเร่งขณะหนึ่งที่เวลา t = 1,2,3 วินาที โดยใช้ช่วงเวลา Δt = 2 วินาที

$$\bar{a} \text{ ขณะหนึ่ง} = (\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}) \ \Delta t \longrightarrow 0$$

$$\text{ดังนั้น } a_1 = \frac{12-10}{2-0} = 1 \text{ เมตร/วินาที}^2$$

$$a_2 = \frac{13-11}{3-1} = 1 \text{ เมตร/วินาที}^2$$

$$a_3 = \frac{5}{5} = 1 \text{ เมตร/วินาที}^2$$

ในการเดินทางจากที่หนึ่งไปยังอีกที่หนึ่งนั้น ถ้าเราสังเกตดูอัตราเร็วจากมาตรวัดจะพบว่า อัตราเร็วขณะหนึ่งมักมีค่าไม่สม่ำเสมอตลอดเส้นทาง เช่น เมื่อรถเริ่มเคลื่อนที่ อัตราเร็วขณะหนึ่งจะเปลี่ยนจาก 0 เป็นมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วจนถึงค่าหนึ่งและอาจมีค่าคงตัวค่านั้นอยู่ในช่วงเวลาหนึ่ง พอรถเข้าสู่ทางเลี้ยง อัตราเร็วขณะหนึ่งจะลดลง เมื่อรถกลับเข้าสู่ทางตรงอีกครั้งอัตราเร็วขณะหนึ่งก็จะมีค่าเพิ่มขึ้นอีก เป็นเช่นนี้ไปเรื่อยๆท้ายที่สุดอัตราเร็วขณะหนึ่งจะลดลงจนเป็น 0 เมื่อรถเข้าสู่ที่จอดและหยุดนิ่ง การบอกอัตราเร็วของการเดินทางดังกล่าวข้างต้น นิยมบอกในรูปอัตราเร็วเฉลี่ย V เฉลี่ย ซึ่งเป็นค่าเฉลี่ยของอัตราเร็วตลอดเส้นทาง และมีค่าเท่ากับ อัตราส่วนระหว่างระยะทางทั้งหมดที่เคลื่อนที่ไปกับช่วงเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่

เพื่อให้เข้าใจความหมายชัดเจนยิ่งขึ้น จะพิจารณาการเคลื่อนที่ของรถยนต์คันหนึ่ง โดยระบุตำแหน่งของรถยนต์ตามแนวแกน x ของระบบพิกัดฉาก ถ้าก่อนออกเดินทางรถอยู่ในตำแหน่ง x_1 ณ เวลา t_1 และเมื่อสิ้นสุดการเดินทาง รถอยู่ตำแหน่ง x_2 ณ เวลา t_2 ระยะทางทั้งหมดของการเคลื่อนที่จะเท่ากับ $x_2 - x_1$ หรือเขียนได้เป็น Δx ส่วนช่วงเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่จะเท่ากับ t_2 หรือเขียนได้เป็น Δt ดังนั้นอัตราเร็วเฉลี่ยของการเดินทางในช่วงเวลานี้หาได้จากสูตร

$$V_{เฉลี่ย} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

จากสมการ ถ้าให้เวลา t_1 และ t_2 ใกล้เคียงกันมากๆ หรือกล่าวได้ว่าให้ Δt เข้าใกล้ศูนย์ ค่าอัตราเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาสั้นๆเช่นนี้ก็คือ อัตราเร็วขณะหนึ่ง ณ เวลา t_2 นั่นเอง

จากรูปจะเห็นได้ว่าอัตราเร็วมีค่าคงตัวตลอดช่วงเวลา Δt อัตราเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา Δt จึงมีค่าเท่ากับอัตราเร็วขณะหนึ่ง ณ จุด t ซึ่งแทนตำแหน่งกึ่งกลางช่วง Δt สำหรับรูป ข,ค,ง แสดงให้เห็นอัตราเร็วที่ไม่สม่ำเสมอในช่วงเวลาที่พิจารณา ค่าอัตราเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา Δt ของรูป ข อาจไม่เท่าอัตราเร็วเฉลี่ยขณะหนึ่ง ณ จุดกึ่งกลางช่วงเวลา Δt แต่ถ้าพิจารณาในช่วงเวลา Δt ที่สั้นลงเป็น Δt_2 และ Δt_3 ตามลำดับดังในรูป ค,ง จะพบว่าอัตราเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา Δt_3 มีค่าใกล้เคียงกับค่าอัตราเร็วขณะหนึ่ง ณ จุดกึ่งกลางเวลา Δt_3 มากที่สุด

เมื่อพิจารณาช่วงเวลา Δt_1 ถ้าลดช่วงกล้างของเวลา Δt_1 ให้น้อยลงเรื่อยๆ จะได้ว่า ตะแหน่ง A เข้าใกล้ A มากขึ้น และจะชิดกันเมื่อ Δt_1 เข้าใกล้ 0 นั่นคืออัตราเร็วขณะหนึ่งจะเท่ากับอัตราเร็วเฉลี่ยเมื่อพิจารณาช่วงเวลาน้อยๆ

ถ้าวัตถุเคลื่อนที่โดยมีความเร็วไม่คงตัว ความชันก็จะไม่คงตัว ถ้าวัตถุเคลื่อนที่เร็วความชันของกราฟระหว่าการกระจัดและเวลาจะมีค่ามาก และถ้าวัตถุเคลื่อนที่ช้าความชันของกราฟจะมีค่าน้อย

จะเห็นได้ว่าในช่วงเวลาตั้งแต่ 0 ถึง t_1 ความชันของกราฟมีค่ามาก แสดงว่าความเร็วของวัตถุมีค่ามาก ในช่วงเวลาตั้งแต่ t_1 ถึง t_2 ความชันของกราฟมีค่าน้อย แสดงว่าความชันของวัตถุมีค่าน้อย ส่วนในช่วงเวลาตั้งแต่ t_2 ถึง t_3 ความชันของกราฟเป็น 0 แสดงว่าความเร็วของวัตถุเป็น 0

ดังนั้น ความชันของกราฟระหว่างการกระจัดและเวลา คือ อัตราเร็วหรือขนาดของความเร็ว โดยอัตราความชันของกราฟหาได้จากอัตราส่วนระหว่างการกระจัดและเวลาที่ใช้

กราฟระหว่างการกระจัดและเวลา

- เมื่อรถเคลื่อนที่ในแนวตรง ระยะทางที่รถเคลื่อนที่ได้คือขนาดของการกระจัด และถ้ารถเลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวในแต่ละช่วงเวลาจะได้ขนาดของการกระจัดเท่ากัน เช่น รถ A มีความเร็วคงตัว 5 เมตรต่อวินาที ดังนั้นในแต่ละวินาที รถจะเคลื่อนด้วยระยะทาง 5 เมตร แต่ถ้ารถ B เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว ซึ่งเร็วกว่ารถ A การกระจัดที่ได้ในแต่ละช่วงเวลา ของรถ B ก็จะมากกว่า เช่นรถ B มีความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที การกระจัดที่ได้ในแต่ละวินาทีจะเป็น 10 เมตร
- เมื่อนำกราฟระหว่างการกระจัดและเวลาของรถ A และรถ B มาเปรียบเทียบกันจะได้

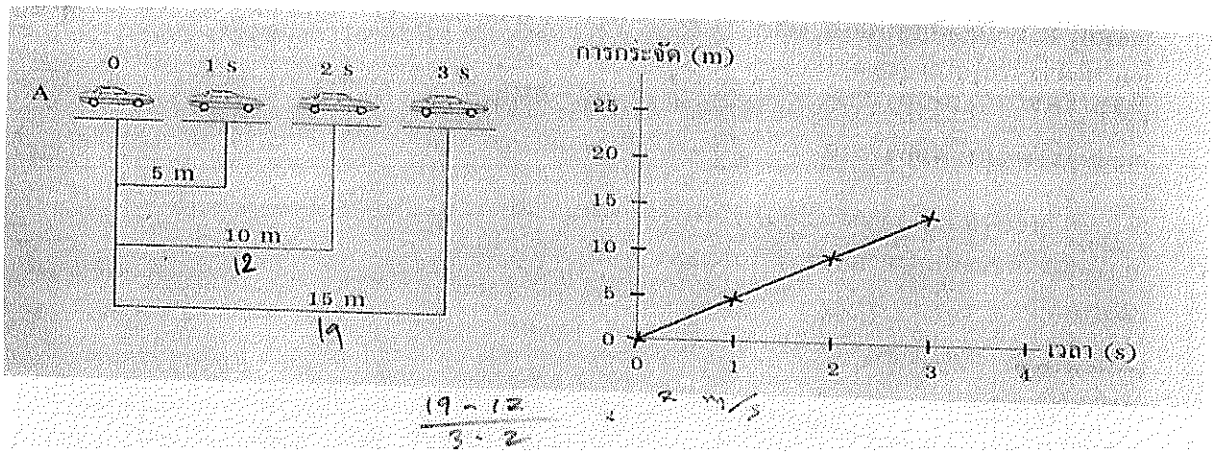
ความชันของกราฟ รถ A

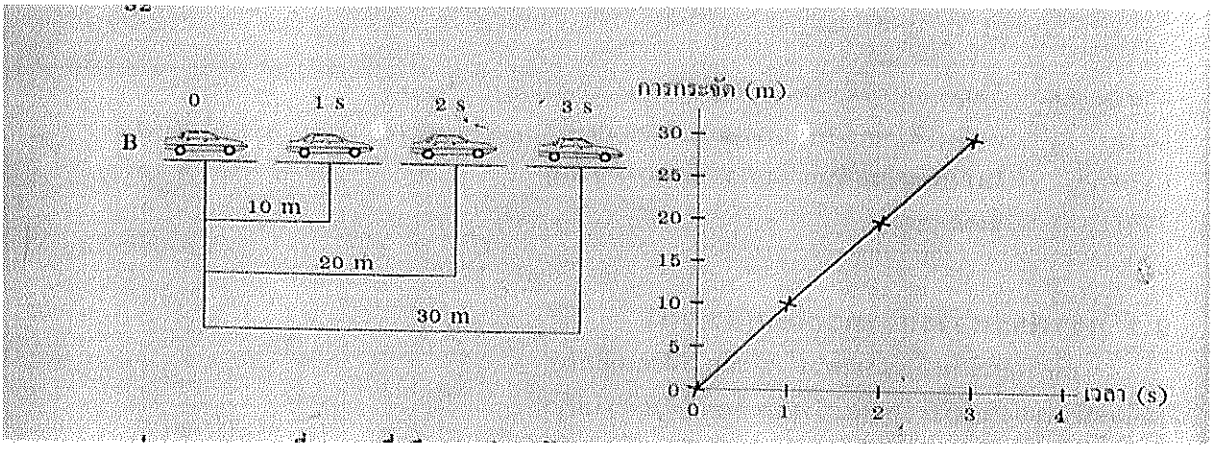
$$= \frac{15m - 5m}{3s - 1s} = 5 \text{ m/s}$$

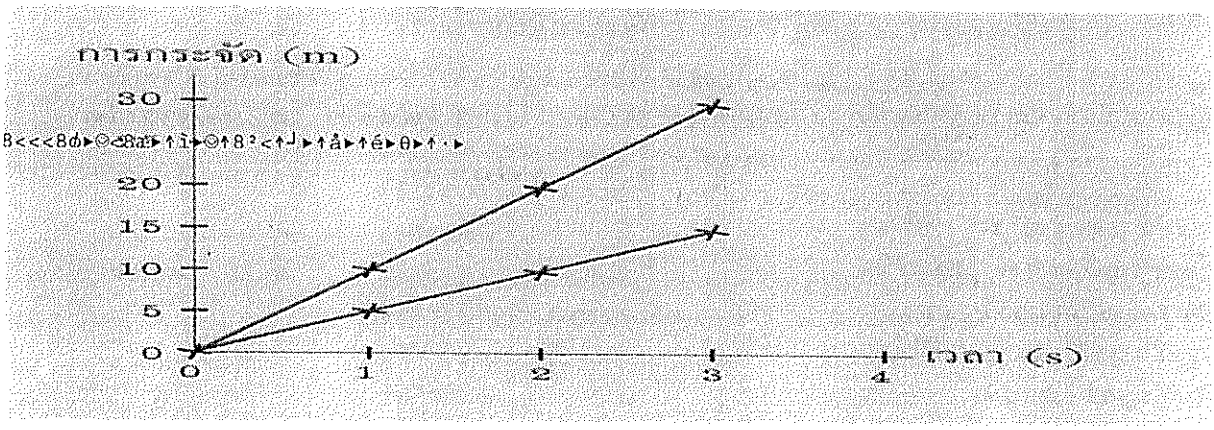
ความชันของกราฟรถ B

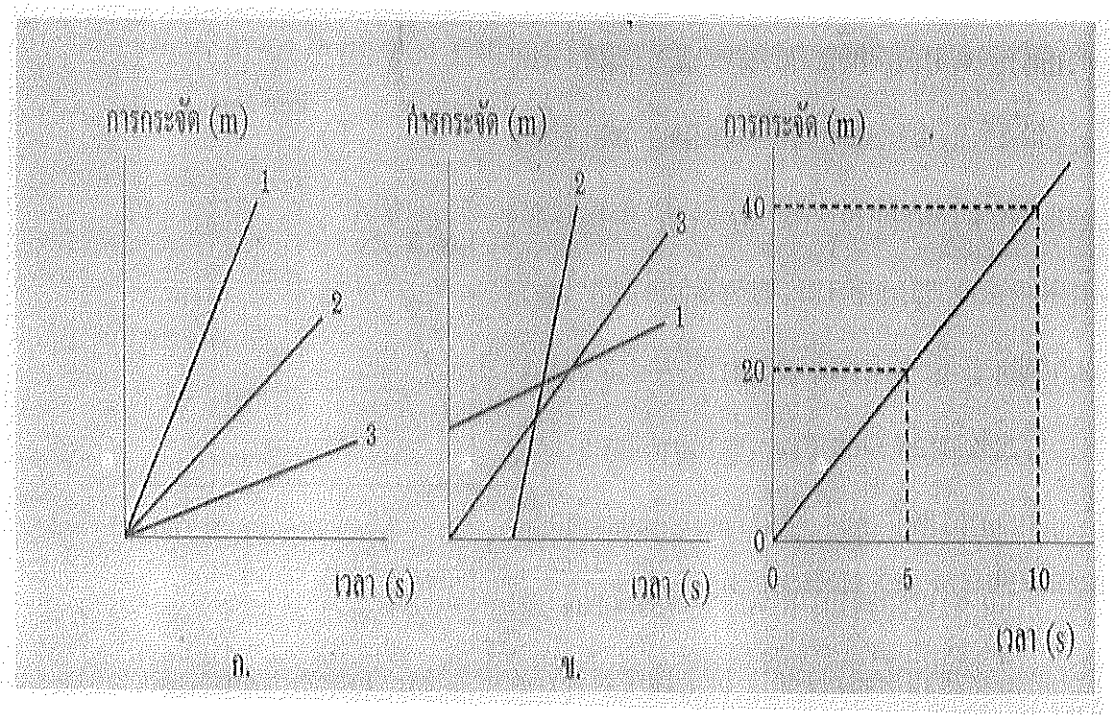
$$= \frac{30m - 10m}{3s - 1s} = 10 \text{ m/s}$$

จะเห็นได้ว่า ความชันของกราฟที่ได้คือขนาดของความเร็วของรถนั่นเอง รถที่เร็วกว่าความชันของกราฟที่มากกว่า


A
0
1 s
2 s
3 s
5 m
10 m
15 m
การกระจัด (m)
25
20
15
10
5
0
0
1
2
3
4
เวลา (s)


B
0
1 s
2 s
3 s
10 m
20 m
30 m
การกระจัด (m)
30
25
20
15
10
5
0
0
1
2
3
4
เวลา (s)


การกระจัด (m)
30
20
15
10
5
0
0
1
2
3
4
เวลา (s)



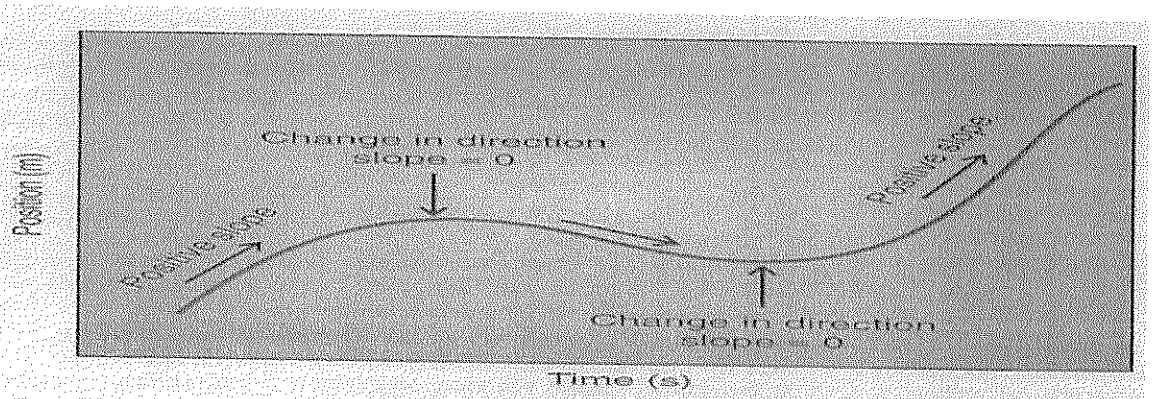
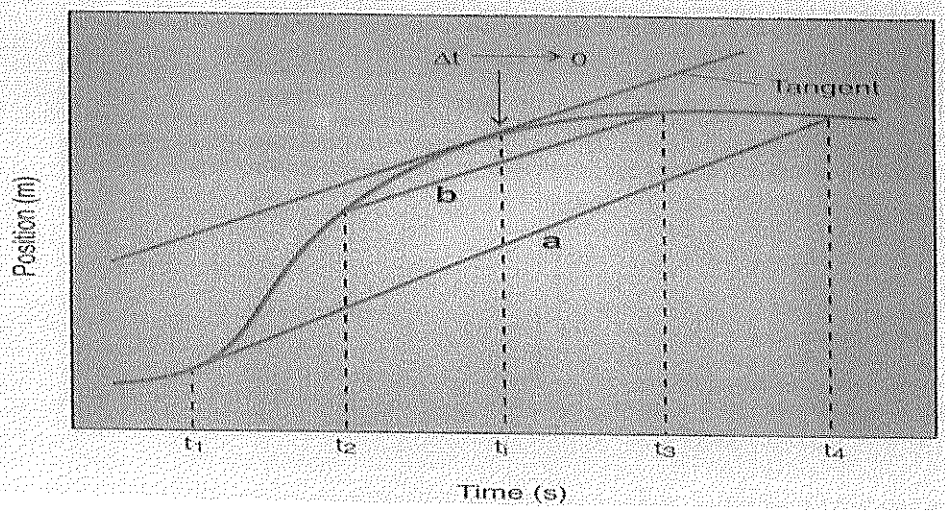


FIGURE 8-17. Illustration of local extrema (slope = 0) on a position-time graph.



ตัวอักษรกรีก Δ อ่านว่าเดลต้า หมายถึงการเปลี่ยนแปลงของตัวแปร ดังนั้น Δs คือการกระจัดของจุดๆนั้น

อักษร $_f$ และอักษร $_I$ แทนตำแหน่งเริ่มต้น และตำแหน่งสุดท้าย สามารถเขียนได้ว่า

$\Delta s = s_f - s_i$

เมื่อ s_f= ตำแหน่งสุดท้าย

เมื่อ s_i = ตำแหน่งเริ่มต้น

เพราะฉะนั้น

$\Delta x = x_f - x_i$ สำหรับการกระจัดในแนวแกน x

$\Delta y = x_f - y_i$ สำหรับการกระจัดในแนวแกน y

เราสามารถหาระยะทางการกระจัดลัพธ์ ได้โดย

$$r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta x^2}$$

S = 400

กระจัด = 0

$$V = \frac{0}{16}$$

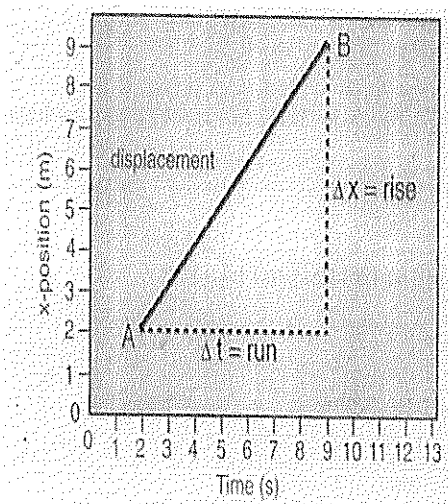


FIGURE 8-12. Horizontal position plotted as a function of time. The slope of the line from A to B is $\frac{\Delta x}{\Delta t}$.

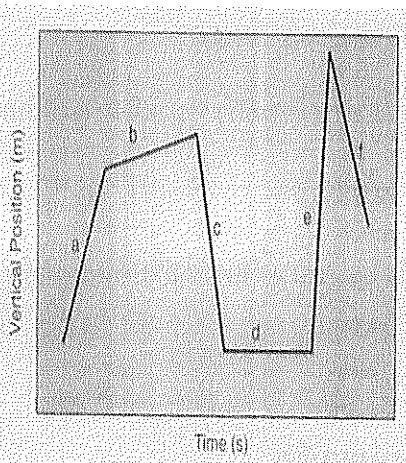


FIGURE 8-13. An illustration of different slopes on a vertical position versus time graph. Slopes a, b, and e are positive. Slopes c and f are negative while d has a zero slope.

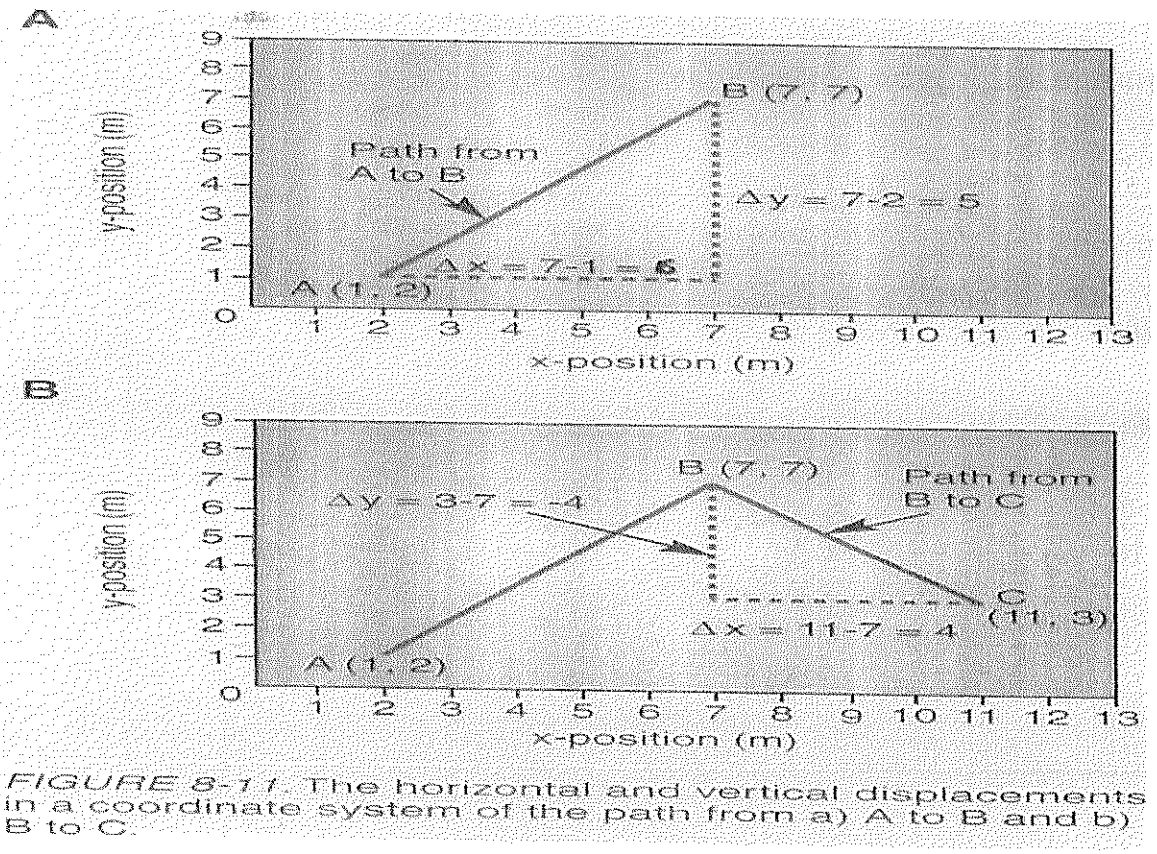
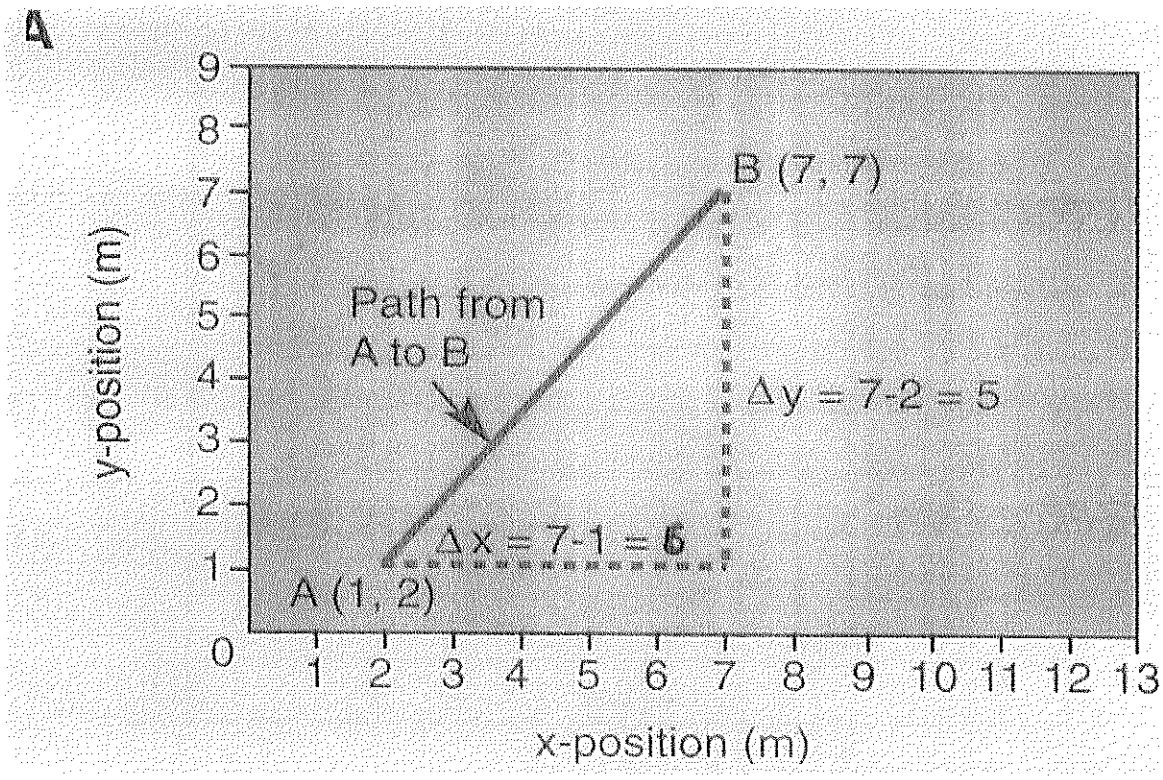


FIGURE 8-11. The horizontal and vertical displacements in a coordinate system of the path from a) A to B and b) B to C.



ถ้าวัตถุอยู่ที่ตำแหน่ง A(1,2) ที่เวลา 0.02 s แลตำแหน่ง B (7,7) ที่เวลา 0.04 s

ระยะทางในแนวแกน x และแกน y สามารถหาได้ดังนี้

$$\Delta x = 7m - 1m$$

$$= 6m$$

$$\Delta y = 7m - 2m$$

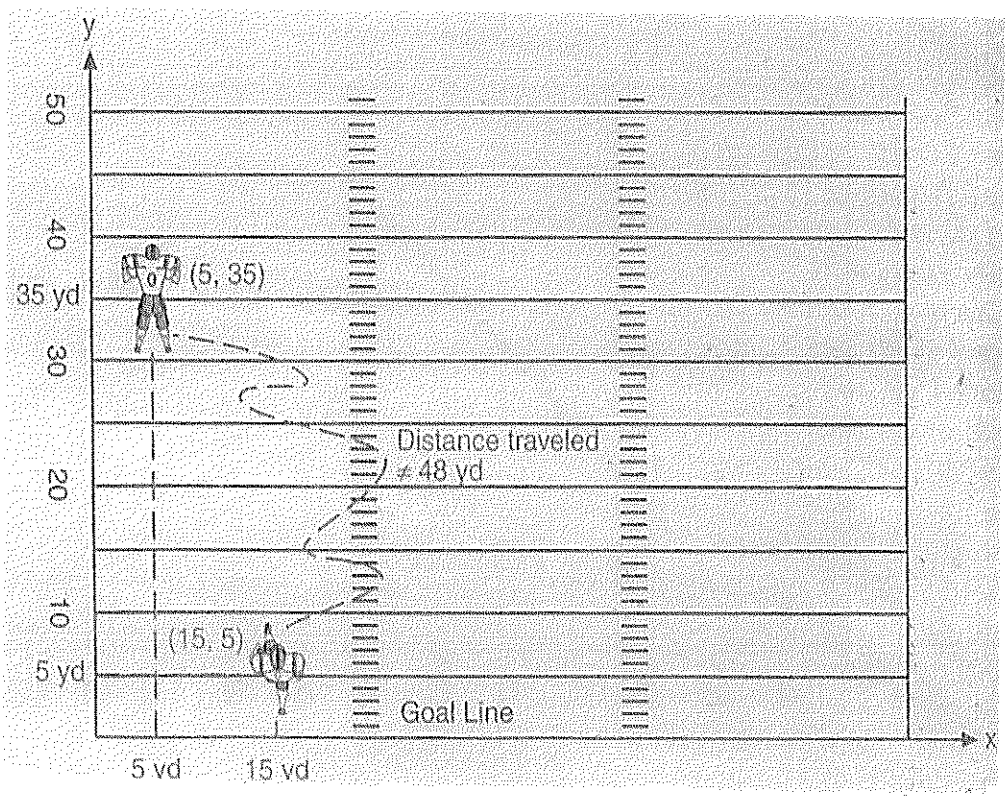
$$= 5m$$

ระยะกระจัดในแนวแกน x จะเป็น 6 m ตามแนวแกน x และ 5m ตามแนวแกน y

ระยะกระจัดลัพธ์ จาก A ถึง B สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$r = \sqrt{6^2 m + 5x^2 m}$$

$$r = 7.81\ m$$



ในทางชีวกลศาสตร์ ความเร็ว (Velocity) ใช้แทนด้วนอักษร v ตัวเล็ก และ เวลาใช้ตัวอักษร t ตัวเล็ก สามารถเขียนได้ว่า

$$v = \frac{\text{ระยะกระจัด}}{\text{เวลา}}$$

หรืออาจเขียนได้ว่า

$$v = \frac{\text{ตำแหน่งสุดท้าย} - \text{ตำแหน่งเริ่มต้น}}{\text{เวลาสุดท้าย} - \text{เวลาเริ่มต้น}}$$

$$v = \frac{\text{การเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง}}{\text{การเปลี่ยนแปลงเวลา}}$$

$$v = \frac{s}{t}$$

ในทางชีวกลศาสตร์ระบบที่นิยมใช้วัดคือ ระบบ Metric และหน่วยที่นิยมใช้กับความเร็วคือ เมตร/วินาที หน่วยของความเร็วสามารถหาได้จาก หน่วยของความยาว หาร ด้วยเวลา

$$Velocity = \frac{\text{ระยะกระจัด (เมตร)}}{\text{เวลา (วินาที)}}$$

$$= \frac{\text{เมตร}}{\text{วินาที}}$$

เมื่อพิจารณาตำแหน่งของวัตถุที่จุด A(2,4) ที่เวลา 1.5 s และเคลื่อนที่ไปยังจุด B (4.5,9) ที่เวลา 5.0 s ความเร็วในแนวแกน x คือ

$$v_x = \frac{4.5\ m - 2\ m}{5.0\ s - 1.5\ s}$$

$$v_x = \frac{2.5\ m}{3.5\ s}$$

$$v_x = 0.71\ m/s$$

$$v_y = \frac{9\ m - 4\ m}{5.0\ s - 1.5\ s}$$

$$v_y = \frac{5\ m}{3.5\ s}$$

$$v_y = 1.43\ m/s$$

ความเร็วลัพธ์

$$v = \sqrt{0.71^2 + 1.43^2}$$

$$v = \sqrt{2.55}$$

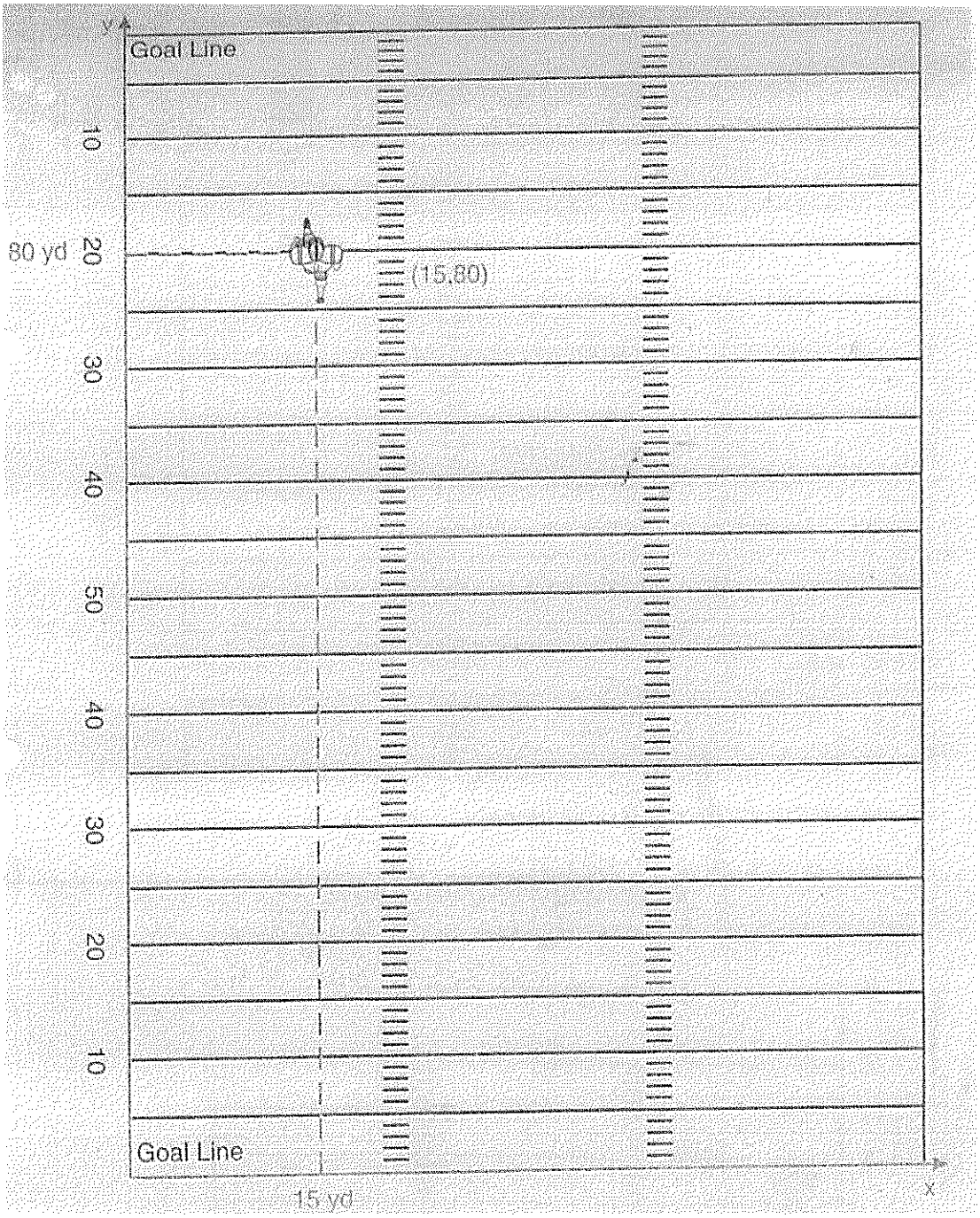
$$v = 1.60\ m/s$$

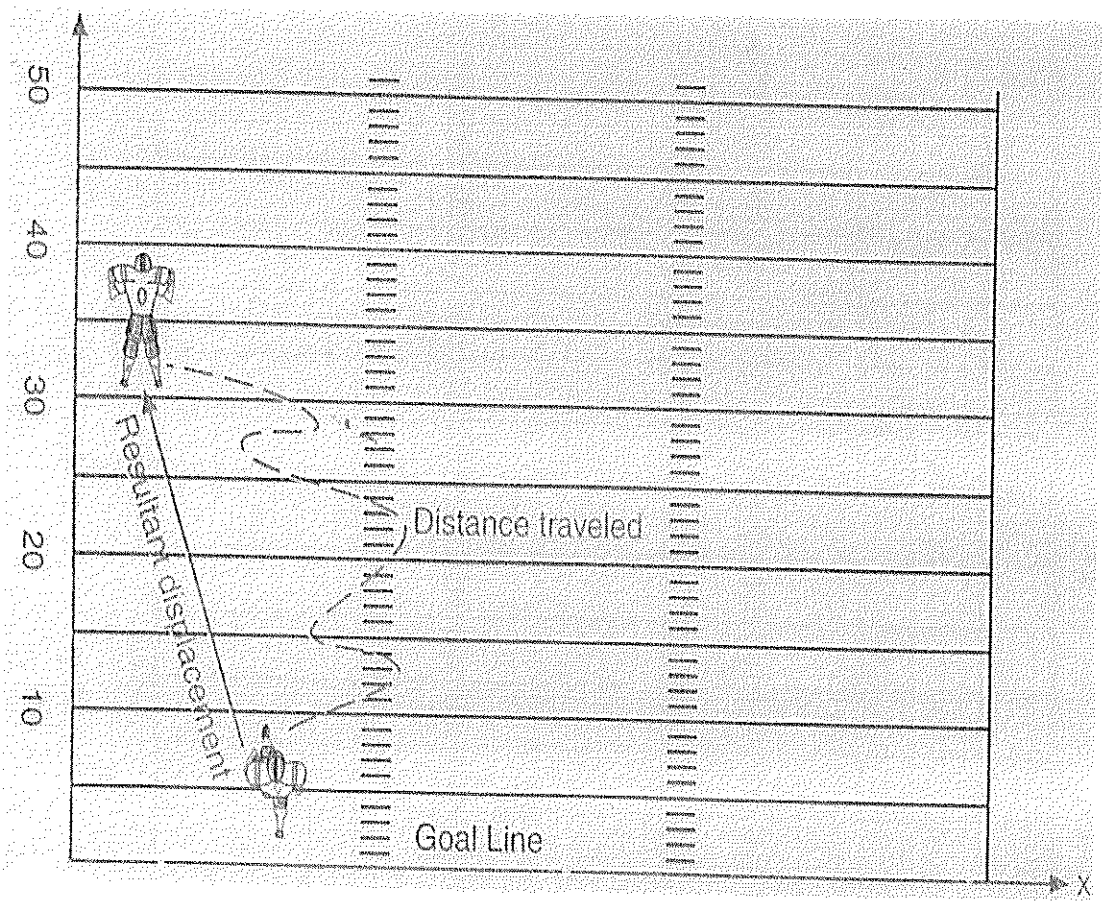
.....

$$S = t^2 + 3t + 1$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d(t^2+3t+1)}{t}$$

$$v(t = 20) = 2t + 3 = (2\ x\ 20) + 3 \quad v = 43$$


Goal Line
Goal Line
80 yd
(15,80)
15 yd
y
x
10
20
30
40
50
40
30
20
10


50
40
30
20
10
Resultant displacement
Distance traveled
Goal Line
X

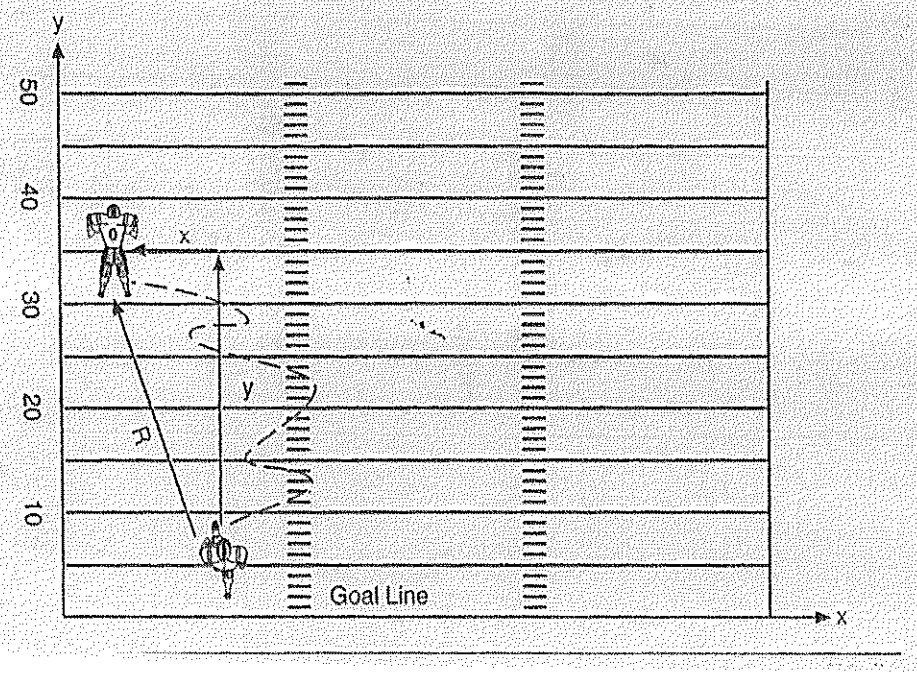

y
50
40
30
20
10
x
y
R
Goal Line
X

TABLE 6.1 Elapsed and Interval Times for Each 10-m Interval for Ben Johnson and Carl Lewis in the Men's 100-m Dash Final at the 1988 Olympic Games in Seoul, South Korea

Position (m)	Ben Johnson		Carl Lewis	
	Elapsed time (s)	Interval time (s)	Elapsed time (s)	Interval time (s)
0	0		0	
10	1.83	1.83	1.89	1.89
20	2.87	1.04	2.96	1.07
30	3.80	0.93	3.90	0.94
40	4.66	0.86	4.79	0.89
50	5.50	0.84	5.65	0.86
60	6.33	0.83	6.48	0.83
70	7.17	0.84	7.33	0.85
80	8.02	0.85	8.18	0.85
90	8.89	0.87	9.04	0.86
100	9.79	0.90	9.92	0.88

Data from Brüggemann and Glad 1989.

Data from Brüggemann and Glad 1989.

TABLE 6.2 Interval Times and Speeds for Each 10-m Interval for Ben Johnson and Carl Lewis in the Men's 100-m Dash Final at the 1988 Olympic Games in Seoul, South Korea

Interval (m)	Ben Johnson		Carl Lewis	
	Interval time (s)	Average speed (m/s)	Interval time (s)	Average speed (m/s)
0-10	1.83	5.46	1.89	5.29
10-20	1.04	9.62	1.07	9.35
20-30	0.93	10.75	0.94	10.64
30-40	0.86	11.63	0.89	11.24
40-50	0.84	11.90	0.86	11.63
50-60	0.83	12.05	0.83	12.05
60-70	0.84	11.90	0.85	11.76
70-80	0.85	11.76	0.85	11.76
80-90	0.87	11.49	0.86	11.63
90-100	0.90	11.11	0.88	11.36

Data from Brüggemann and Glad 1989.

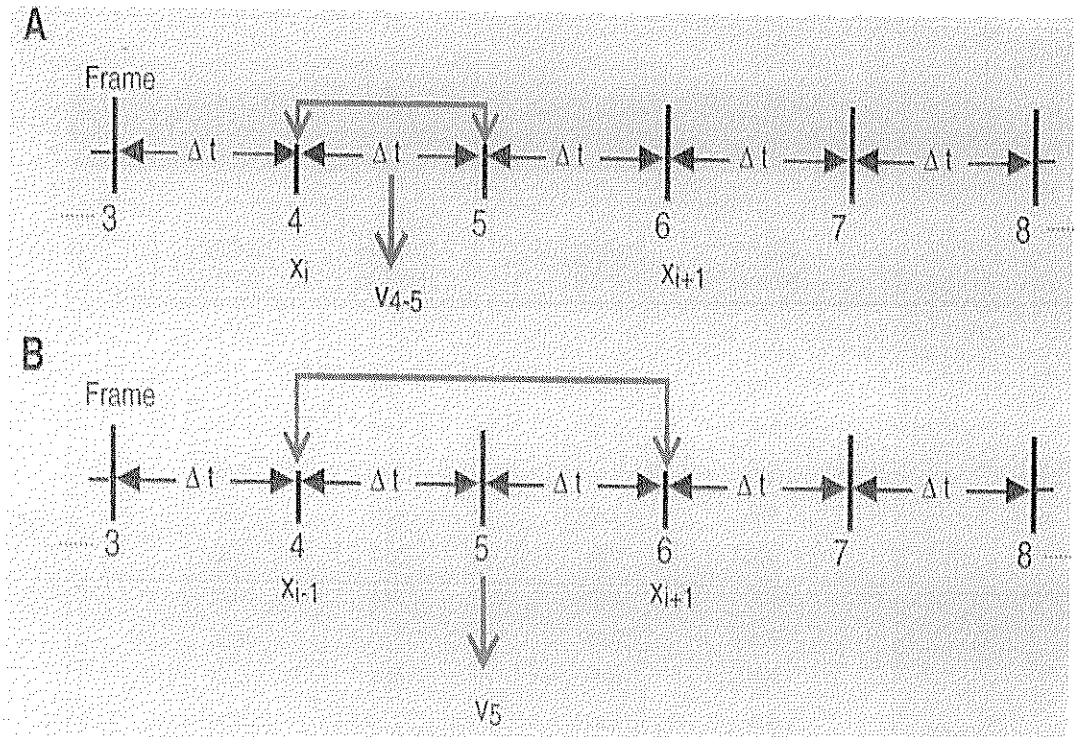


FIGURE 8-14. Illustration of the location in time of velocity calculated using: A) traditional method over a single time interval; B) first central difference method.

Table 8-1. Calculation of velocity from a set of position-time data.

Frame	*Time (s)*	*Vertical Position (y) (m)*	*Velocity (v_y) (m/s)*
1	0.0000	0.00	0.00
2	0.0167	0.15	6.59
3	0.0334	0.22	3.59
4	0.0501	0.27	2.40
5	0.0668	0.30	–2.10
6	0.0835	0.20	–8.98
7	0.1002	0.00	–13.77
8	0.1169	–0.26	–8.98
9	0.1336	–0.30	1.20
10	0.1503	–0.22	8.98
11	0.1670	0.00	0.00

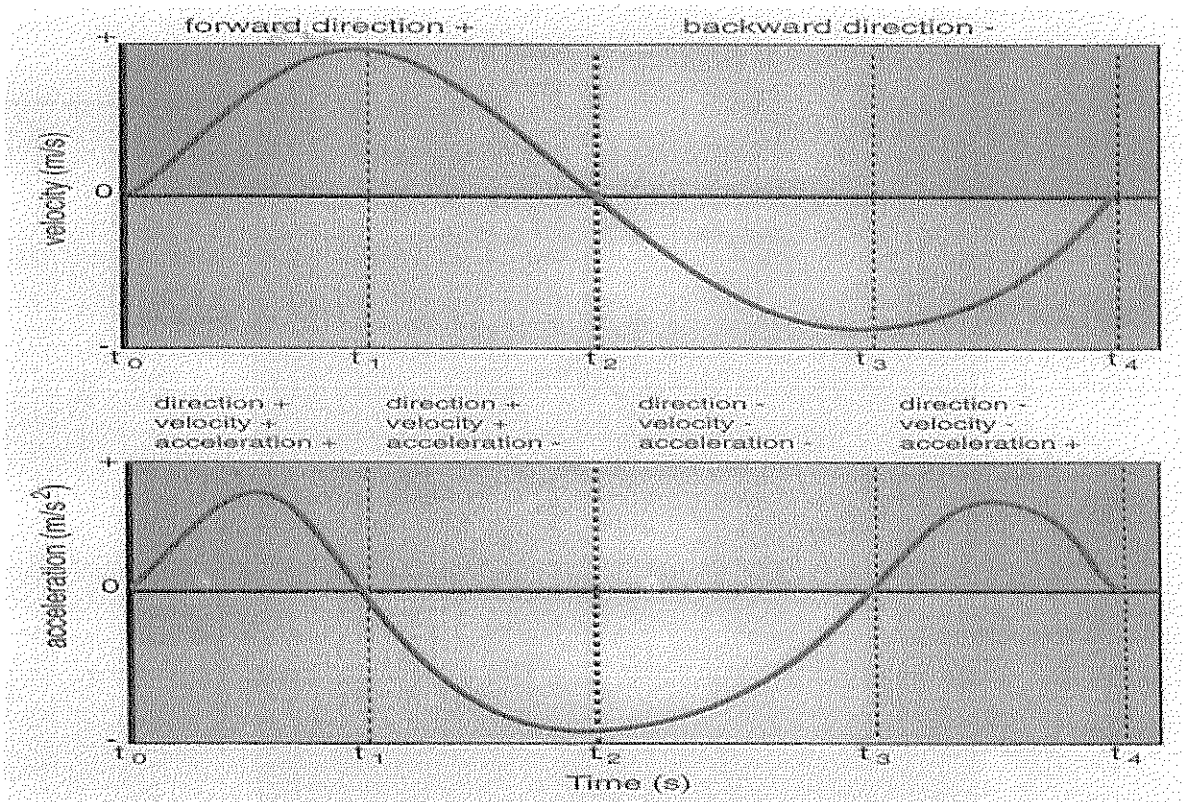


FIGURE 8-22. The graphical relationship between acceleration and direction of motion during a shuttle run (t_2 denotes when the runner changed direction).

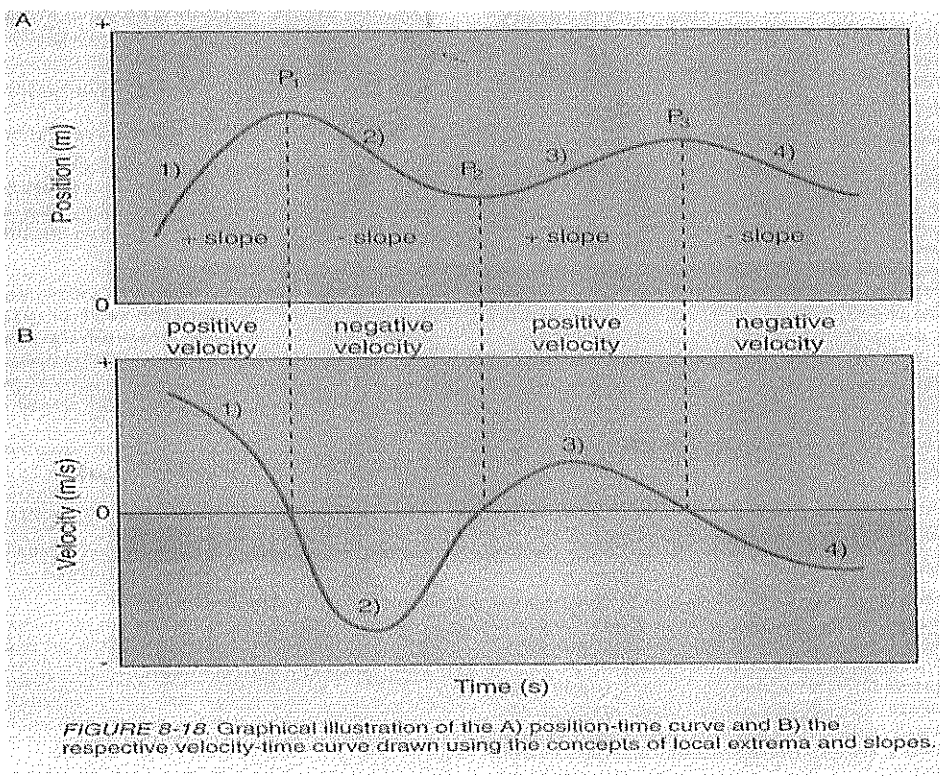


FIGURE 8-18. Graphical illustration of the A) position-time curve and B) the respective velocity-time curve drawn using the concepts of local extrema and slopes.

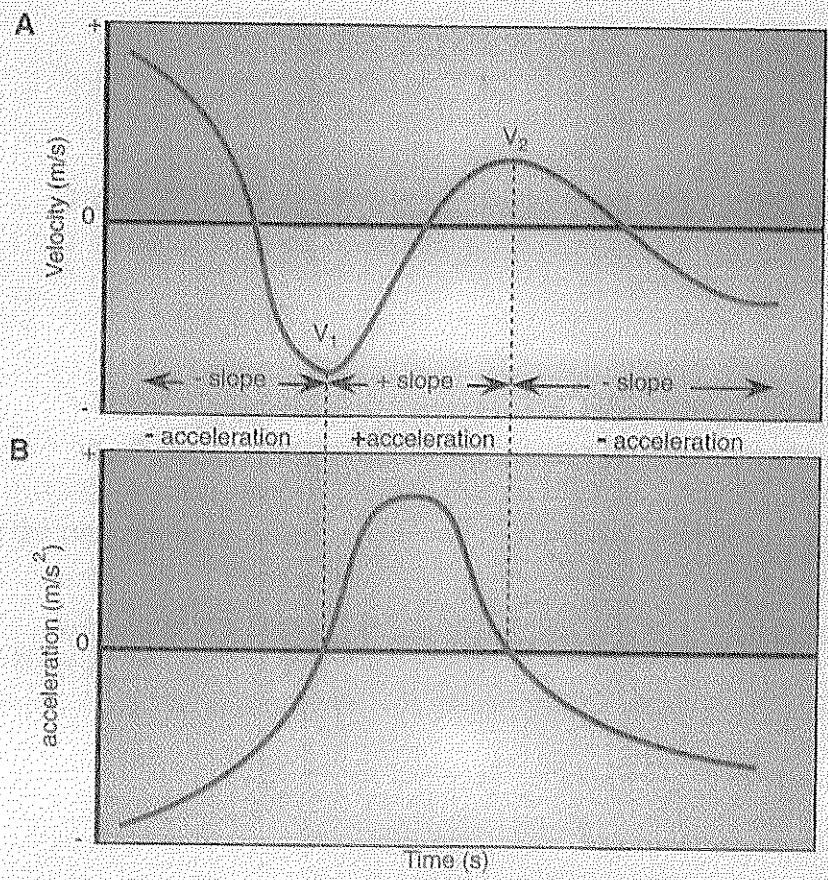
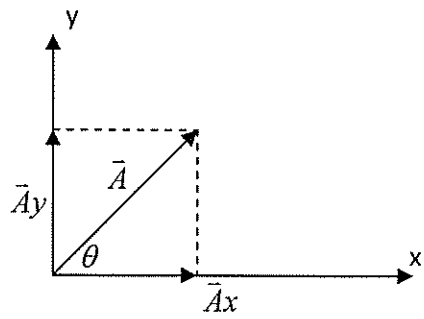


FIGURE 8-20. Graphical illustration of the relationship between a velocity-time and the acceleration-time curve drawn using the concepts of local extrema and slopes.

หลักการแยกองค์ประกอบเวกเตอร์

เวกเตอร์ใดๆ เช่น $\vec{A}$ สามารถแยกออกเป็น 2 เวกเตอร์บวกกันได้ โดยในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะเวกเตอร์ใดๆ ที่เราสามารถเขียนในรูปผลบวกของเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์ที่ตั้งฉากกันเรียกเวกเตอร์ทั้งสองว่าเป็นองค์ประกอบของเวกเตอร์ $\vec{A}$



จากรูปสามารถเขียนแทนเวกเตอร์ $\vec{A}$ ดังนี้

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

โดยที่ $\vec{A}_x$ = องค์ประกอบเวกเตอร์ $\vec{A}$ ในทิศ x

$\vec{A}_y$ = องค์ประกอบเวกเตอร์ $\vec{A}$ ในทิศ y

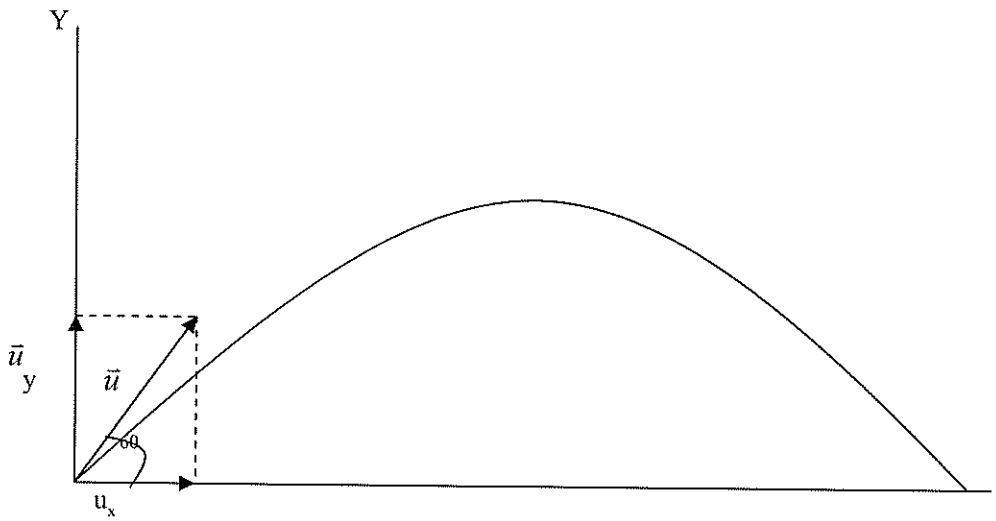
เราสามารถเขียนองค์ประกอบเวกเตอร์ $\vec{A}$ คือ $\vec{A}_x$ และ $\vec{A}_y$ ได้ดังนี้

$$\text{Sin } \theta = \frac{Ay}{A}$$

นั่นคือ $A_y = A \sin \theta$

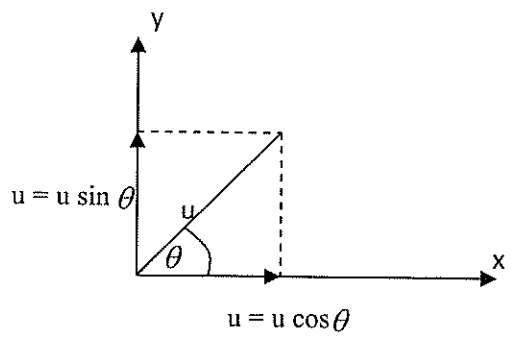
และ $\cos \theta = \frac{Ax}{A}$

นั่นคือ $A_x = A \cos \theta$

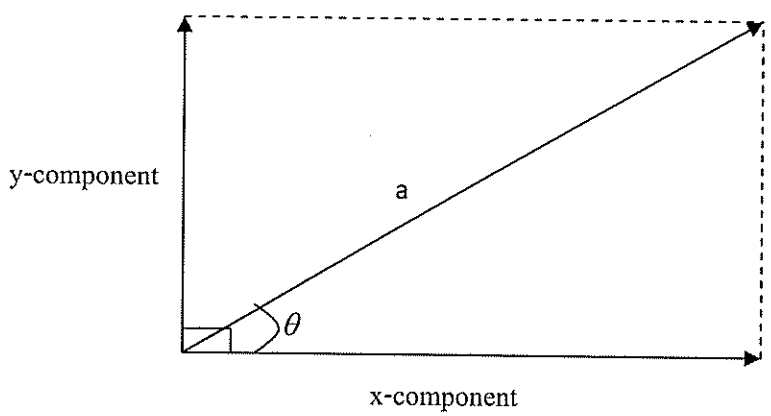


จะได้ $u_x = u \cos \theta$

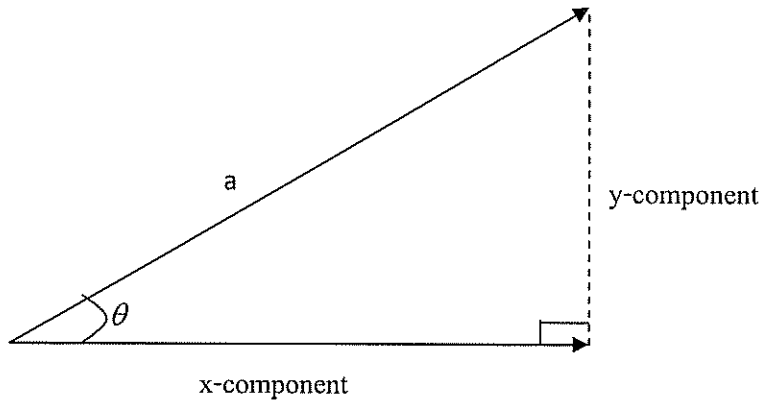
$u_y = u \sin \theta$



a)



b)

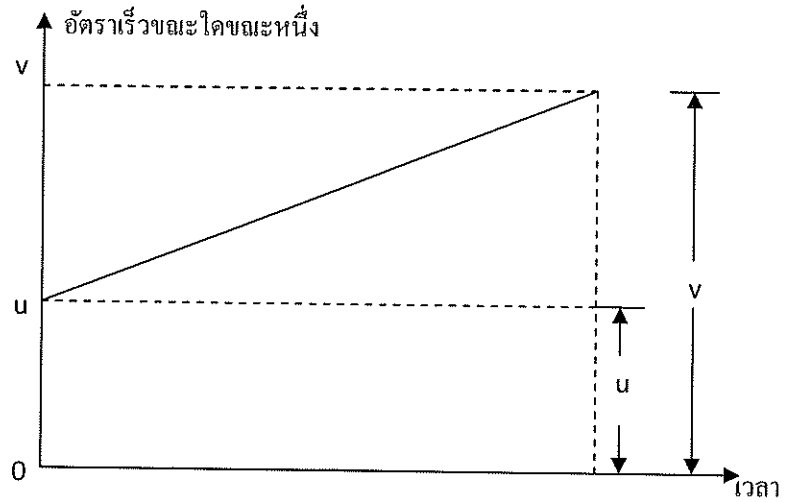


$$\text{Sin } \theta = \frac{y-component}{a} \qquad \cos \theta = \frac{x-component}{a}$$

Table 8-2 Calculation of acceleration from a set of velocity-time data

Frame	Time (s)	Vertical Position(y) (m)	Velocity(V_y) (m/s)	Acceleration(a_y) (m/s^2)
1	0.0000	0.00	0.00	0.0000
2	0.0167	0.15	6.59	107.49
3	0.0334	0.22	3.59	-125.45
4	0.0501	0.27	2.40	-170.36
5	0.0688	0.30	-2.10	-340.72
6	0.0835	0.20	-8.98	-349.40
7	0.1002	0.00	-13.77	0.00

8	0.1169	-0.26	-8.98	448.20
9	0.1336	-0.30	1.20	537.72
10	0.1503	-0.22	8.98	-35.93
11	0.1670	0.00	0.00	0.00



- การคำนวณปริมาณต่างๆ ของการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง ด้วยความเร่งคงที่โดยใช้สูตร

เมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุแนวตรงด้วยความเร่งคงตัวโดยให้วัตถุเริ่มต้นเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต้น = u ที่เวลาเริ่มต้น t=0 หลังจากเวลาผ่านไป t วัตถุจะมีความเร็วเป็น v

- เมื่อวัตถุเคลื่อที่ด้วยความเร่งคงตัว ความเร่ง a จะมีค่าเท่ากับความเร่งเฉลี่ยซึ่งหาได้จาก

$$\vec{a} = \vec{a}_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

ดังนั้น

$$a = \frac{v - u}{t - 0}$$

หรือเขียนได้เป็น $v = u+at$ (1)

สมการนี้เป็นสมการสำหรับคำนวณหาความเร็วขณะหนึ่งเมื่อกำหนดความเร็วต้นและความเร่งคงตัวให้

- สำหรับการคำนวณหาระยะทาง ห ที่วัตถุเคลื่อนที่ไปได้ในช่วงเวลา เมื่อกำหนดความเร็วต้น v และความเร่งคงตัวให้ จะหาได้จากสมการต่อไปนี้

$$s = \frac{(u + v)t}{2} \qquad (2)$$

แทนค่า v จากสมการ (1) ลงไปจะได้

$$s = \frac{(u + u + at)t}{2}$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2 \qquad (3)$$

- เราเอาสมหารแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง s,u,v และ a โดยไม่มีเวลา t มาเกี่ยวข้องได้โดยการแทนค่าช่วงเวลา $t = \frac{v - u}{a}$ สมการ (2) และ (3)

จะได้

$$s = \frac{u + v}{2} \qquad \frac{v - u}{a}$$

$$s = \frac{v2 - u2}{2a}$$

$$v^2 = u^2+2as \quad (4)$$

- จากสมการต่างๆที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง s,u,v,a และ t นั้นมีข้อมูลสังเกตดังนี้

  u เป็นขนาดความเร็วต้นเมื่อคิดเวลา (t=0) ขนาดของ u นี้อาจมีค่า = 0 ก็ได้

  t เป็นช่วงเวลาที่ใช้กำหนดการเคลื่อนที่ (กำหนดเวลาเริ่มต้น t = 0)

  s เป็นการกระจัดที่เปลี่ยนไปในช่วงเวลา t

  v เป็นความเร็วสุดท้าย ณ เวลา t

  a เป็นความเร็ว ณ เวลา t

- สรุป สูตรการเคลื่นที่แนวเส้นตรง

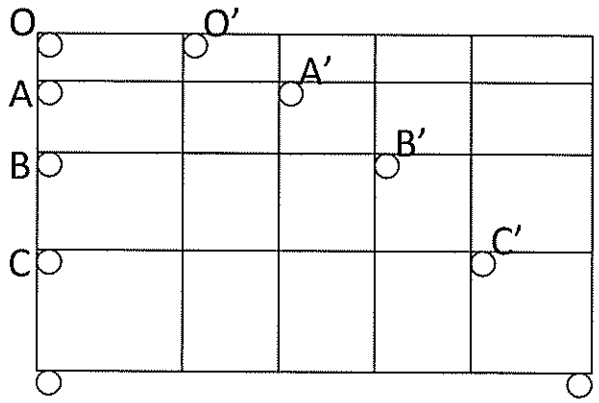
  1. $s = vt$ กรณีการเคลื่อนที่ไม่มีความเร่ง
  2. $v = u + at$
  3. $s = ut + \frac{1}{2}at^2$
  4. $v^2 = u^2 + 2as$

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

ถ้าพิจารณาการเคลื่อนที่ของลูกเหล็กที่ทุ่มโดยนักกีฬา หรือเส้นทางการเคลื่อนที่ของลูกบาสที่ทุ่มในแนวเฉลียง จะพบว่าเส้นทางการเคลื่อนที่นั้นเป็นแนวโค้ง เรียกลักษณะการเคลื่อนที่นี้ว่า การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ (Projectile Motion) และเรียกวัตถุที่เคลื่อนที่ในลักษณะดังกล่าวนี้ว่า โพรเจกไทล์ (Projectile)

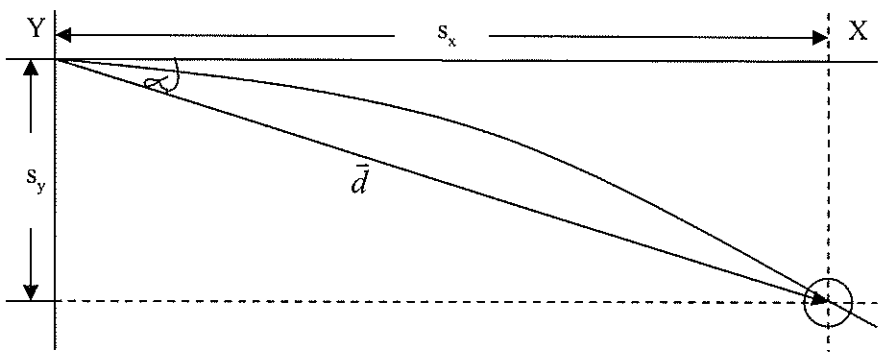
ได้มีการถ่ายภาพลูกบอล 2 ลูกที่ทำให้เคลื่อนที่พร้อมกันคือทำให้ลูกหนึ่งตกในแนวดิ่ง อีกลูกหนึ่งให้เคลื่อนที่แบบ โพรเจกไทล์

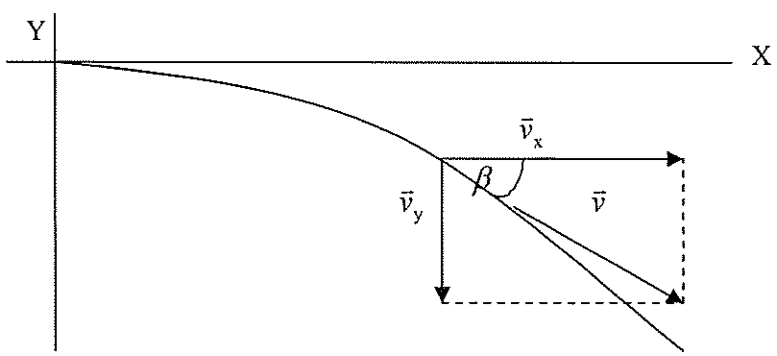
เวลาที่ลูกบอลให้ในการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งจากจุด 0 ไปยังจุด A จากจุด A ไปยังจุด B และจากจุด B ไปยังจุด C ใช้เวลาเท่ากัน ในทำนองเดียวกันลูกบอลที่เคลื่อนที่ในแนวโค้งจะเคลื่อที่จากจุด 0' ถึง A' ถึง B' และจากจุด B' ถึง C' โดยใช้เวลาเท่ากัน



- จะเห็นได้ว่าวัตถุซึ่งเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์นั้น เมื่อแยกพิจารณาจะพบว่าประกอบด้วยการเคลื่อนที่ ทั้งในแนวดิ่งและแนวระดับพร้อมๆกัน สำหรับการเคลื่อนที่ในแนวระดับจะเหมือนการเคลื่อนที่ของวัตถุ ซึ่งเคลื่อนที่ในแนวตรงด้วยความเร็วคงตัว และการเคลื่นที่ในแนวดิ่งของวัตถุ จะเหมือนการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ตกแบบเสรี

ดังนั้นในการวิเคราะห์การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์จะแยกพิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง และการเคลื่อนที่ในแนวระดับออกจากกัน แล้วจึงนำมาพิจารณารวมกัน เพื่อหาความเร็วลัพธ์หรือการกระจัดลัพธ์ของวัตถุที่เคลื่อที่แบบโพรเจกไทล์





จากรูป ถ้าให้

Sx เป็นการกระจัดในแนวระดับของวัตถุ วัดจากจุดเริ่มต้น

Sy เป็นการกระจัดในแนวดิ่งของวัตถุจากจุดเริ่มต้น

d เป็นการกระจัดของวัตถุซึ่งวัดจากจุดเริ่มต้น

ดังนั้น การกระจัดของวัตถุ $d = \sqrt{S_x 2} + S_y 2$

สำหรับการหาทิศทางการกระจัดของวัตถุหาค่าได้จาก $\tan \theta = \frac{Sy}{Sx}$

- ความเร็วขณะหนึ่งของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ จะอยู่ในแนวเส้นสัมผัสกับเส้นโค้งพาราโบลา ซึ่งพิจารณาได้เช่นเดียวกับการกระจัดลัพธ์

จากรูป ขนาดของความเร็ว $v = \sqrt{V_x 2} + V_y 2$

ทิศของความเร็ว β หาได้จาก $\tan \beta = \frac{Vy}{Vx}$

เมื่อ Vx เป็นความเร็วของวัตถุในแนวระดับ

Vy เป็นความเร็วของวัตถุในแนวดิ่ง

V เป็นความเร็วของวัตถุในแนวเส้นสัมผัส

จากรูป วัตถุซึ่งถูกขว้างออกไปในแนวระดับ จะมีความเร็วในแนวระดับคงตัว ดังนั้นแรงลัพธ์ ในแนวระดับที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเป็น 0 (โดยถือว่าแรงต้านทานของอากาศมีค่าน้อยมากจนไม่ต้องนำมาคิด)

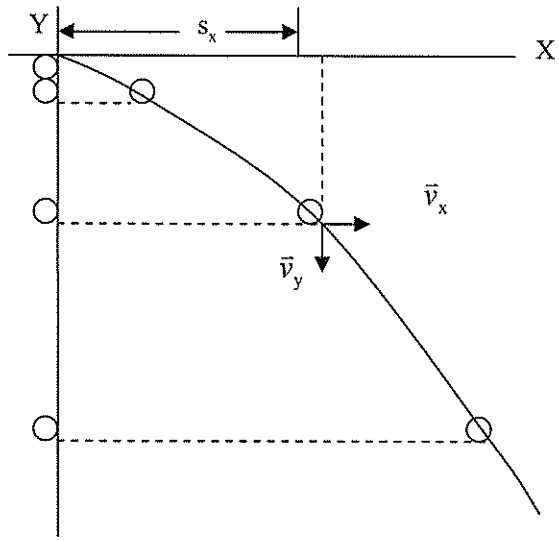
จากรูปให้แกน x เป็นแนวการเคลื่อนที่ของวัตถุตามแนวระดับ

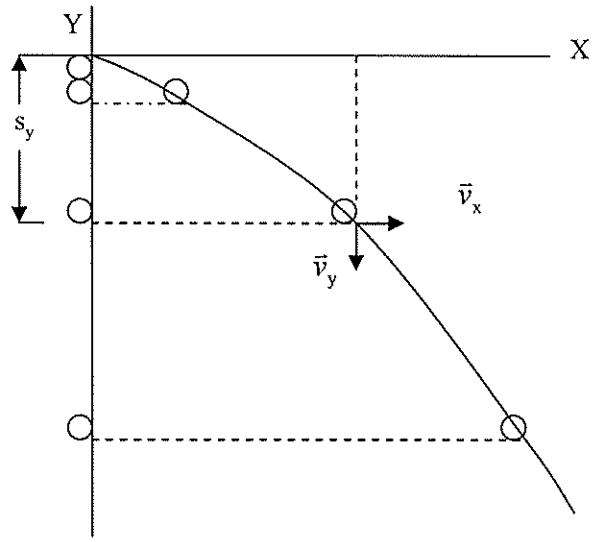
Sx คือ การกระจัดของวัตถุในแนวระดับ

Vx คือ ความเร็วของวัตถุในแนวระดับซึ่งมีค่าคงตัว

สามารถหาค่าการกระจัดของวัตถุในแนวระดับในช่วงเวลา t วินาที ได้จากสมการ

$$s_x = v_x t$$





- การเคลื่อนที่ในแนวดิ่งของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

  ในการเคลื่อนที่ของวัตถุแบบโพรเจกไทล์นั้น สามารถพิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งได้

เหมือนกับการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ตกแบบเสรี

จากรูป ในแกน y เป็นแนวการเคลื่อนที่ของวัตถุตามแนวดิ่ง

Uy คือ ความเร็วต้นของวัตถุในแนวดิ่ง = 0

g คือ ความเร่งของการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งซึ่งมีทิศลง

ถ้าให้ Vy คือความเร็วในแนวดิ่ง ณ จุดต่างๆ จะหาค่าของ Vy ที่เวลา t วินาที จากเริ่มต้นได้จากสมการ

$$v_y = u_y + gt$$

$$v_y = 0 + gt$$

$$v_y = gt$$

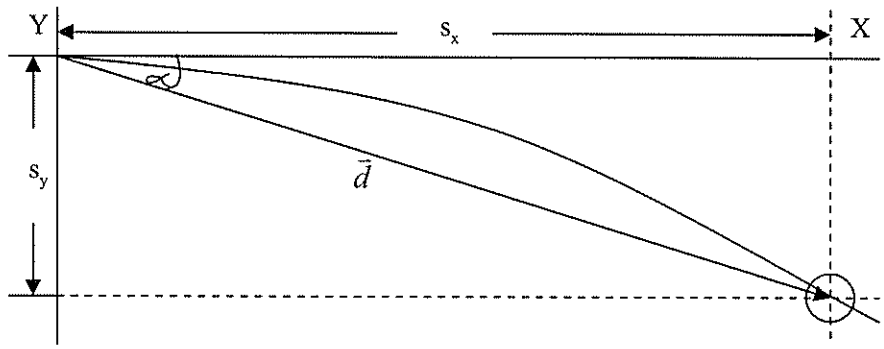
ถ้าให้ Sy คือการกระจัดที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในแนวดิ่ง เมื่อเวลาผ่านไป t วินาที ดังนั้น

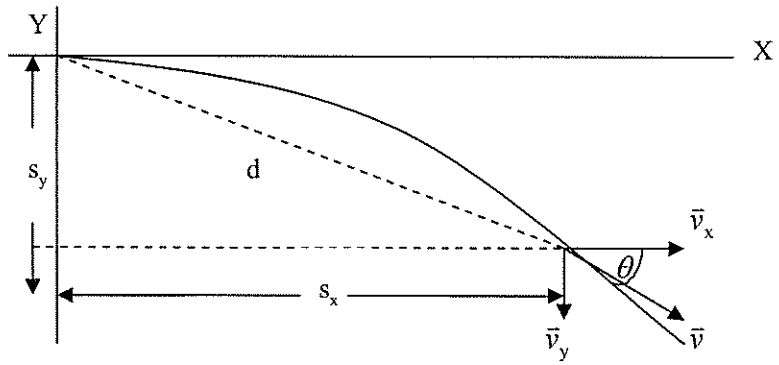
$$s_y = u_y t + \frac{1}{2} gt^2$$

$$s_y = 0 + \frac{1}{2} gt^2$$

- การกระจัดและความเร็วของวัตถุซึ่งเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

การคำนวณเกี่ยวกับการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์นั้น เริ่มต้นด้วยการพิจารณาการเคลื่อนที่เป็นสองแนวแยกออกจากกันโดยอิสระแล้วนำมาคิดรวมกันภายหลัง โดยอาศัยแนวความคิดที่ว่า วัตถุที่พิจารณาเป็นวัตถุก้อนเดียวกัน จึงสามารถรวมการกระจัดทั้งสองแนวเข้าด้วยกันเป็นการกระจัดลัพธ์ขณะหนึ่งของวัตถุ





ถ้าวัตถุเริ่มเคลื่อนที่ออกจากจุด (0,0) ของระบบแกนมุมฉาก x,y ด้วยความเร็วต้น $\vec{u}$ ในทิศทำมุมกับแนวระดับหรือ แกน x ภายใต้สนามโน้มถ่วงที่มีค่าคงตัวโดย $\vec{g}$ มีทิศลงตามแนวดิ่ง ดังรูป

จากความเร็วต้น เราสามารถหาองค์ประกอบของความเร็วต้นในแนวระดับ Ux และในแนวดิ่ง Uy ดังรูป

จากรูปจะได้

$$u_x = u \cos \theta$$

$$u_y = u \sin \theta$$

- ถ้าคิดว่าแรงต้านอากาศมีน้อยมากจนถือได้ว่าไม่มีผลให้ความเร็วในแนวระดับเปลี่ยนแปลง และเนื่องจากสนามโน้มถ่วงของโลก g ทำให้เกิดแรงคงตัวกระทำกับวัตถุในแนวดิ่ง ดังนั้นจึงถือได้ว่าแนวดิ่งเป็นแนวการเคลื่อนที่แบบมีความเร่งคงตัว g ส่วนแนวระดับเป็นแนวการเคลื่อนที่แบบมีความเร็วคงตัว

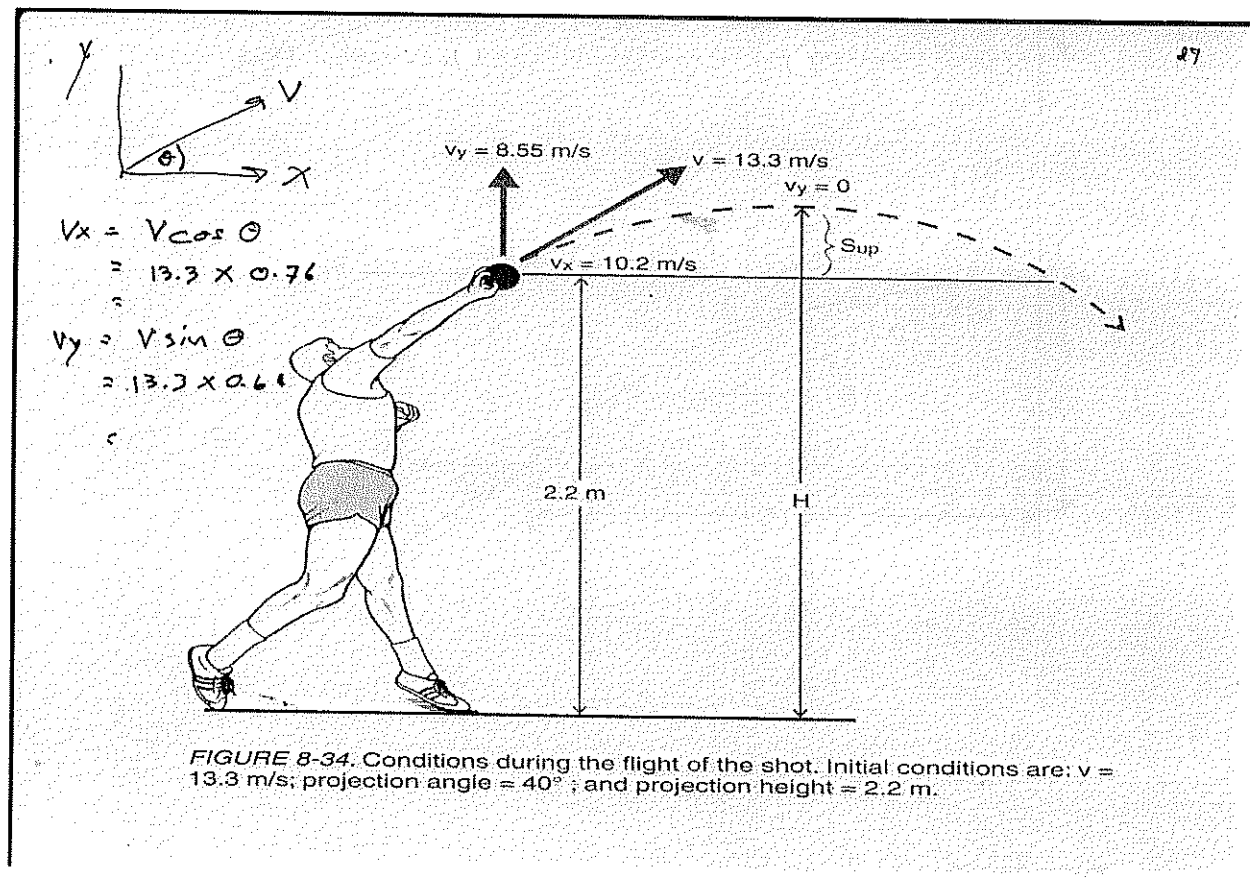


FIGURE 8-34. Conditions during the flight of the shot. Initial conditions are: v = 13.3 m/s; projection angle = 40° ; and projection height = 2.2 m.

98

THE EFFECT OF PROJECTION ANGLE ON RANGE (RELATIVE PROJECTION HEIGHT = 0)

PROJECTION SPEED (M/S)	PROJECTION ANGLE (DEGREES)	RANGE (M)
10	10	3.49
10	20	6.55
10	30	8.83
10	40	10.04
10	45	10.19
10	50	10.04
10	60	8.83
10	70	6.55
10	80	3.49
20	10	13.94
20	20	26.21
20	30	35.31
20	40	40.15
20	45	40.77
20	50	40.15
20	60	35.31
20	70	26.21
20	80	13.94
30	10	31.38
30	20	58.97
30	30	79.45
30	40	90.35
30	45	91.74
30	50	90.35
30	60	79.45
30	70	58.97
30	80	31.38

99

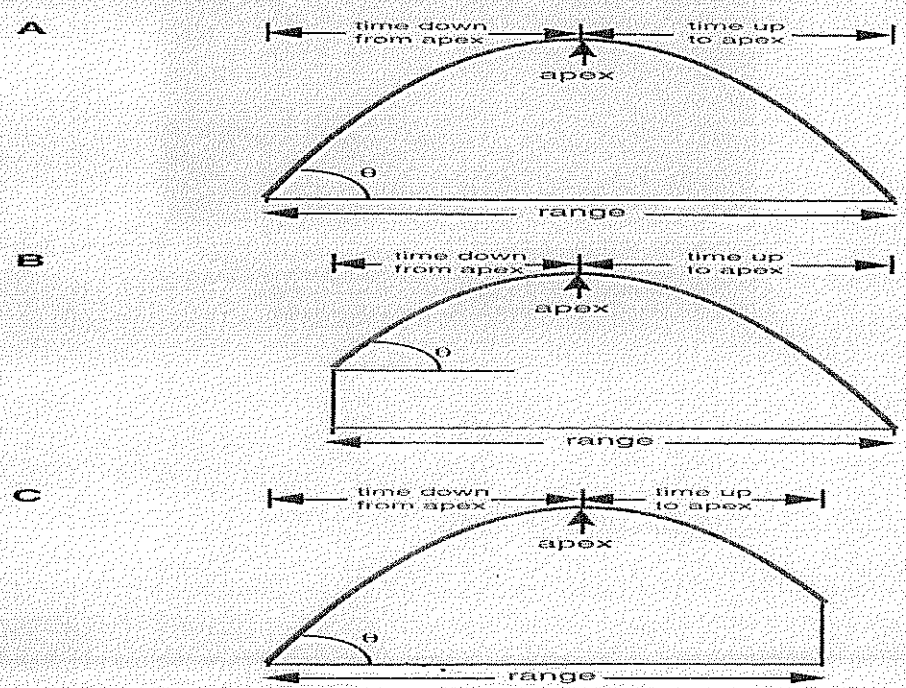


FIGURE 8-33. Influence of projection height on the shape of the trajectory of a projectile.

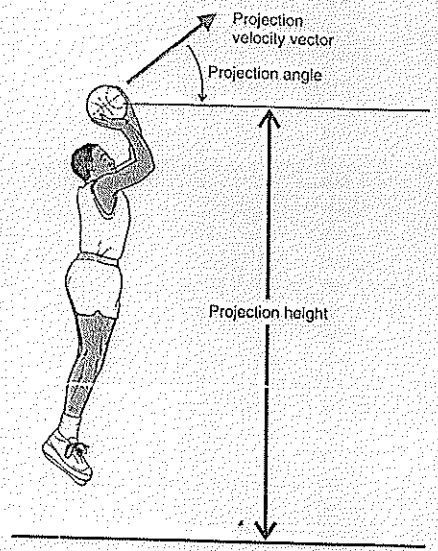


FIGURE 8-29. The factors influencing the trajectory of a projectile are: 1) projection velocity; 2) projection angle; and 3) projection height.

The flight path followed by a projectile in the absence of air resistance is in the shape of a *parabola* (Figure 8-28a). A parabola is a curved shape that is symmetrical about an axis through its highest point. The highest point of a parabola is called its *apex*.

Factors Influencing Projectiles

There are three primary factors that influence the trajectory of a projectile: *the projection angle, projection velocity*, and the *projection height* (Figure 8-29).

Projection Angle. The angle at which the object is released determines the shape of the projectile's trajectory. Projection angles generally vary from 0° (parallel to the ground) to 90° (perpendicular to the ground), although in some sporting activities, such as ski-jumping, the projection angle is negative. If the projection angle is 0° (parallel to the horizontal), the trajectory becomes essentially the latter half of a parabola because it has zero vertical velocity, and is immediately acted upon by gravity to pull it to the earth's surface. On the other hand, if the projection angle is 90°, the object would be projected straight up into the air with zero horizontal velocity. In this case, the parabola would be so narrow as to form a straight line.

If the projection angle is between 0° and 90°, the trajectory would be truly parabolic in shape. Figure 8-30 displays theoretical trajectories for an object projected at different projection angles with the same speed and height of projection.

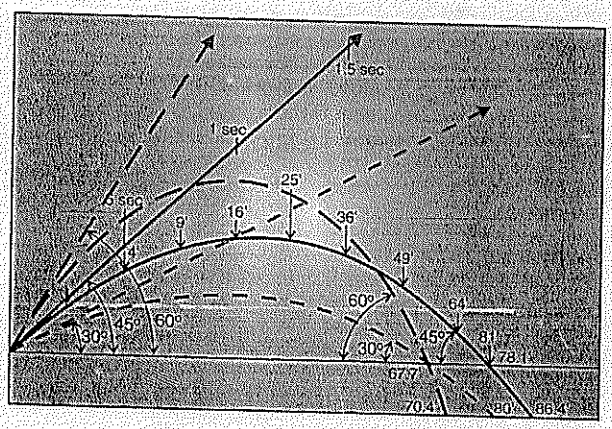


FIGURE 8-30. Theoretical trajectories of a projectile projected at different angles keeping projection velocity (15.2 m/s) and projection height (2.4 m) constant (after Broer, M. R., and Zernike, R. F. Efficiency of Human Movement (4th edition). Philadelphia: Saunders College, 1979.).

24

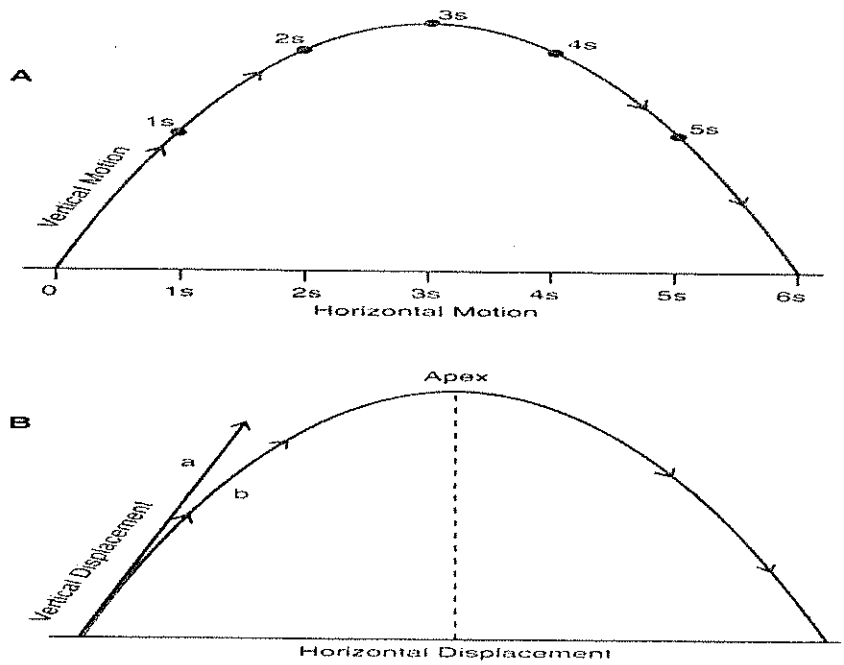


FIGURE 8-28. A) The parabolic trajectory of a projectile; B) path a represents the trajectory of a projectile without the influence of gravity while path b is a trajectory with gravity acting. Path b forms a parabolic trajectory.

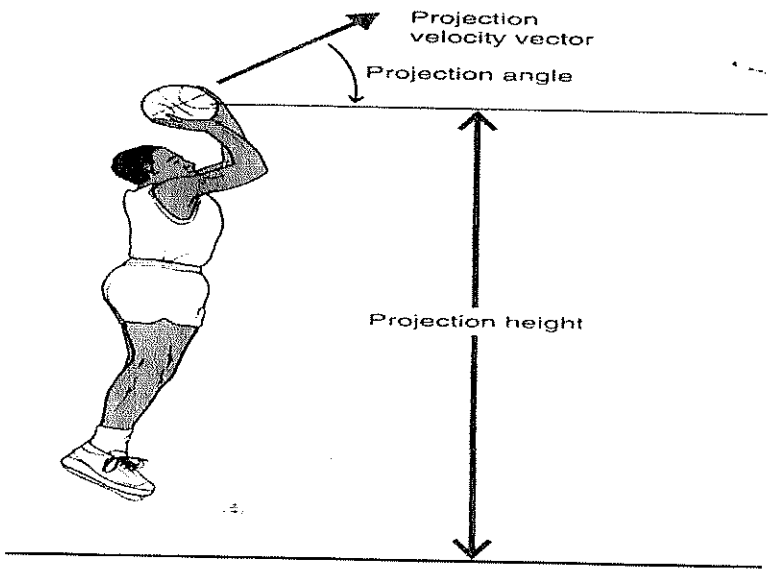


FIGURE 8-29. The factors influencing the trajectory of a projectile are: 1) projection velocity; 2) projection angle; and 3) projection height.

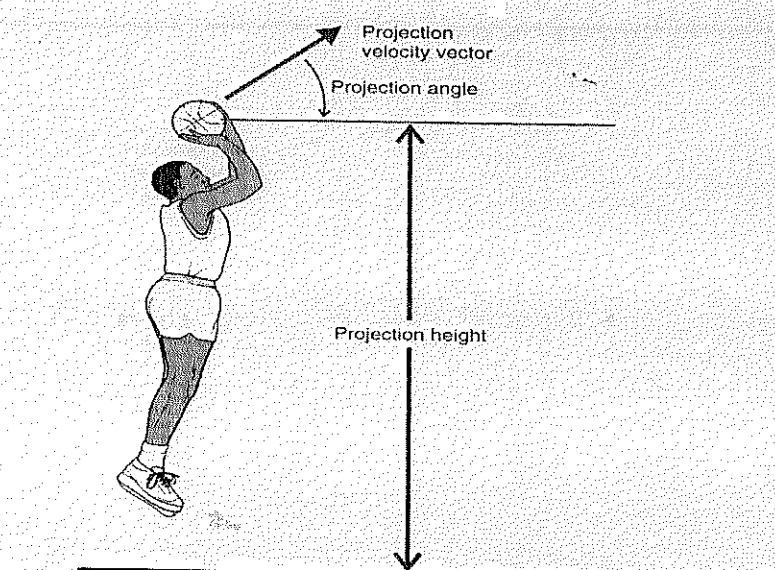


FIGURE 8-29. The factors influencing the trajectory of a projectile are: 1) projection velocity; 2) projection angle; and 3) projection height.

Table 8-3. Projection angles used in selected activities.

Activity	Angle	Reference
racing dive	5°–22°	Heusner 14
ski jumping	~4°	Komi et al. 15
tennis serve	~3°–15°	Owens and Lee 16
discus	~35°–15°	Terauds 17
high jump (flop)	40°–48°	Dapena 12

The optimal angle of projection for a given activity is based on the purpose of the activity. Intuitively, it would appear that if someone tried to jump over a relatively high object like a high jump bar, their projection angle would be quite steep. This has proved to be the case as high jumpers have a projection angle of 40 to 48° using the flop high jump technique (12). On the other hand, if one tried to jump for maximal horizontal distance such as in a long jump, the projection angle would be a quite smaller angle. This has also proved to be the case as long jumpers have projection angles of 18 to 27° (13). Table 8-3 illustrates the projection angles reported in the research literature for several activities. Positive angles of projection indicate angles greater than zero degrees, where the object is projected above the horizontal. Negative angles of projection refer to those less than zero degrees or those below the horizontal. For example, in a tennis serve, the serve is actually projected downward from the point of impact.

Projection Velocity. The velocity of the projectile at the instant of release will determine the height and the length of the trajectory as long as all other factors are held constant. The resultant velocity of projection is usually calculated and given when discussing the factors influencing the projectile. The resultant velocity of projection is the vector sum of the horizontal and vertical velocities. It is necessary, however, to focus on the components of the velocity vector since they will dictate the height of the trajectory and the distance the projectile will travel. Like other vectors, the velocity of projection has a vertical component (v_y) and a horizontal component (v_x).

The magnitude of the vertical velocity is reduced by the effect of gravity (9.81 m/s for every second of upward flight). Gravity reduces the vertical velocity of the projectile until the velocity equals zero. At that point, the projectile reaches its highest point in flight. The vertical velocity component, therefore, determines the height of the apex of the trajectory. The vertical velocity is likewise increased by the effect of gravity on the downward flight. Thus, the vertical velocity affects the height that the projectile achieves, the time the projectile takes to reach that height, and consequently the time to return to the earth's surface (Figure 8-31).

The horizontal component of the projection velocity is constant throughout the flight of the projectile. It is known that:

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

and re-arranging this equation:

$$dx = v_x * dt$$

Recalling that dx represents the change in position of the projectile during its flight, dx is then determined by the product of the horizontal velocity and the flight time to that position. The magnitude of dx is the distance that the projectile travels and is called the range of the projectile.

FIGURE 8-31. Projection velocity components during the flight of a projectile.

บทที่ 4

Angular Kinetics (Torque and Leverage)

● การเคลื่อนที่เชิงมุมเกิดขึ้นจากแรงภายนอกที่มากระทำต่อวัตถุ เช่นเดียวกับการเคลื่อนที่เชิงเส้น แต่ต่างกันที่แนวของแรงที่กระทำต่อวัตถุ

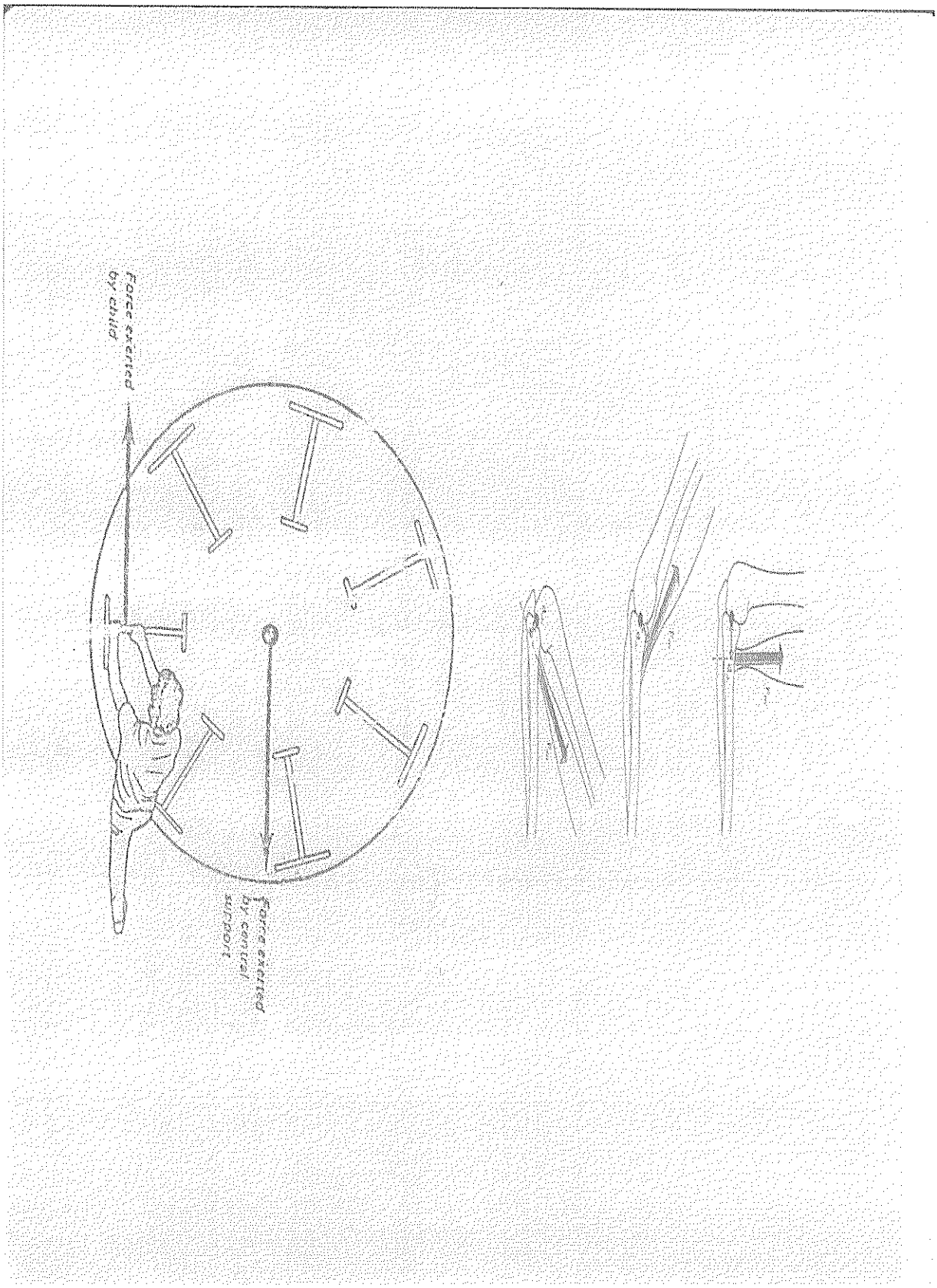
● แรงที่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่เชิงมุม

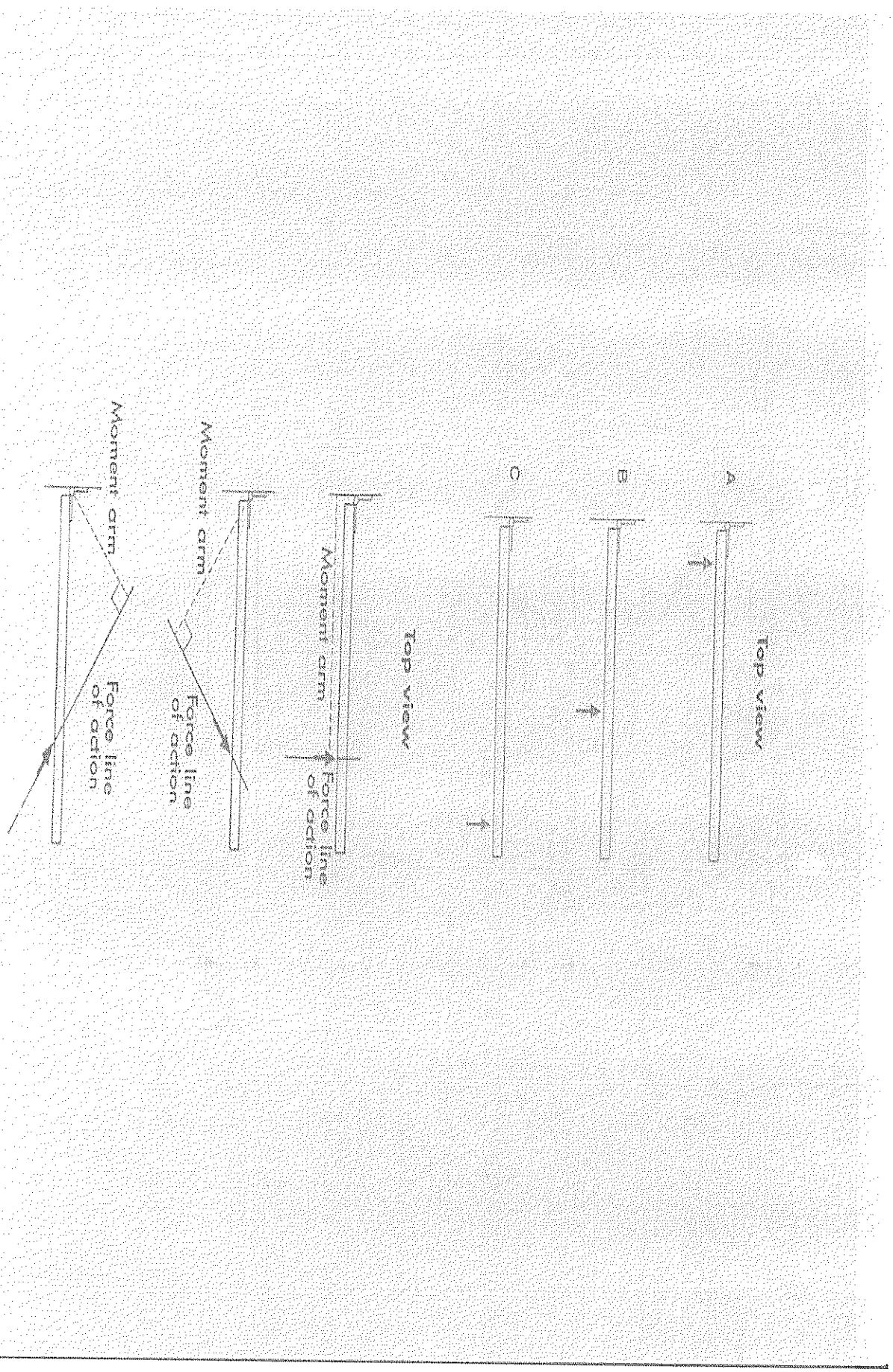
Eccentric Force คือ แรงที่กระทำต่อวัตถุซึ่งมีแนวแรงที่ผ่านจุดหมุนของวัตถุ ซึ่งจะทำให้วัตถุหมุนรอบแกน หรือ เป็นการเคลื่อนที่เชิงมุม

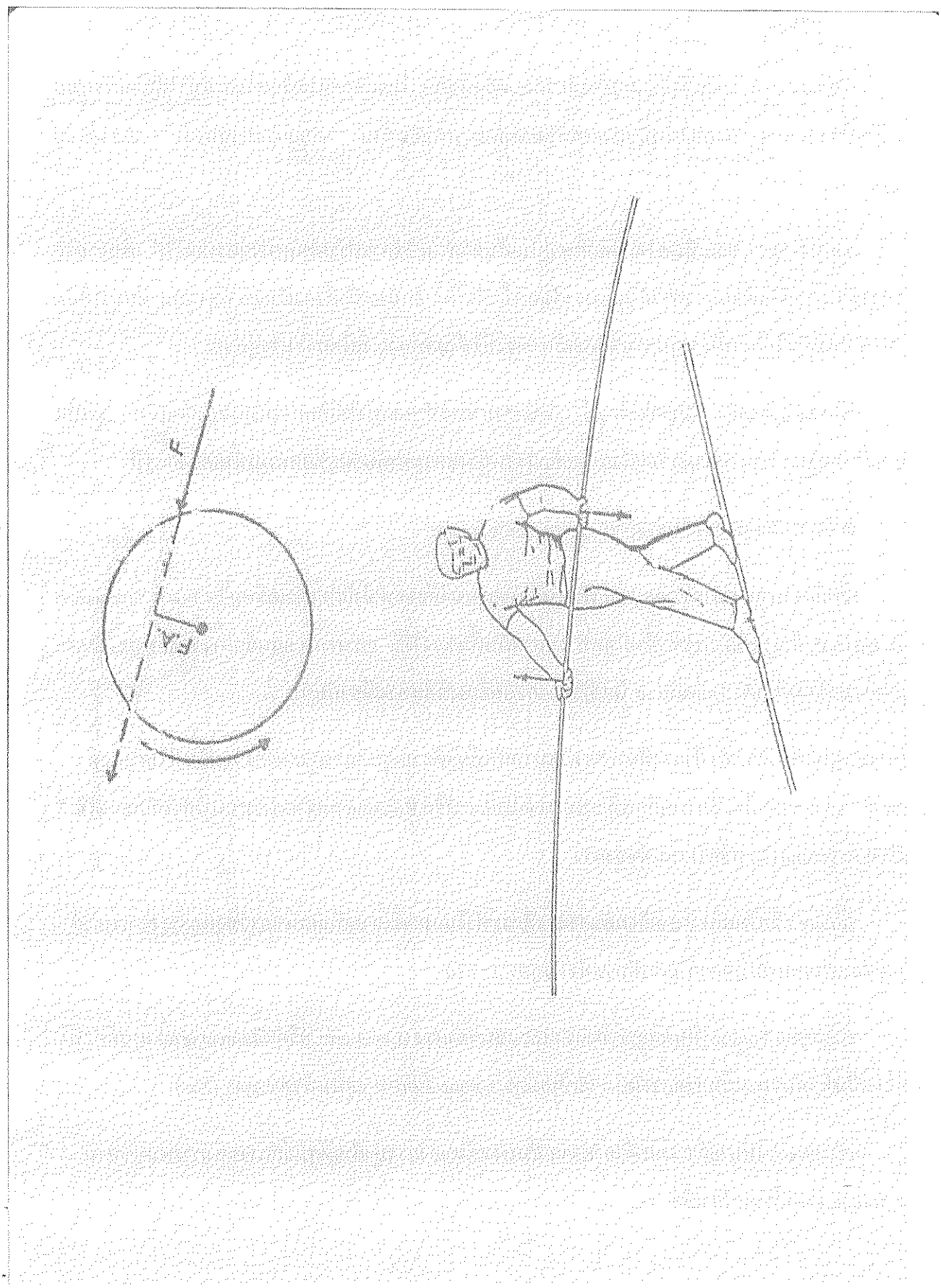
วัตถุที่มีจุดหมุนอยู่กับที่ เช่น ประตู หรือนักยิมส์ ที่กำลังโหนตัวอยู่บนราวเดี่ยว แรงที่กระทำให้เกิดการเคลื่อนที่เชิงมุมจะเป็นแรงที่มีแนวแรงผ่านจุดต่างๆ ซึ่งไม่ใช่จุดหมุน

การเคลื่อนที่ส่วนต่างๆ ของร่างกาย จะเป็นการเคลื่อนที่เชิงมุม โดยมีจุดหมุนที่ข้อต่อที่เกี่ยวข้อง และการเคลื่อนที่เชิงมุมเหล่านี้ อาจจะทำให้เกิดการเคลื่อนที่เชิงเส้นขึ้น เช่น การชกหมัดตรง เป็นการเคลื่อนที่เชิงมุมของแขนท่อนบน และแขนท่อนล่าง รอบข้อต่อ หัวไหล่ และข้อศอก ตามลำดับ ทำให้เกิดการเคลื่อนที่เชิงเส้นของหมัด

ในกรณีที่วัตถุลอยอยู่ในอากาศ การหมุนของวัตถุจะเกิดขึ้นรอบจุดศูนย์ถ่วงของวัตถุนั้น ดังนั้น แรงที่ทำให้เกิดการหมุนคือ แรงที่มีแนวแรงไม่ผ่านจุดศูนย์ถ่วงของวัตถุนั้นๆ เช่น การเสิร์ฟวอลเลย์บอล ถ้าแนวแรงผ่านไปเหนือจุดศูนย์ถ่วงของลูกบอล จะทำให้ลูกบอลหมุนในลักษณะ Topspin พร้อมๆกับ การเคลื่อนที่เชิงเส้นตามแนวที่แรงมากระทำ


Force exerted by child
Force exerted by central support


A
B
C
Top view
Moment arm
Force line of action
Top view
Moment arm
Force line of action
Moment arm
Force line of action



- แรงคู่ควบ

ถ้ามีแรง 2 แรงกระทำต่อวัตถุอันเดียวกัน พร้อมๆกัน โดยแต่ละแรงนั้นสามารถทำให้เกิดการหมุนของวัตถุขึ้นได้และแรงทั้งสองนั้นมีขนาดเท่ากันแต่ทิศทางตรงกันข้าม เรียกแรงทั้งสองว่า "แรงคู่ควบ (couple)"

จากรูป (9.2) ขณะที่นักไต่ลวดเดินอยู่บนเส้นลวด จะใช้การปรับตำแหน่งของท่อนไม้ เพื่อช่วยในการทรงตัว การปรับตำแหน่งทำได้โดยการใช้มือหนึ่งดันขึ้น อีกมือหนึ่งดึงลงด้วยแรงเท่าๆกัน มือขวาที่ดันขึ้น จะทำให้ท่อนไม้ยาวนั้น หมุนตามเข็มนาฬิกา แรงที่ใช้ในลักษณะนี้เรียกว่า แรงคู่ควบ

ในกรณีที่วัตถุนั้น มีจุดยึดติดอยู่ ถ้ามีแรงมากระทำและทำให้เกิดการหมุนของวัตถุนั้น จะเป็นเสมือนมีแรงคู่ควบมากระทำต่อวัตถุด้วย โดยอีกแรงหนึ่งจะกระทำกับวัตถุที่จุดหมุนนั่นเอง จากรูป

● โมเมนต์ และคานในร่างกาย Torque or moment

เมื่อมีแรงมากระทำกับวัตถุ เช่น ดินสอที่วางอยู่บนโต๊ะจะทำให้เกิดการเคลื่อนไหวแบบ Translation หรือ General ถ้าแรงที่มากระทำนั้นมีทิศทางขนาดกับพื้นของโต๊ะ และผ่านจุดศูนย์กลางของดินสอ ดินสอจะเกิดการเคลื่อนที่แบบ Translation โดยทิศทางการเคลื่อนที่ทิศทางเดียวกันกับ

ทิศทางของแรงที่มากระทำ ถ้าแรงที่มากระทำขนานกับพื้นโต๊ะ แต่จุดที่แรงกระทำเป็นจุดอื่นที่ไม่ผ่านจุดศูนย์กลางของดินสอ ก็จะมีการเคลื่อนที่ แบบ Translation หรือ Rotation ผลจากการหมุนนี้ทำให้เกิดแรงที่เราเรียกว่า Torque (T) หรือโมเมนต์ของแรง

Torque หรือโมเมน หมายถึงผลของแรงที่กระทำในแนวตั้งฉากกับแกนของวัตถุและระยะทางจากจุดหมุนมาตามแกนที่ตั้งฉากกับแรงที่กระทำ ดังสูตร $T=F\times d$

ขนานของ Torque เป็นผลคูณของแรงและแขนของแรง (Lever arm หรือ Moment arm) แรงที่กะทำมีหน่วยเป็นนิวตันและแขนของแรงมีหน่วยเป็นเมตร Torque จึงมีหน่วยเป็นนิวตันเมตร (Nm)

แขนของแรงหมายถึง ระยะตั้งฉากจากเส้นทางเดินของแรงมายังจุดศูนย์กลางของการหมุนขนานของ Torque จะเปลี่ยนแปลงเมื่อ

1. ขนาดของแรงถูกทำให้เปลี่ยนแปลง
2. ความยาวของแขนของแรงถูกทำให้เปลี่ยนแปลง

ทิศทางของ Torque หาโดยใช้มือขวาในลักษณะนิ้วชี้ นิ้วกลาง และนิ้วหัวแม่มือตั้งฉากซึ่งกันและกัน แล้ววางนิ้วชี้ไปทางทิศของแรง (F) นิ้วกลางชี้ตามแนวรัศมีพุ่งเข้าจุดหมุนจะได้ง่านิ้วหัวแม่มือชี้ทิศทางของ Torque

เช่นในการเสริฟ Volley ball

ระยะทางซึ่งตั้งฉากจากจุดหมุนมีชื่อเรียกหลายอย่าง เช่น Moment arm, Force arm, Effort arm, Lever arm, radius, resistance arm.

จากรูป Moment arm คือระยะทางที่สั้นที่สุดระหว่างแนวแรงที่กระทำกับจุดหมุน ถ้าแนวแรงผ่านจุดหมุนจะไม่เกิด Torque เพราะ Moment arm เท่ากับศูนย์

ร่างกายมนุษย์ Moment arm ของกล้ามเนื้อถึงจุดศูนย์กลางของข้อต่อ คือระยะทางที่ตั้งฉากระหว่างแรงกระทำของกล้ามเนื้อและจุดศูนย์กลางของข้อต่อ (รูป) เมื่อข้อต่อมีการเคลื่อนที่ผ่านช่วงของการเคลื่อนไหว มีการเปลี่ยนแปลงความยาวของ Moment arm ของกล้ามเนื้อที่ข้ามข้อต่อ สำหรับกล้ามเนื้อมัดใดๆ ก็ตาม Moment arm จะยาวที่สุด เมื่อมุมดึงกระดูกใกล้ 90 องศามากที่สุด ถ้ามุมดึงของข้อศอกเกิน 90 องศา ในแต่ละทิศทาง Moment arm จะค่อยๆ ลดลง

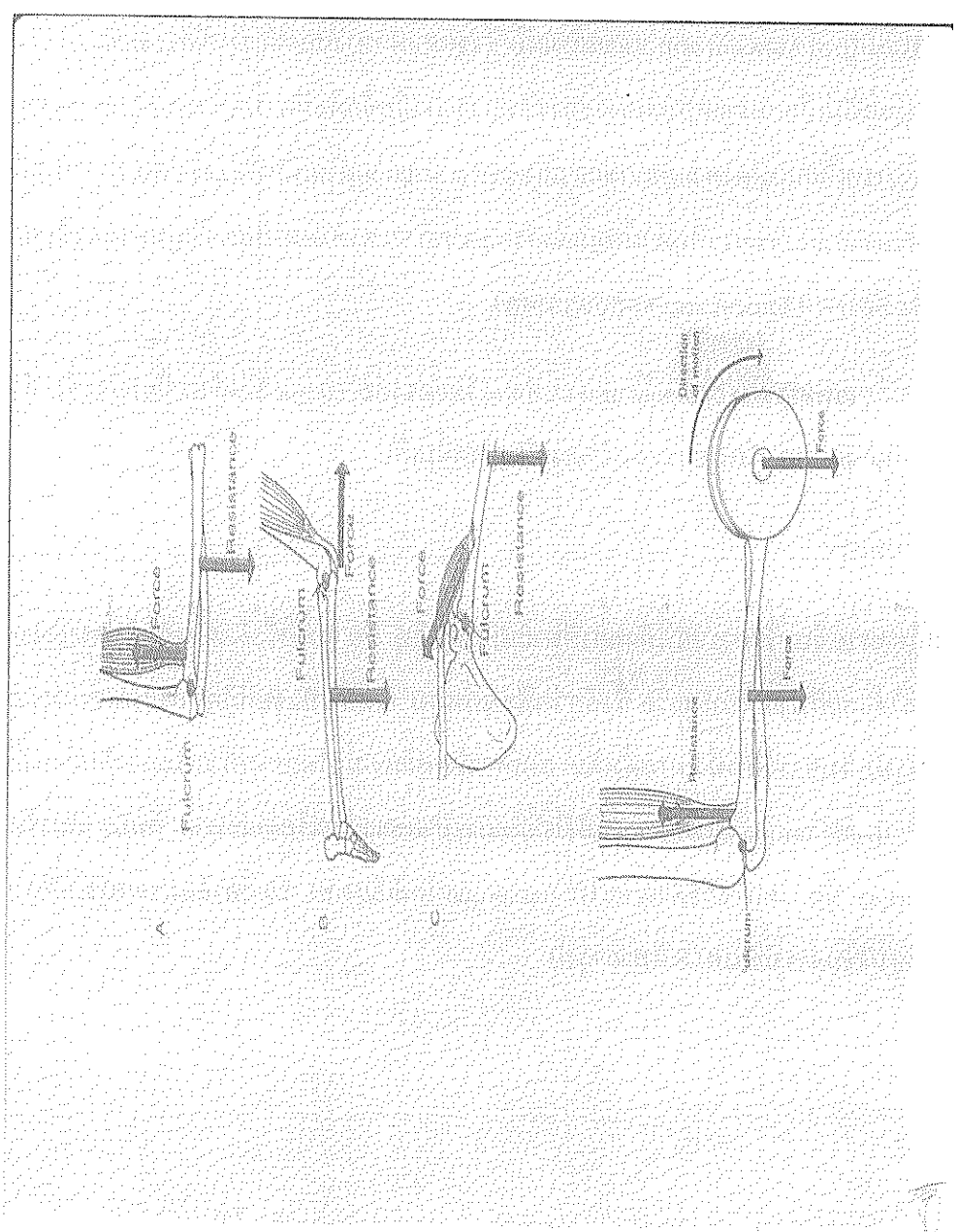
การเปลี่ยนแปลงของ Moment arm จะส่งผลโดยตรงต่อ Torque ที่กล้ามเนื้อสร้างขึ้น สำหรับการสร้างแรงที่ระหว่างออกกำลังกายแรงที่สร้างจะต้องมากขึ้นเมื่อ

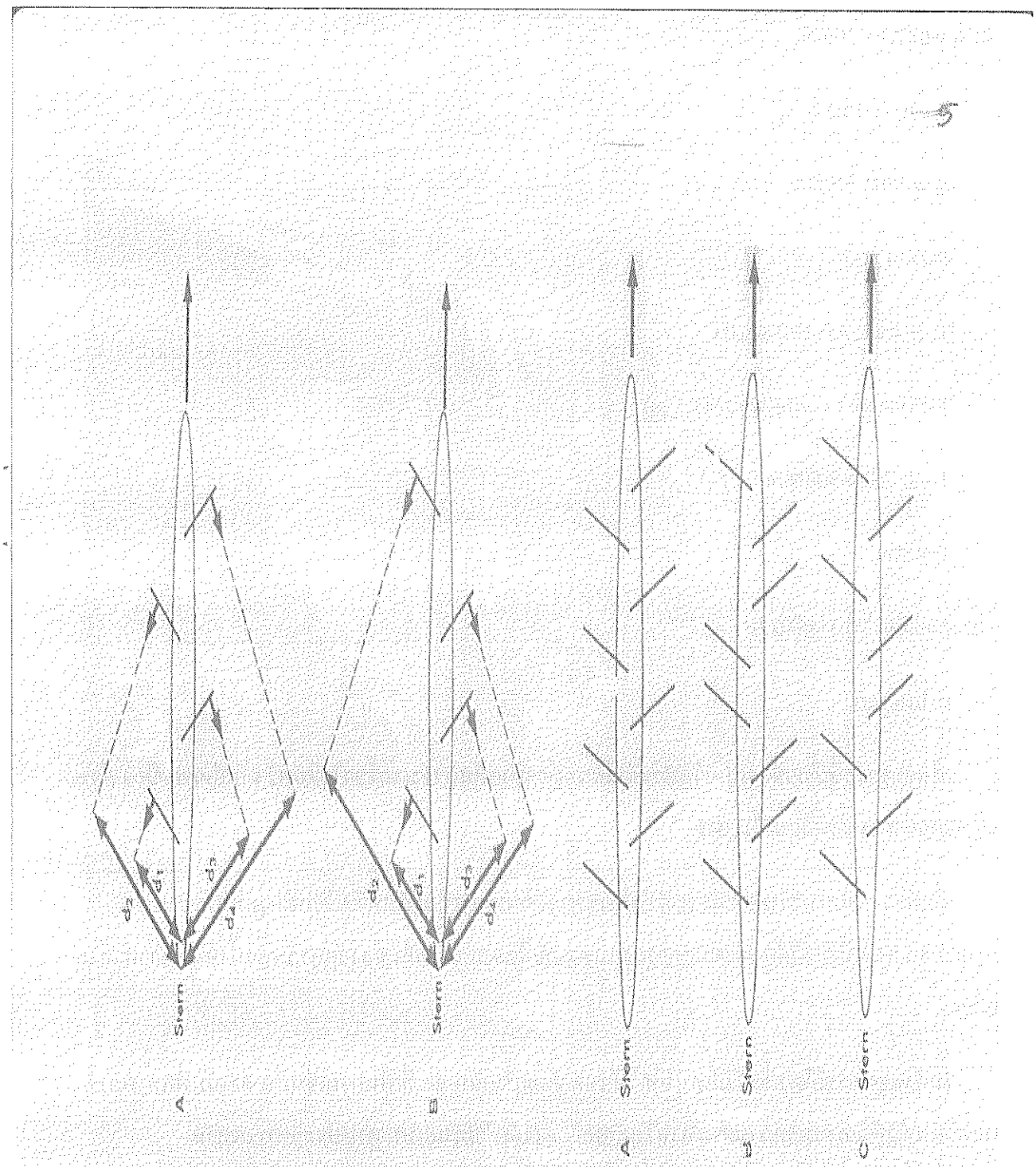
Moment arm ลดลง

ในกีฬาพายเรือ วิธีการจัดที่นั่งของฝีพายแบบดั้งเดิม คือ จะจัดที่นั่งสลับกันไป Moment arm ระหว่างแรงที่ใช้โดยฝีพาย กับท้ายเรือ ซึ่งถือว่าเป็นจุดหมุน ซึ่งเป็นปัจจัยที่มีผลกระทบต่อประสิทธิภาพของการพาย(รูป) ในการจัดที่นั่งแบบดั่งเดิม นักกีฬาฝั่งหนึ่งจะนั่งไกลจากท้ายเรือกว่าอีกฝั่งหนึ่ง ซึ่งจะเป็นสาเหตุให้ผลรวมของ torque ต่างกัน และทำให้เกิดการส่ายของท้ายเรือขณะพาย ทีมอิตาลีกำจัดปัญหานี้โดยให้เกิด torque ขึ้น โดยใช้วิธีคำนวณให้ net torque ใกล้เคียงกัน ทีมอิตาลีและเยอรมันมีการพัฒนาโดยปรับปรุงตำแหน่งในการนั่งแบบ 8 ฝีพาย (รูป)

Resultant Joint Torque

แนวคิดเกี่ยวกับ Torque มีความสำคัญมากในการศึกษา การเคลื่อนไหวของมนุษย์ เพราะว่า Torque จะทำให้เกินการเคลื่อนไหวของ segment เมื่อกลับมาเนื่อที่ยืดข้ามข้อต่อเกิดการหดตัว มันจะสร้างแรงดึงกับกระดูกที่มันยึดเกาะ การเคลื่อนไหวของมนุษย์ส่วนมากจะเกี่ยวข้องกับการหดตัวกลุ่ม atagonist และ antagonist การหดตัวของกล้ามเนื้อกลุ่ม antagonist จะควบคุมความเร็วของการเคลื่อนไหวและเพิ่มความมั่นคงของข้อต่อ ซึ่งขณะเกิดการเคลื่อนไหว และการหดตัวแบบ antagonist จะทำให้เกิด Torque ในทิศทางตรงกันข้ามกับกล้ามเนื้อกลุ่ม agonist ผลของการเคลื่อนไหว คือ ผลรวมของ net torque เมื่อ net torque และการเคลื่อนไหวของข้อต่อ เกิดขึ้นในทิศทางเดียวกันเรียก Torque ลักษณะนี้ว่า conecutric และ torque ในทิศทางตรงข้ามว่า Eecentric แม้ว่า คำ เหล่านี้จะถูกใช้ประโยชน์อธิบายการวิเคราะห์การทำงานของกล้ามเนื้อ




Storm
A
Storm
B
Storm
A
Storm
B
Storm
C

ตัวอย่าง เด็ก 2 คนนั่งอยู่บนไม้กระดกคนละข้าง ถ้า A หนัก 200 N ห่างจากแกนการหมุน 1.5 m B หนัก 190 N นั่งห่างจากจุดหมุน 1.6 m ไม้กระดกจะเอียงไปด้านใด

ทราบ A wt(FA) = 200 N

d…A =1.5 m

B wt(FB) =190 N

d..B =1.6 m

T=(FA)(d..A) –(FB)(d..B)

T=(190 N)(1.6 m)-(200 N)(1.5 m)

T=304 N.m-300N.m

T=4 Nm

ไม้กระดกจะเอียงไปทางด้าน B

คาน(lever)

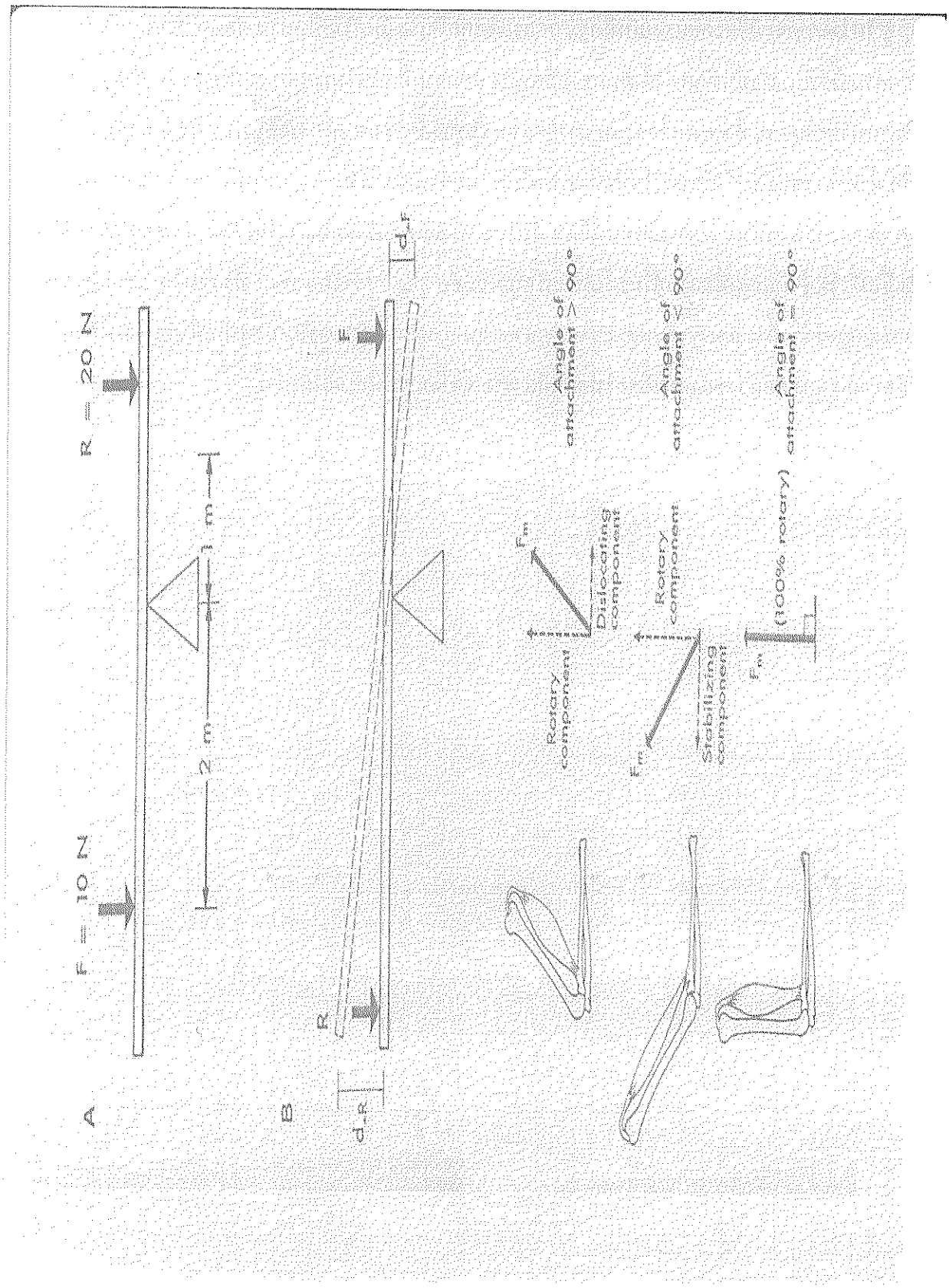
เป็นจักรวาลที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของเรามากที่สุด เช่น เครื่องใช้ในครัว ที่เปิดกระป๋อง ค้อน ตีตะปู ชะแลง สิ่งเหล่านี้ล้วนเป็น คาน

เมื่อมีแรงมากกระทำต่อคาน จะทำให้คานหมุนรอบๆ จุดที่อยู่กับที่ซึ่งเรียกว่า จุดหมุน (fulerrun) และคานต่างๆ เหล่านี้ต่างก็ต้องเอาชนะความต้านทานที่เกิดจาก น้ำหนัก ของวัตถุรวมทั้งน้ำหนักของตัวคานของด้วย

ในด้านอุปกรณ์กีฬาเช่น ไม้เทนนิส ไม้แบด จัดอยู่ในลักษณะที่เป็นคานเช่นกัน ต่างกันที่สภาพการใช้แรงหรือพลังเพื่อเอาชนะความต้านทานในลักษณะต่างกันไปตามแบบ ตามประเภทของคาน

คานประเภทที่พบบ่อยๆ เช่น กระดานหกสำหรับเด็กเล่น, ไม้คานสำหรับหาบของ ลักษณะคานแบบนี้ จะมีจุดหมุนอยู่กลาง มีน้ำหนักวางแต่ละข้างอาจจะเท่ากันหรือไม่เท่าก็ได้ ถ้าข้างใดหนักกว่าก็ต้องเลื่อนจุดหมุนมาทางด้านที่หนักมากกว่า เพื่อทำให้เกิดสมดุล

ในร่างกายจะมีจักรกลแระเภทนี้อยู่มาก กระดูกทุกชิ้นจะมีสภาพเป็นคาน ข้อต่อเปรียบเหมือนจุดหมุน กล้ามเนื้อที่หดตัวนั้นทำหน้าที่เป็นแรงหรือพลัง นอกจากนี้ส่วนใหญ่ๆ ของร่างกาย เช่น ลำตัว แขน ขา ต่างก็ทำหน้าที่เป็นคาน คือ คานเดี่ยว เช่น การยกแขนขึ้นข้างลำตัว แขนนั้นจะเป็นคานชนิดหนึ่งมีน้ำหนักถ่วงคือ น้ำหนักแขนนั้น ถ้าถือของในมือก็จะเพิ่มในส่วนของน้ำหนัก คือ ความต้านทานมากขึ้นที่ปลายคานนั้น ศูนย์กลางหรือจุดหมุนของคานแขนนี้ก็คือ หัวไหล่ หรือข้อต่อหัวไหล่ แรงที่ทำให้แขนนั้นยกขึ้นได้เป็นกล้ามเนื้อหัวไหล่ ส่วนจุดที่ความต้านทานกระทำต่อแขนคือ จุดศูนย์ถ่วงของแขน ทั้งแขนในเวลากางแขนขึ้น และจุดศูนย์ถ่วงนี้จะค่อยๆ เลื่อนต่ำลงไปสู่ปลายแขน ถ้าหากมือถือของที่มีน้ำหนักเพิ่มขึ้น ของนั้นมีน้ำหนักมากๆ จุดศูนย์ถ่วงของคานก็จะไปอยู่ที่มือ หรือ จุดที่ของนั้นสัมผัสกับมือ


A
F = 10 N
R = 20 N
1 m
2 m
B
R
F
d_R
d_F
Angle of attachment > 90°
Dislocating component
Rotary component
Fm
Angle of attachment < 90°
Rotary component
Stabilizing component
Fm
(100% rotary)
Angle of attachment = 90°
Fm

คานในร่างกายของคนเราไม่จำเป็นต้องเป็นท่อนแข็งๆ เพราะคานร่างกายนั้นบางคาน เช่น กะโหลกศีรษะ กระดูกสะบักหลัง ไม่ได้เป็นท่อนแข็ง แต่มีลักษณะเป็นคาน สิ่งสำคัญหนึ่งที่เรามักสับสน คือจุดของแรงต้านทาน (resistant point) นอกจากจะเป็นความต้านทานจากสิ่งของหรือ วัตถุอื่นๆ แล้ว น้ำหนักของคานเป็นความต้านทานอย่างหนึ่ง นอกจากนี้กล้ามเนื้อส่วนที่เป็นกล้ามเนื้อด้านตรงข้าม(antagonist)ยังเป็นตัวต้านได้ เช่น เวลาหันหน้าไปทางซ้าย ความต้านทานต่อการหันหน้าไปทางซ้าย ความต้านทานต่อการหันหน้าไปทางซ้ายเกิดจากกล้ามเนื้อด้านตรงข้าม รวมกับแรงรั้งที่เกิดจากพังผืดและเส้นเอ็นกรณีนี้ถือว่า จุดของแรงต้านทานอยู่ที่กลางบริเวณที่แรงรั้งจากกล้ามเนื้อพังผืดและเส้นเอ็นดังกล่าว

ความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับช่วงของการเคลื่อนที่ในการเคลื่อนไหวของคาน

ในการเคลื่อนที่แบบหมุนรอบแกนภายนอก (angular motion) ความเร็วของการเคลื่อนไหว และช่วงของการเคลื่อนไหว ต่างสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน เช่น คานชั้นที่สามที่มี ความยาวของคานต่างกัน แต่ก็หมุนรอบจุดหมุนด้วยอัตราเร็วเท่ากัน ปลายของคานที่ยาวกว่านั้นจะเคลื่อนไปได้ช่วงการเคลื่อนไหวที่ยาวกว่า ปลายของคานที่สั้นกว่า

คานในร่างกาย

การเคลื่อนไหวส่วนต่างๆ ของร่างกาย ซึ่งเกิดจากแรงดึงของกล้ามเนื้อดึงให้กระดูก เคลื่อนที่เชิงมุม โดยมีจุดหมุนอยู่ที่ข้อต่อ เปรียบเทียบได้กับคาน (lever) ซึ่งในกลศาสตร์แบ่งคานออกเป็น 3 ชนิด

คานชนิดที่ 1 จุดหมุนอยู่ระหว่างแรงพยายาม (F) กับแรงต้านทาน (R) ตำแหน่งของจุดหมุน จะเป็นตัวกำหนดแขนของโมเมนต์ของแรงทั้งสอง ถ้าจุดหมุนอยู่ใกล้กับแรงต้านทาน แรงพยายามจะต้องเคลื่อนที่เป็นระยะทางไกล แต่ทำให้แรงต้านทานเคลื่อนที่เป็นระยะทางสั้นๆ นั่นคือความต้านทาน จะมีความเร็วเชิงเส้นน้อยกว่าความพยายาม

คานชนิดที่ 2 แรงต้านทานจะอยู่ระหว่างจุดหมุนและแรงพยายาม ในร่างกายนอกจากแรงต้านทานภายนอกแล้วยังมีแรงต้านทานภายในซึ่งอาจเกิดจากความเสียดทานที่ข้อต่อ จากความเครียด (tonus)ของกล้ามเนื้อ หรือจากเส้นเอ็น พังผืดก็ได้ซึ่งสรุปได้ว่า

ความต้านทานนั้นจะกำหนดให้เป็นจุดเดียวเท่านั้น คือจุดกลางของความต้านทานที่กระทำกับคานนั้น ดังนั้นในรูปของคานมีจุดสำคัญ 3 จุด

1. จุดหมุน (Fulerum) คือจุดนิ่งเพื่อให้ส่วนอื่นๆ เคลื่อนที่ใช้สัญลักษณ์แทนคือ F

2. จุดแรงต้านทาน(Resistance) คือจุดที่ถ่วงน้ำหนัก หรือส่วนที่ต้านทานกับการเคลื่อนที่ใช้สัญลักษณ์ R

3. จุดแรงพยายาม (Effort) คือความพยายาม หรือแรงที่ใช้เพื่อให้ความต้านทานนั้น เคลื่อนที่หรือหมดไป ใช้สัญลักษณ์ E

จากการจัดตำแหน่งจุดทั้งสามนี้ นำมาเป็นเครื่องมือในการจำแนกประเภทของคาน โดยแบ่งเป็น 3 ประเภทคือ

ดังนั้นแขนของแรงต้านทานจะน้อยกว่าแขนของแรงพยายามเสมอการเคลื่อนไหวส่วนต่างๆ ของร่างกาย โดยปกติจะไม่มี คานชนิดนี้เนื่องจากกล้ามเนื้อมักจะจับติดกับกระดูกส่วนที่อยู่ใกล้กับข้อต่อที่เป็นแกนการหมุน

คานชนิดที่ 3 แรงพยายามจะอยู่ระหว่างจุดหมุนและแรงต้านทานแขนของแรงต้านทานจึงยาวกว่าแขนของแรงพยายามเสมอ การเคลื่อนที่ของแรงต้านทานจะต้องใช้แรงพยายามมากกว่า แต่สามารถทำให้แรงต้านทาน เคลื่อนที่ด้วยความเร็วเชิงเส้นสูงกว่า การเคลื่อนไหวของส่วนต่างๆ ของร่างกายจะเป็นคานชนิดที่ 3 เกือบทั้หมด

แขนของคาน (lever arm) แบ่งเป็น 2 ส่วนคือ

1) แขนของแรงพยายาม (Force arm)

EF เป็นระยะตั้งฉากจากจุดหมุน (F) ไปยังแนวแรงพยายาม (E)

2) แขนของแรงต้านทาน (Resistance arm)

FR เป็นระยะตั้งฉากจากจุดหมุน (F) ไปยังแนวแรงต้านทาน (R)

EF เป็นแขนของแรงพยายาม

FR เป็นแขนของแรงต้านทาน

1. คานประเภทที่หนึ่ง (First class lever)

เป็นคานที่มีจุดหมุนหรือแกน (Fulerun) อยู่ระหว่าง จุดของแรง (Effort =E) กับจุดของความต้านทาน (Resistant=R) (รูป) ระหว่างช่วงของคาน คือ ระหว่างจุดของแรงกับจุดหมุนนั้นเป็นส่วนที่เรียกว่า "แขนของแรง" (Force arm) ในทำนองเดียวกัน ช่วงบนคานระหว่างจุดหมุนกับจุดของความต้านทานเรียกว่า "แขนของความต้านทาน" (Resistance arm) แขนทั้งสองของคานประเภทนี้ อาจมีความยาวเท่ากันก็ได้ หรือแขนของส่วนใดส่วนหนึ่งยาวกว่าอีกส่วนหนึ่งก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของจุดหมุนของคานนั้น ๆ

สรุปแขนของแรง คือ ความยาวในแนวตั้งฉากจากจุดหมุนไปยังแนวของแรง ส่วนแขนของความต้านทาน คือ ความยาวในแนวตั้งฉากจากจุดหมุนไปยังแนวของความต้านทาน ทั้งนี้ไม่ว่าแรงหรือความต้านทานจะอยู่ในทิศทางใดก็ตาม คานประเภทที่หนึ่งนี้ จัดเป็นคานสำหรับดุลน้ำหนัก ซึ่งมีลักษณะคือ

- คานที่มีแขนของความต้านทานและแขนของแรงเท่ากันได้แก่ กระดานหก
- คานที่มีแขนของแรงค่อนข้างยาว เช่น แชลง
- คานที่มีแขนของความต้านทาน ค่อนข้างยาว เช่น กรรไกร

2. คานประเภทที่สอง (second class lever)

เป็นคานที่มีจุดของความต้านทานอยู่ระหว่างจุดหมุนกับจุด ของแรง (รูป) คานประเภทนี้ แขนของแรงมีความยาวเท่ากับ ความยาวของคาน คือ แขนของแรงจะมีความยาวมากกว่า แขนของความต้านทานเสมอ ซึ่งได้แก่ ชะแลง

3. คานประเภทที่สาม(third class lever)

เป็นคานที่มีจุดของแรงอยู่ระหว่างจุดหมุนกับจุดของความต้านทาน (รูป) คานประเภทนี้ จะมีแรงของความต้านทานยาวเท่ากับตัวคานพอดี คือแขนของความต้านทานจะยาวกว่า แขนของแรงเสมอ คานชนิดนี้เป็นคานที่ต้องอาศัยแรงมาก เพื่อเอาชนะแรงต้านทานจัดเป็นคานที่ได้เปรียบความเร็วและช่วงการเคลื่อนไหว

Principles of levers

“คานชนิดใดก็ตามเมื่อผลคูณระหว่างแรงกับแขนของแรงเท่ากับผลคูณของความต้านทานกับแขนของความต้านทานเท่ากันคานนั้นจะอยู่ในสภาพสมดุล”

หมายถึง คานทุกคนจะอยู่ในสภาพสมดุล เมื่อผลคูณระหว่างแรงของความต้านทานเท่ากับแขนของแรงต้านทาน(น้ำหนักของวัตถุหรือคาน)

จากหลักการนี้ ทำให้สามารถ คำนวณหาขนาดของแรงที่จะต้องใช้เพื่อให้สมดุลกับความต้านทาน เมื่อเราทราบขนาดของความต้านทานและลักษณะของคาน เราจุสามารถหาจุดที่เป็นจุดหมุน และเมื่อทราบแรงและความต้านทานมีขนาดเท่าใด เราสามารถคำนวณหาข้อเท็จจริงทั้งสี่อย่างได้คือ แรงแขนของแรงความต้านทานและแขนของความต้านทาน โดยใช้สูตรการคำนวณต่อไปนี้

สูตร E×EF = R×RF

เมื่อ E= แรงพยายามที่กระทำ

EF= แขนของแรง (ดูจากคาน)

R = ความต้านทานหรือ น้ำหนัก

RF = แขนของน้ำหนัก หรือความต้านทาน

(รูป)

ถ้าคนที่มีแขนของความต้านทานยาวกว่าแขนของ E ถือว่าคานนั้นได้เปรียบในแง่ระยะทาง และความเร็ว (Range of Motion) ซึ่งต้องอาศัยแรงที่มากกว่า จึงเอาชนะความต้านทานได้

ดังนั้นการตีแทนนิสหรือแบดมินตัน ลักษณะของคานจะยาวออกไปอีก คือ นอกจากไม้ตี ยังมีคานของแขน ลำตัวดึก เพื่อความสมดุล จึงต้องแยกเท้าออกพอสมควร เพื่อขยายฐานให้กว้างขึ้น ศอกและข้อมือต้องคงที่เพื่อให้คานต่อกันเป็นแนวทางแรงตรง ประกอบการเหวี่ยงแขน ช่วยเพื่อให้เกิดแรงส่งในการตีได้เร็วหรือ แรงขึ้น

คานแบ่งเป็น 3 ชนิด

คานชนิดที่ 1 จุดหมุนอยู่ตรงกลางระหว่างจุดที่แรงพยายามกระทำ (E) กับจุดที่แรงต้านทานกระทำ (R)

เช่น การก้มเงยศีรษะ การเหยียดข้อศอก

คานชนิดที่ 2 จุดที่แรงต้านทานกระทำ อยู่ระหว่างจุดหมุนกับจุดที่แรงพยายามกระทำ

คานชนิดที่ 3 จุดที่แรงพยายามกระทำอยู่ระหว่างจุดหมุนกับจุดที่แรงต้านกระทำ

เช่น -การงอข้อศอก การกางแขน

-การ sit up จากท่านอนหงายแล้วยกตัวขึ้น

-นอนคว่ำเหยียดตัวตรง ยกขาทั้งสองข้างพร้อมกัน

-งอเข่าเตะลูกบอล

Total body center of mass caleulation

ในการหา Center of mass ใช้วิธีคำนวณตามตัวอย่าง

m1g×1+m2g×2+m3× 3=Mg× cm

เมื่อ m คือ มวลของ segment

M คือ มวลของระบบทั้งหมด

G คือ ความเร่งจากแรงดึงดูดของโลก

X คือ ตำแหน่ง center of mass ของ segment

Xem คือ ตำแหน่ง center of mass ของระบบ

M1×1+m2×2+m3×3 =MXem

แทนค่า จากรูป ลงในสมการ

1 (1)+2(1)+3(3) =6 Xem

แกน y ใช้วิธีเดียวกับหาค่า แกน X ตำแหน่งของ center of mass (c.m) ของระบบ คือตำแหน่งองการหา torque รอบแกน X ดังนั้น c.m ในแนวดิ่งของระบบสามารถคำนวนได้จาก

$$M1Y1 + M2Y2 + M3Y3 = MYcm$$

$$1(1)+2(1)+3(3) = 6\ Ycm$$

$$Ycm = \frac{14}{6}$$

$$Ycm = 2.3$$

ตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวล คือ 2.3

ดังนั้นตำแหน่ง c.m ของระบบคือ (2,2.3) จะเห็นว่าในแกน X มวลเป็นสัดส่วน ระหว่างด้านซ้ายกับด้านขวา ซึ่ง c.m จะอยู่ตรงกลาง แต่ในกรณีของแกน Y มวลทั้งหมดไม่ได้เป็นสัดส่วนระหว่างด้านบนกับด้านล่าง เพราะมวลส่วนมากจะอยู่ไปทางด้านบนและด้านหน้าของระบบ ซึ่งเป็นเส้นประ ในรูป 11.9

ผลของความสัมพันธ์ของ c.m ของ segment และมวลของ segment ของแต่ละ segment จะนำมาบอกกันและหารด้วยน้ำหนักตัว

$$Xem = \frac{\sum_{I=1}^{n} mixi}{M}$$

เมื่อ Xem คือตำแหน่งของ c.m ของร่างกายทั้งหมดในแนวนอน

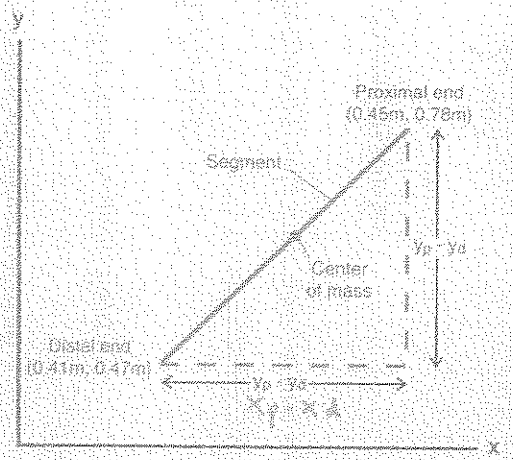


Figure 11-8. An illustration of the thigh segment and the segment endpoint coordinates at an instant in time during a walking stride.

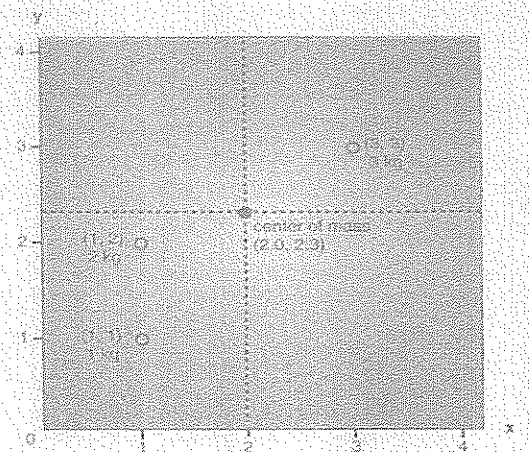


Figure 11-9. Location of the center of mass in a three-point mass system.

คานชนิดที่มีแขนของแรงพยามยามยาวกว่าแขนของแรงตานทานไม่ว่าจะเป็นคานชนิดที่ 1 หรือคานชนิดที่ 2 จะใช้แรงพยายามจำนวนน้อยเพื่อเอาชนะแรงต้านทานที่มีค่ามาก แต่มีข้อเสียคือ จะได้ระยะทางการเคลื่อนที่น้อยและสูญเสียความเร็วในทางตรงกันข้ามคานชนิดที่มีแขนของแรงต้านทานยาวกว่า แขนของแรงพยายามนั้น จะต้องใช้แรงพยายามที่กระทำที่มาก เพื่อเอาชนิดแรงต้านทานที่มีค่าน้อยกว่าแต่จะได้ความเร็วและระยะทาง ของการเคลื่อนที่มากเป็นการชดเชย

ดังนั้น การได้ปรียบเชิงกลคือ

$$MA = \frac{motionforcearm}{\text{Re}\,sis\,\tan ceforcearm}$$

MA = mechanical advantage of a musele lever system

n คือ จำนวนของ segment ทั้งหมด

mi คือจำนวนของ segment ทั้งหมด

M คือน้ำหนักตัว

Xi คือตำแหน่งในแนวนอน ของ c.m ของ segment i-th

การคำนวณค่าในแนวดิ่ง

$$Ycm = \frac{\sum_{1=1}^{n} miyi}{M}$$

เมื่อ Ycm คือตำแหน่ง c.m ของร่างกายทั้งหมดในแนวดิ่ง

Yi คือตำแหน่งในแนวดิ่งของ c.m ของ segment i-th

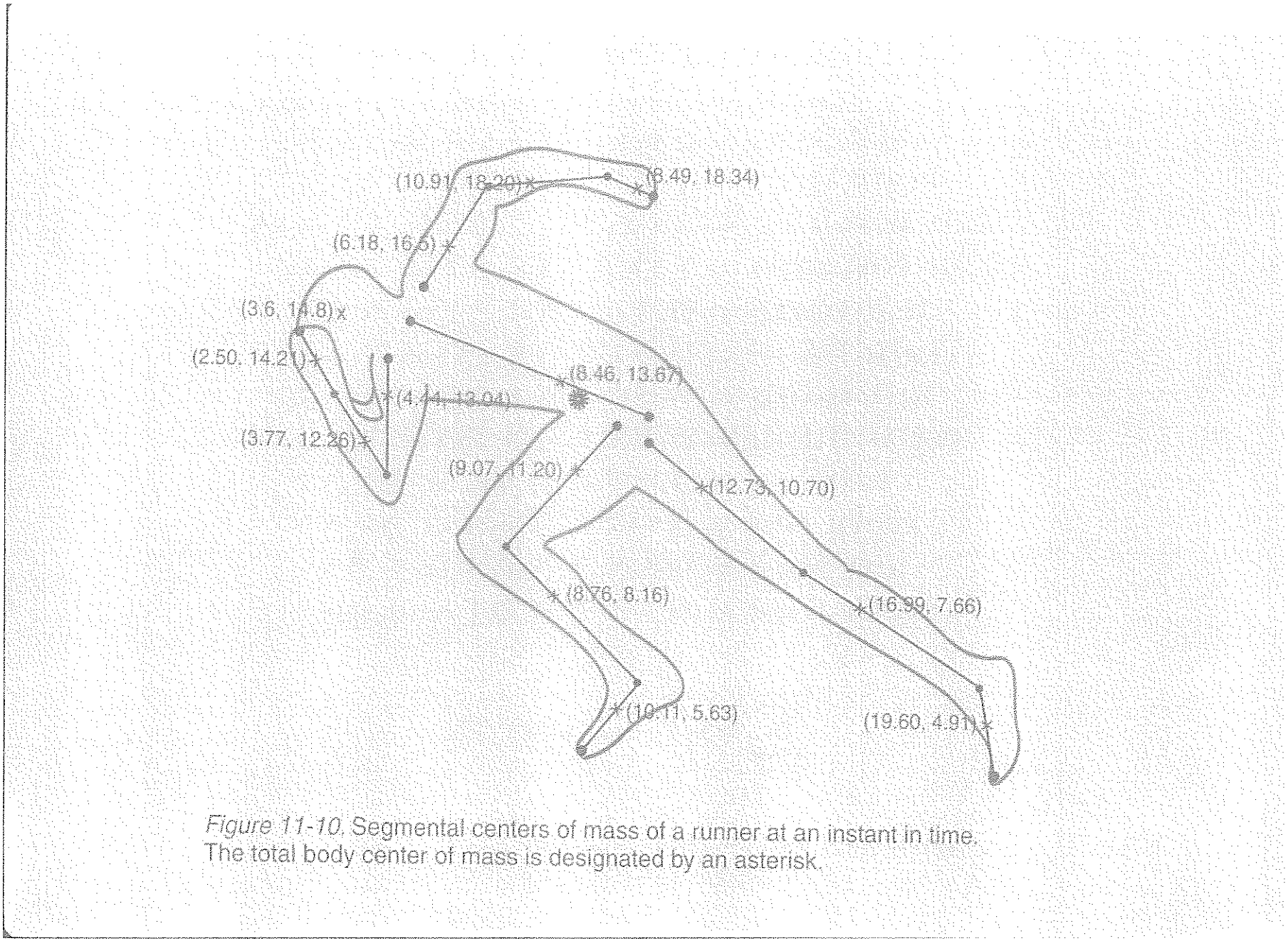


Figure 11-10. Segmental centers of mass of a runner at an instant in time. The total body center of mass is designated by an asterisk.

head = 5.39 * 14.8 = 79.77
trunk = 35.05 * 13.67 = 479.13
left arm = 1.81 * 13.04 = 23.60
right arm = 1.81 * 16.50 = 29.87
left forearm = 1.06 * 12.26 = 12.996
right forearm = 1.06 * 18.34 = 19.44
left hand = 0.41 * 14.21 = 5.83
right hand = 0.41 * 18.20 = 7.46
left thigh = 6.58 * 11.20 = 73.30
right thigh = 6.58 * 10.70 = 70.41
left leg = 3.07 * 8.16 = 25.05
right leg = 3.07 * 7.66 = 23.52
left foot = 0.95 * 5.63 = 5.35
right foot = 0.95 * 4.91 = 4.66

$$\sum_{i=1}^{n} m_i x_i = 860.78$$

The y_{cm} can then be calculated by:

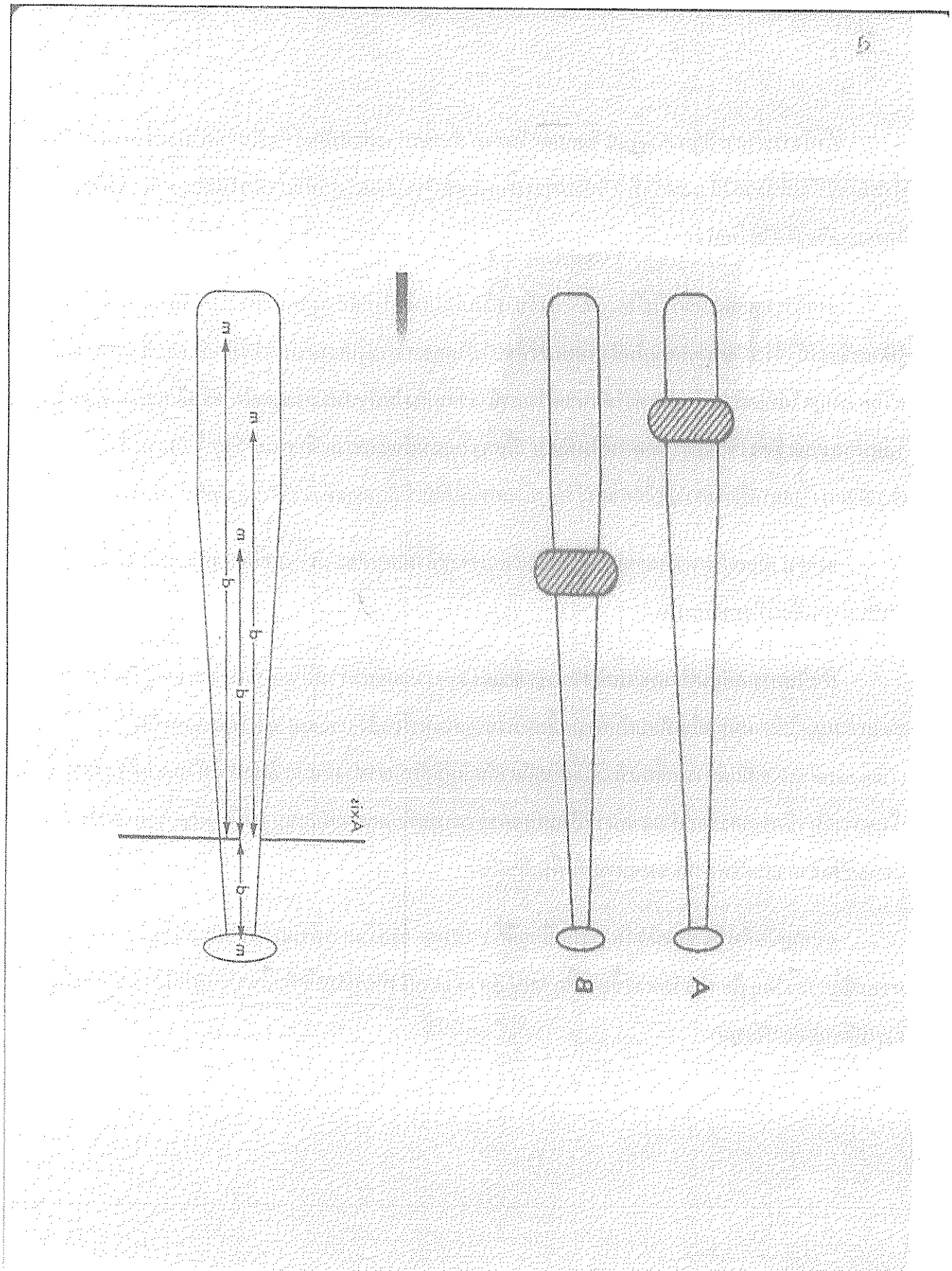
ถ้าพิจารณาการตีลูก baseball ซึ่งแสดงในภาพ ถ้าเพิ่มห่วงน้ำหนักเข้าไปในไม้ตีโดยครั้งแรกใส่ห่วงน้ำหนักเข้าไปที่ปลายไม้และครั้งที่ 2 ให้ใส่ห่วงน้ำหนักเข้าไปบริเวณใกล้ที่จับ แล้วให้ลองเหวี่ยงได้แบบไหนจะเหวี่ยงไม้ได้ง่ายกว่า

จากการทดลองเหวี่ยงไม้ baseball ถ้าจับไม้ในตำแหน่งที่ใกล้กับจุดศูนย์กลางมวลมากเท่าใด ก็จะรู้สึกเหวี่ยงไม้ได้ง่ายในทางกลับกันถ้าตำแหน่งที่จับไม้ไกลจากศูนย์กลางมวลก็จะรู้สึกว่า การเริ่มเหวี่ยงไม้หรือการหยุดไม้ที่เคลื่อนที่อยู่จะทำได้ยากแต่ในกรณีที่วัตถุนั้นไม่มีรูปทรงเรขาคณิต หรือมีการกระจายมวลไม่สม่ำเสมอจะต้องใช้วิธีการทดลองเป็นพิเศษ เพื่อหาโมเมนต์ของความเฉื่อยของวัตถุทั้งอัน รูปที่ (9.10)แสดงโมเมนต์ของความเฉื่อยของร่างกายในการเคลื่อนที่ลักษณะต่างๆ ซึ่งได้จากการทดลอง

จากรูป เมื่ออยู่ในท่ายืนตามปกติร่างกาย คนเราจะมีโมเมนต์ของความเฉื่อยแตกต่างกันไป ขึ้นอยู่กับว่าเป็นการเคลื่อนที่รอบแกนใด

ถ้าเป็นการเคลื่อนที่รอบแกนดิ่ง (longitudinal axis) มวลของส่วนต่างๆ ของร่างกายอยู่ห่างจาก แกนของการหมุนไม่มากนัก เมื่อเทียบกับการเคลื่อนที่รอบแกนหน้าหลัง (Froutal axis) และแกนข้าง (Transverse axis)แม้แต่การเคลื่อนที่รอบแกนเดียวกัน แต่มีลักษณะต่างกัน จะมีผลทำให้โมเมนต์ของความเฉื่อยต่างกัน เนื่องจากระยะห่างจากมวลถึงแกนของการหมุนที่แตกต่างกัน เช่น การหมุนของแกนดิ่งในท่าที่แขนอยู่ชิดลำตัวและในท่าที่แขนขนานกับพื้นเป็นต้น

จากกฎข้อที่หนึ่ง ของนิวตัน ความเฉื่อยคือ ความพยายามในการต้านการเปลี่ยนความเร็ว การวัดความเฉื่อยของวัตถุ คือ การวัดมวลของวัตถุ Moment of inertia เป็นปริมาณที่แสดงให้เห็นถึงการต้านทานการเปลี่ยนแปลงเชิงมุม


m
m
a
b
b
b
axis
b
m
B
A

โมเมนต์ของความเฉื่อย (Moment of inertia)

วัตถุต่างๆ จะมีคุณสมบัติต้านทานการเปลี่ยนแปลงความเร็วในการเคลื่อนที่เรียกคุณสมบัตินี้ว่า "ความเฉื่อย" ในการเคลื่อนที่เชิงเส้นวัดความเฉื่อยได้จากมวลของวัตถุนั้น สำหรับการเคลื่อนที่เชิงมุมก็เช่นเดียวกัน คือ วัตถุจะมีคุณสมบัติในการต้านทานการเปลี่ยนแปลงความเร็วในการเคลื่อนที่เชิงมุม แต่ความเฉื่อยในกรณีนี้ นอกจากจะขึ้นอยู่กับมวลของวัตถุแล้ว ยังขึ้นอยู่กับว่า มวลของวัตถุนั้นมีการกระจายตัวรอบแกนอย่างไร การหมุนของวัตถุ ถ้ามวลอยู่ใกล้กับแกนมากก็จะมีความต้านทานน้อยลง แต่ถ้ามวลอยู่ห่างจากแกนมาก ความต้านทานก็จะมากขึ้น ความต้านทานการเปลี่ยนแปลงความเร็วในการเคลื่อนที่เชิงมุมนี้เรียกว่า "โมเมนต์ของความเฉื่อย" ซึ่งเป็นผลคูณระหว่างมวลของวัตถุนั้นกับกำลังสองของระยะห่างระหว่างมวลกับแกนของการหมุนเขียนสมการได้ว่า

$$I=mr^2$$

โดยที่ I เป็นโมเมนต์ของความเฉื่อย หน่วยเป็นกิโลกรัม เมตร ^{2}

m เป็นมวลของวัตถุ หน่วยเป็นกิโลกรัม เมตร

r เป็นระยะห่างจากมวลถึงแกนของการหมุนหน่วยเป็นเมตร

มวลของวัตถุแต่ละช่วงทำให้เกิดโมเมนต์ของความเฉื่อยร่วมกันถ้าวัตถุนั้นมีรูปทรงเรขาคณิต และมีการกระจาย ของมวลสม่ำเสมอ โดยตลอดทั้งด้านสามารถหาโมเมนต์ของความเฉื่อยของวัตถุทั้งอันนั้นได้ไม่ยาก

Moment of inertia ของร่างกายไม่ได้ขึ้นอยู่กับมวลของวัตถุเท่านั้นแต่ยังขึ้นอยู่กับการกระจายของมวลรอบแกนการหมุน Moment of inertiaแตกต่างกัน เพราะมีหลายแกนที่หมุนรอบวัตถุ นั่นคือ Moment of inertia จะไม่ติดอยู่กับที่ แต่เป็นปริมาณที่เปลี่ยนแปลงได้ ถ้านักยิม หมุนตัวในอากาศในท่ายืดตัวออก จะมีการเปลียนแปลงทิศทางของ Moment of inertia สมมุติว่านักยิม หมุนตัวรอบแกน lougitudinal มวลของนักยิม จะกระจายสัมพันธ์กับแกน (รูป) ถ้านักยิม หมุนรอบแกน Transverse มวลเดิมจะกระจายออกไปจากแกนไกลกว่าเดิม (รูป) เมื่อการกระจายของมวลรอแกน Transverse มากกว่า แกน longitudinal นักยิมอาจจะเปลี่ยนการกระจายของมวลรอบแกนโดยเปลี่ยนแปลงท่าทางของร่างกายเขาสามารถพับลำตัว เพื่อให้มวลของ

ร่างกายส่วนมากอยู่ใกล้กับแกน Transverse ซึ่งเป็นการลด Moment of inertia ในการทำลังกากลางอากาศหลายๆ รอบนักยิม จะต้องพับตัวให้มากที่สุด โดยศีรษะเกือบจะอยู่ระหว่างเข่า เพื่อเป็นการลด Moment of inertia

จากแนวคิดในการลด Moment of inertia เพื่อเพิ่มการเคลื่อนที่เชิงมุม ซึ่งจะเห็นได้ในการวิ่ง (รูป) ระหว่างช่วง Swing phase เท้าจะถูกดึงจากข้างหลังไปข้างหน้า ยังจุดสัมผัสพื้น เพื่อนที่จะก้าวขา ก้าวต่อไป ทันทีที่ขาพ้นพื้น จะมีการงอเข่า และยกเท้าขึ้นไปใกล้กับก้น

ผลจากการทำท่านี้ จะช่วยลด Moment of inertia ของ lower extremity ซึ่งจะสัมพันธ์กับแกน Transverse ของบริเวณสะโพกท่านี้จะทำให้สามารถนำขาหมุนไปข้างหน้าได้เร็วกว่าในท่าที่ขาไม่งอท่านี้จะเป็นลักษณะเด่น ของ lower extremity ของนักวิ่งระยะสั้น (รูป) แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยน Moment of inertiaของ lower extremity ในช่วงของ Recovery ในการวิ่ง

Moment of inertia

$$I = \sum_{i=1}^{n} mir^2 i$$

เมื่อ I คือ Moment of inertia

n คือ จำนวนมวลของแต่ละ Particle

mi คือ มวของ Particle i-th

ri คือ ระยะทางจากจุดหมุนถึงแต่ละ Particle

นั่นคือ Moment of inertia เท่ากับผลรวมของมวลและระยะทางจากจุดหมุนยกกำลังสอง หน่วย ของ Moment of inertia คือกิโลกรัม-เมตร ^{2} (Kg-m ^{2})

จากรูป สมมุติว่าวัตถุนี้ประกอบด้วยจุดของมวล 5 จุด มวลแต่ละมวลหนัก 0.5Kg

ระยะทาง r1 ถึง r5 แทนระยะทงจากแกนของการหมุนมวลแต่ละจุดห่างกัน 0.1 m โดยจุดแรกห่างจากแกน Y 0.1m และมวลแต่ล่ะจุดห่างจากแกน X 0.1m Moment of inertia รอบแกน Y คือ

$$IY\text{-}Y = \sum_{i=1}^{n} mir^2 i$$

$= m1r^2\ 1+m2r^2\ 2+m3r^2\ 3+m4r^2\ 4+m5r^2\ 5$

$=0.5Kg*(0.1m)^2+0.5Kg*(0.2m)^2+0.5Kg*(0.5m)^2+0.5Kg*(0.4m)^2+0.5Kg*(0.5m)^2$

$=0.005Kg.m^2+0.02Kg.m^2+0.045Kg.m^2+0.08Kg.m^2+0.125Kg.m^2$

$=0.275Kg.m^2$

ถ้าแกนการหมุนเปลี่ยนไปรอบแกน X-X Moment of inertia ของวัตถุรอบแกนนี้คือ

IX-X $=\sum_{i=1}^{n} mir^2 i$

$= m1r^2\ 1+m2r^2\ 2+m3r^2\ 3+m4r^2\ 4+m5r^2\ 5$

$= 0.5Kg*(0.1m)^2+0.5Kg*(0.1m)^2+0.5Kg*(0.1m)^2+0.5Kg*(0.1m)^2+0.5Kg*(0.1m)^2$

$=0.005Kg.m^2+0.005Kg.m^2+0.005Kg.m^2+0.005Kg.m^2+0.005Kg.m^2$

$=0.025Kg.m^2$

การเปลี่ยนแกนการหมุนจาก Y-Y เป็นแกน X-X ในทางทฤษฎีจะช่วยลด Moment of inertia ซึ่งเป็นผลให้แรงต้านทานในการเคลื่อนที่เชิงมุมรอบแกน X-X น้อยกว่า รอบแกน Y-Y ถ้าแกนนั้นผ่านจุดศูนย์กลางมวลทางเรขาคณิต มวลของจุดที่ 3 จะไม่มีอิทธิพลต่อ Moment of inertia เพราะแกนผ่านจุดนี้โดยตรง ดังนั้น

I cm $=\sum_{i=1}^{n} mir^2 i$

$= m1r^2\ 1+m2r^2\ 2+m3r^2\ 3+m4r^2\ 4+m5r^2\ 5$

$=0.5Kg*(0.2m)^2+0.5Kg*(0.1m)^2+0.5Kg*(0.1m)^2+0.5Kg*(0.2m)^2$

$=0.02Kg.m^2+0.005Kg.m^2+0.005Kg.m^2+0.02Kg.m^2$

$=0.05Kg.m^2$

จากตัวอย่างนี้ แสดงให้เห็นชัดแจนว่า การเปลี่ยนแปลง Moment of inertia ขึ้นอยู่กับแกนของการหมุน

ในร่างกายมนุษย์ไม่ใช้โครงสร้างเหมือนตัวอย่างที่ผ่านมาแต่ละ segment ประกอบด้วยเนื้อเยื่อชนิดต่างๆ เช่น กระดูก, กล้ามเนื้อ, ผิวหนัง เป็นต้น ซึ่งมีการกระจายตัวไม่เหมือนกัน ความหนาแน่นของ segment จะไม่เหมือนกัน ดังนั้นในการหา Moment of inertia ของ segment ในร่างกายมนุษย์โดยใช้วิธี number of different method จะไม่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้

จากการทดลองค่าของ Moment of inertia หาได้จากวิธีเดียวกับการหาจุดศูนย์กลางมวล โดยหาค่าได้จากการศึกษาศพ, แบจำลองทางคณิตศาสตร์ และวิธีการ Gramma- Scanning techniqus และJensenได้พัฒนาสมการการทำนาย body mass และความสูงของเด็ก

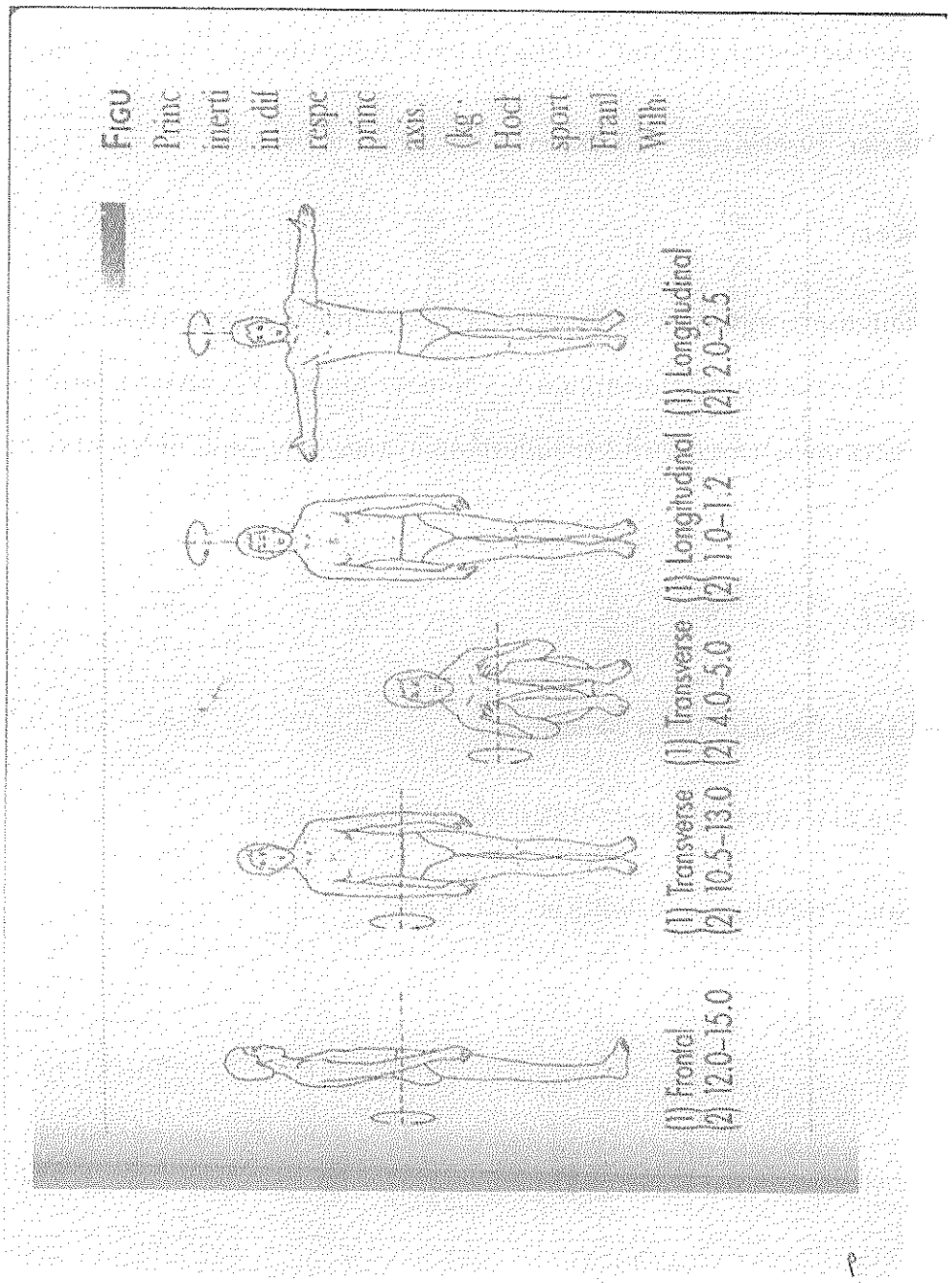


Figure 17-18. The mass distribution of an individual about the longitudinal axis through the total body center of mass (a) and about a transverse axis through the total body center of mass (b).

เมื่อต้องการความเที่ยงตรงในการคำนวณ Moment of inertia ซึ่งมีลักษณะเฉพาะของแต่ละคนเป็นสิ่งจำเป็น ได้มีการเตรียมเทคนิค สำหรับการหาค่าของ Moment of inertia ของ segment มีการเตรียม radius of gyration ของsegment จากวิธีนี้สามารถคำนวณหา Moment of inertia ได้

Radius of gyration เป็นสิ่งแสดงให้เห็นว่า มวลของ segment ซึ่งกระจายอยู่รอบๆ จุดหมุน เป็นระยะทางจากุดหมุนถึงที่มวลรวมกันอยู่โดยไม่มีการเปลี่ยนแปลงความเฉื่อยของ segment ดังนั้น Moment of inertia ของ segment สามารถหาได้จากสูตร

$$I = m(pl)^2$$

เมื่อ I คือ Moment of inertia

m คือ มวลของ segment

l คือ ความยาวของ segment

(rho)คือ รัศมีของ Radius of gyration ของ segment ซึ่งเป็นสัดส่วนความยาวของ segment

ตังอย่าง ขาของคนมีมวล = 3.6 Kg ความยาว = 0.4 m สัดส่วนของ Radius of gyration ต่อความยาวของ segment คือ 0.302 ซึ่งเป็นข้อมูลของ Dempster การคำนวณ Moment of inertia ของขารอบแกนซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางมวลดังนี้

$$Icm = m(p\ cml)^2$$

$$= 3.6\ Kg*(0.302*0.4m)^2$$

$$=0.0525\ Kg.m^2$$

จากตาราง แสดถึง radius of gyration ซึ่งเป็นสัดส่วนความยาวของ segment ค่าที่ได้เป็นของ Dempster

การใช้เทคนิค radius of gyration.Moment of inertia รอบแกน Traneverse ผ่าน Proximal และ distal end ของ segment ซึ่งอาจจะคำนวฯได้

Radius of gyration เป็นสัดส่วนความยาวรวม Proximal end ของขา จากตัวอย่างก่อนหน้านี้ คือ (ตาราง) 0.528 ดังนั้น Moment of inertia รอบ Proximal end ของ segment สามารถคำนวณได้ดังนี้

Icm $= m(P\ proxl)^2$

$= 3.6\ Kg*(0.528*0.4m)^2$

$=0.161\ Kg.m^2$

ที่จุด distal end ของ segment moment of inertia คือ

Icm $= m(P\ distl)^2$

$= 3.6\ Kg*(0.643*0.4m)^2$

$=0.238\ Kg.m^2$

Figure 11-20 A hypothetical five-point mass system.

ค่า Moment of inertia ของ segment ใดๆ โดยปกติจะได้จากแกนซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางมวลของ segment ค่าของ Moment of inertia คือค่าที่เล็กที่สุดที่เป็นไปได้ เมื่อเปรียบเทียบกับแกนขนานอื่นที่ผ่าน segment

ตัวอย่างในรูป แกนขนานแนว Transverse ซึ่งวัดผ่าน segment ของขาแกนนี้ผ่าน Proximal endpoint , ผ่าน cemter of mass และผ่าน distal endpoint เมื่อมวลของ segment กระจายอยู่รอบจุดศูนย์กลางมวลจากความรู้สึก Moment of inertia รอบแกนอื่นๆ จะมากกว่า แต่ไม่เท่ากันซึ่งได้แสดงให้เห็นจากการคำนวณก่อนหน้านี้ เมื่อมวลของ segment ส่วนมากกระจายอยู่ใกล้ Proximal end ของ segment มากกว่า Moment of inertia รอบแกน Proximal น้อยกว่ารอบแกนขนานผ่าน distal endpoint

Moment of inertia สามารถคำนวณได้รอบแกนขนาน จะได้ Moment of inertia รอบแกน1 แกนมวลของ segment ระยะทางตั้งฉากระหว่างแกนขนาน การคำนวณวิธีนี้มีชื่อ ทฤษฎีแกนขนาน โดยสมมุติว่ารู้ Moment of inertia รอบแกน Transverse ผ่านจุดศูนย์กลางมวลของ segment และจำเป็นต้องคำนวณ Moment of inertia รอบแกนขนาน

Transverse ผ่าน Proximal endpoint

$$I_{prox} = I_{cm} + mr^2$$

เมื่อ I_{prox} คือ moment of inertia รอบแกน Proximal

I_{cm} คือ moment of inertia จุดศูนย์กลางมวล

m คือ มวลของ segment

r คือ ระยะทางตั้งฉากระหว่างแกนขนานทั้งสอง

จากตัวอย่างก่อนหน้านี้ ของขา หาได้ว่า moment of inertia รอบแกนผ่านจุดศูนย์กลางมวลคือ 0.052 $Kg.m^2$ ถ้าจุดศูนย์กลางมวลอยู่ที่ตำแหน่ง 43.3% ของความยาวของ segment จาก Prosimal end moment of inertia รอบแกนขนานผ่าน Proximal endpoint ของ segment สามารถคำนวณได้ ถ้าความยาวของ segment คือ 0.4m ระยะทางระหว่าง Proximal end ของ segment จากจุดศูนย์กลางมวลคือ

$$d = 0.433 * 0.4m = 0.173m$$

moment of inertia รอบ proximal endpoint คือ I Prox= I cm+mr ^{2}

I Prox = 0.0525Kg.m ^{2} +3.6 Kg*(0.173m) ^{2}

= 0.161 Kg.m ^{2}

ค่านี้จะเหมือนกันค่าที่คำนวณโดยใช้ Radius of gyration สัดส่วนความยาวของ segment ของ Dempster จะเห็นได้ว่า Moment of inertia รอบแกนผ่านจุดศูนย์กลางมวลน้อยกว่า Moment of inertia รอบแกนใดๆ ผ่านจุดใดๆ บน segment

Angular Momentum

Moment of inertia เป็นคุณสมบัติเบื้องต้นในการเคลื่อนที่โดยการหมุนโมเมนตัมเชิงมุม คือ ผลของคุณสมบัติของความเฉื่อยเชิงเสน (มวล)และความเร็วเชิงเส้น ปริมาณของการเคลื่อนไหวเชิงมุมที่ร่างกายมี คือ angular momentum (H) คือผลคุณสมบัติของควมเฉื่อยเชิงมุม(moment of inertia) และความเร็วเชิงมุม

การเคลื่อนไหวเชิงเส้น M= mv

การเคลื่อนไหวเชิงมุม H =Iw

หรือ H = mK ^{2} (r) w

ปัจจัย 3 ประการที่ส่งผลกระทบต่อขนาดของโมเมนตัมเชิงมุมของร่างกาย คือ มวล (m) การกระจายของมวลซึ่งสัมพันธ์กับแกนของการหมุน(K(r)) และความเร็วเชิงมุมของร่างกาย (w)

ถ้าร่างกายไม่มีความเร็วเชิงมุมก็จะไม่มี angular momentum เมื่อมวลหรือความเร็วเชิงมุมเพิ่มขึ้น angular momentum จะเพิ่มขึ้นอย่างเป็นสัดส่วนปัจจัยที่มีอิทธิพลมากที่สุดต่อ angular momentum คือการกระจายของมวลซึ่งสัมพันธ์กับแกนของการหมุนเพราะว่า angulat momentum เป็นสัดส่วนกับกำลังสองของรัศมีการหมุน หน่วยของ angular momentum เป็นผลคูณของหน่วยของมวล หน่วยของความยาวกำลังสองและหน่วยของความเร็วเชิงมุมซึ่งคือ Kg .m ^{2} /3

สำหรับวัตถุที่มีหลาย segment เช่นร่างกายมนุษย์ momentum รอบแกนการหมุนที่กำหนด คือ ผลรวมของ angular momentum ของแต่ละ body segment ระหว่างการตีลังกากลางอากาศ angular momentum ของ segment ใด segment หนึ่ง เช่นขาท่อนล่าง ซึ่งสัมพันธ์ กับแกนของการหมุน ผ่าน

จุดศูนย์ถ่วงของร่างกายประกอบด้วยส่วนประกอบ 2 ส่วน คือส่วนที่อยู่ใกล้และส่วนที่อยู่ไกล ส่วนที่ใกล้ขึ้นอยู่กับ angular momentum รอบจุดศูนย์ถ่วงของร่างกาย angular momentum สำหรับ segment เหล่านี้รอบแกนหลัก คือ ผลรวมของตำแหน่งที่อยู่ใกล้ และตำแหน่งที่อยู่ใกล้

$H=I_s\ w_s+mr^2+w$

สำหรับตำแหน่งที่อยู่ใกล้ I_s คือ moment of inertia ของ segment และ w_s คือ ความเร็วเชิงมุมของ segment ของมัน

ส่วนที่อยู่ไกล m คือ มวลของ segment r คือ ระยะทางระหว่างจุดศูนย์ถ่วงของร่างกายและของ segment และ w_g คือความเร็วเชิงมุมของจุดศูนย์กลางของ segment รอบแกนหลัก (Transverse) รูป ผลรวมของ angular momentum ของ segment ทั้งหมดของร่างกายรอบแกนหลักคือผลของ momentum เชิงมุมรอบแกนนั้น

ตัวอย่าง พิจารณาการหมุนของ segment 10Kg ซึ่งมีรัศมี K=0.2 m และ w =3rad/s อะไรคือ ผลต่อ momentum เชิงมุม ถ้ามวลเป็นสองเท่า?
รัศมีของการหมุนเป็นสองเท่า? ความเร็วเชิงมุมเป็นสองเท่า

Angular momentum เริ่มต้นของร่างกายคือ

$H = mK^2 w$

$H = (10\ Kg)\ (0.2\ m)^2\ (3\ rad/s)$

$H = 1.2\ Kg.m^2/s$

ถ้ามวลเป็น 2 เท่า

$H = mK^2 w$

$H = (20\ Kg)(0.2m)^2\ (3\ rad/s)$

$H = 2.4\ Kg.m^2/s$*H เพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า

ถ้ารัศมี (K)เพิ่ม 2 เท่า

$H = (10Kg)(0.4m)^2 (3\ rad/s)$

$H = 4.8\ Kg.m^2/s$*H เพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า

ถ้า w เพิ่มเป็น 2 เท่า

$H = (10Kg)(0.2m)^2 (6\ rad/s)$

$H = 2.4\ Kg.m^2/s$*H เพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า

ช่วงระหว่ากระโดด Springboard ในการกระโดดน้ำ นักกีฬาจะต้องมี momentum เชิงเส้นเพียงพอ เพื่อที่จะได้ความสูงในการกระโดดเพียงพอ และได้ระยะทางที่ปลอดภัยจาก springboard และมี momentum เชิงมุมเพียงพอ เพื่อที่จะหมุนตามจำนวนนวมที่ต้องการ สำหรับการหมุนหลายๆ รอบที่ไม่มีการบิด จะมีการสร้าง โมเมนต์เชิงมุมตั้งแต่

กระโดด ยิ่งนักกระโดดน้ำพับตัวแน่นมากเท่าใด จะทำให้มีความเร็วมุมมากเท่านั้น เมื่อนักกระโดดน้ำ ทำลังกาเสร็จก็จะยืดตัวกลับสู่ท่าเหยียดแขนขา ซึ่งเป็นการเพิ่ม Moment of nertia ของร่างกายซึ่งสัมพันธ์กับแกนการหมุน และเพราะว่า angular momentum ยังคงคงที่ แต่ความเร็วเชิงมุมลดลง เพ่อให้นักกระโดดน้ำลงสู่น้ำในแนวดิ่ง อย่างสมบูรณ์ เพราะฉะนั้นความเร็วเชิงมุมที่ต้องกาจะน้อยที่สุด

ตัวอย่าง นักกระโดดน้ำ หนัก 60Kg อยู่ในท่ารัศมีการหมุน =0.5 เมื่อเขากระโดดจากกระดานด้วยความเร็วเชิงมุม A องศาต่อวินาที ความเร็วเชิงมุมของนักกระโดดน้ำของเขาจะเป็นเท่าไหร่ ถ้าเขาอยู่ในท่าพันตัวโดยมีรัศมีของการหมุน = 0.25 m

ทราบ m = 60 Kg, K=0.5 m, W = 4 rad/s

ท่างอทราบ 60 Kg, K = 0.25 m

ในการหา w คำนวณหาจำนวนของ momentum เชิงมุมที่นักกระโดดน้ำมี เมื่อเขากระโดดจากกระดาน โมเมนตัมเชิงมุมยังคงที่ระหว่างอยู่กลางอากาศ

ท่าที่ 1 $H = mK^2 w$

$H = (60\ Kg)(0.5\ m)^2 (4\ rad/s)$

$H = 60\ Kg.m^2/s$

ใช้ค่าคงที่นี้ หาค่าโมเมนตัมเชิงมุมเพื่อหา w เมื่อ K = 0.25 m

ตำแหน่งที่ 2 $H = mK^2 w$

$60\ Kg.m^2/s = (60Kg)(0.25m)^2 (w)$

$w = 16\ rad/s$

ตัวอย่างอื่นในการอนุรักษ์โมเมนตัมเกิดขึ้นในขณะอยู่กลางอากาศโดย momentum เชิงมุมของร่างกายเป็น 0 เช่นการกระโดดตบวอลเล่ย์บอลเมื่อนักกีฬากระโดดตบ การเคลื่อนไหวของแขนที่ใช้ตบด้วยความเร็วเชิงมุมที่สูง และมีโมเมนตัม เชิงมุมที่มากจะมีการชดเชยการหมุน ของร่างกายส่วนล่าง เพื่อที่จะสร้างโมเมนตัมเชิงมุมที่เท่ากัน แต่มีทิศทางตรงกันข้าม รูป Moment of inertia ของขาทั้งสองจะสัมพันธ์กับสะโพก มากกว่า Moment of inertia ของแขนที่สัมพันธ์กับหัวไหล่ ความเร็วเชิงมุมของขาที่สร้างขึ้นเพื่อต้านโมเมนตัมเชิงมุมของแขนที่เหวี่ยงจะน้อยกว่าความเร็วเชิงมุมของแขนที่ตบลูกมาก

ได้มีการรายงานค่าของโมเมนตัมเชิงมุม ของกระโดดน้ำเหรียญทอง คือ Greg Louganis ในท่าลักกาหลัง 2 รอบครึ่งและลังกาหน้า 3 รอบครึ่ง คือ 66 $Kg.m^2/s$และ 70 $Kg.m^2/s$

ถ้ามีการใส่เกลียวในการทำลังกา โมเมน์เชิงมุมที่ต้องการจะมากกว่านี้

Figure 11-21 Parallel transverse axes through the proximal, distal, and center of mass point of the thigh

Table 11.2. Radii of gyration as a proportion of segment length about a transverse axis

Segment	Center of Mass	Proximal	Distal
head-neck-trunk	0.503	0.860	0.607
upper arm	0.322	0.542	0.645
fore arm	0.303	0.526	0.647
hand	0.487	0.587	0.577
thigh	0.323	0.540	0.653
leg	0.302	0.528	0.643
foot	0.475	0.690	0.690

(From Dempster, W., Space requirements of the seated operator, WADC Technical Report, pp. 55-159, Wright-Patterson Air Force Base, 1955).

Conservation of Angular Momentum

เมื่อใดก็ตามที่แรงโน้มถ่วงโลก คือแรงภายนอกแรงเดียวที่กระทำ จะมีการอนุรักษ์โมเมนตัม สำหรับโมเมนตัมเชิงมุม หลักของการอนุรักษ์โมเมนตัม กล่าวได้ว่า "โมเมนตัมเชิงมุมทั้งหมดของระบบจะยังคงที่ถ้าไมม่มี Torque ภายนอกมากระทำ

แรงโน้มถ่วงโลกที่กระทำกับจุดศูนย์ถ่วงของร่างกายจะไม่ทำให้เกิด Torque เพราะ $d_{\perp}=0$ เพราะฉะนั้นจะไม่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเชิงมุม

หลักของการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม จะมีประโยชน์ในการวิเคราะห์กลศาสตร์ของการกระโดน้ำ, Trampolin และยิมนาสติก ซึ่งร่างกายของมนุษย์จะหมุนอยู่ในอากาศ ในการทำลังกา หน้าหนึ่งรอบครึ่ง นักกระโดน้ำ จะกระโดดจาก springboard ด้วยโมเมนตัมเชิงมุมที่คงที่ จากหลักการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม จำนวนของโมเมนตัมเชิงมุมขณะกระโดดยังคงที่ คลอดการกระโดด เมื่อนักกระโดดน้ำอยู่ในท่าพับตัวรัศมีของการหมุนจะลดลง ดังนั้นจะลด Moment of inertia รอบแกน Transverse เพราะโมเมนตัมเชิงมุมยังคงคงที่ การชดเชยโดยการเพิ่มความเร็วเชิงมุมจะต้องทำไปพร้อมกับการลด Moment of inertia รูป

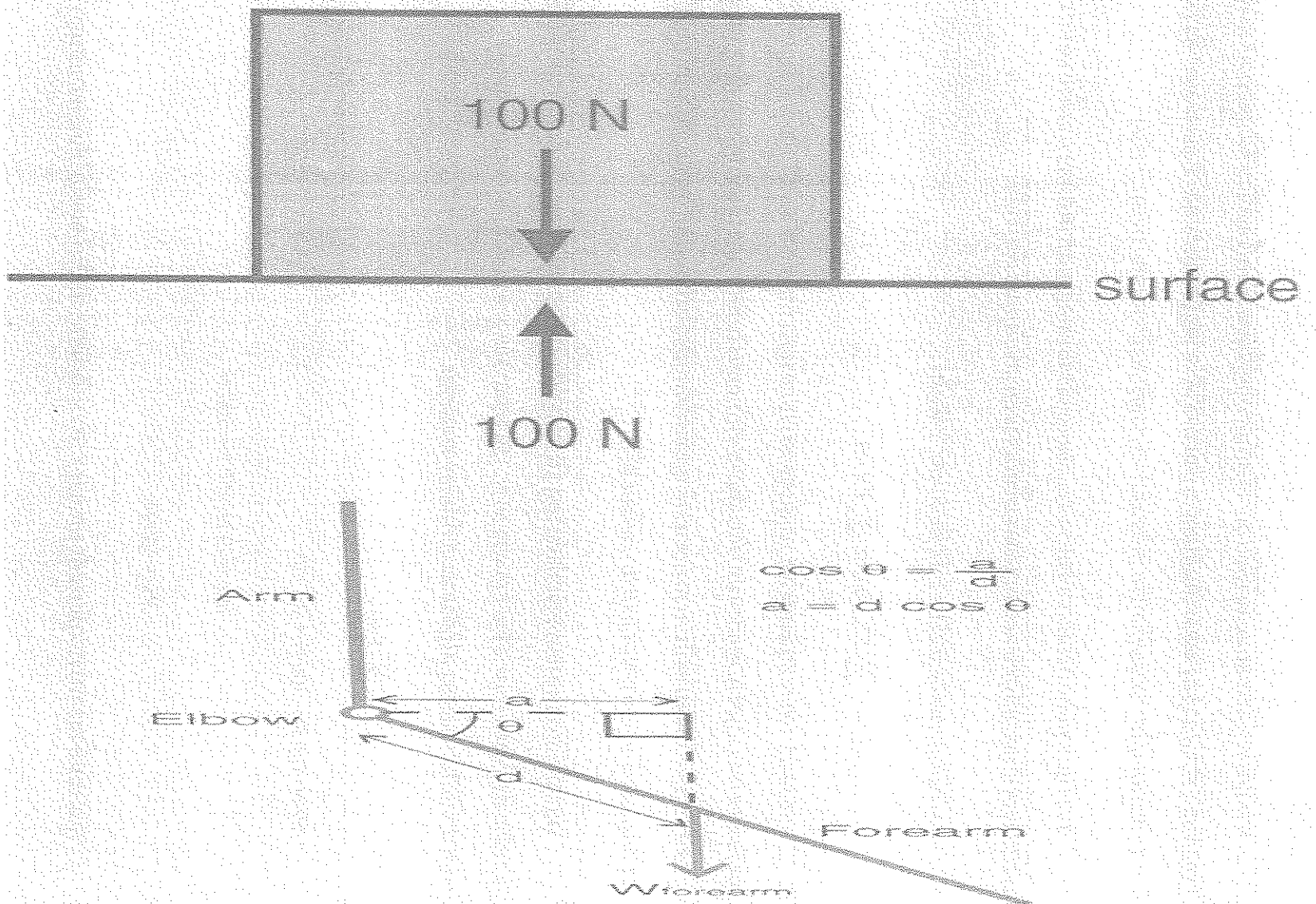


Figure 12-8. The cosine of the angle of inclination of the forearm is used to calculate the moment arm when the forearm is not parallel to the horizontal.

Static Analysis

การวิเคราะห์เรื่อง Static จะให้ความสำคัญกับสิ่งที่อยู่นิ่งขณะพักหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ซึ่งทั้งสองกรณีนี้ ความเร็วของวัตถุจะเป็นศูนย์สามารถกล่าวได้ว่า วัตถุมีความสมดุล “Equilibrium” ซึ่งวัตถุจะอยู่ในสภาพสมดุลเมื่อ “วัตถุอยู่นิ่งหรือ เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่”(กฎข้อแรกของนิวตัน)

สำหรับการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง Translation เมื่อระบบอยู่ในสภาพสมดุล แรงทั้งหมดที่กระทำต่อระบบจะเท่ากับศูนย์นั่นคือ ผลรวมของแรงทั้งหมดจะต้องเท่ากับศูนย์ เขียนได้ว่า $\sum F=0$

แรงในสมการอธิบายได้ใน 2 มิติ คือ X และ Y ดังนั้น

$$\sum FX=0 \text{ และ } \sum FY=0$$

รูป กล่องหนัก 100 N อยู่นิ่งบนโต๊ะ แรงดึงดูดของโลกกระทำ กับกล่องด้วยแรง 100 N ซึ่งจะเท่ากับกล่องในทิศทางตรงกันข้ามโดยกำหนดให้แรงที่กระทำกับกล่องในทิศทางตรงกันข้ามกับแรงดึงดูดของโลกซึ่งมีทิศขึ้นบนมีเครื่องหมายเป็น บวก และแรงดึงดูดที่เท่ากับกล่องในทิศลงมีเครื่องหมายเป็นลบ และถ้าไม่มีแรงในแนวระดับกระทำกับกล่องสามารถเขียนได้ว่า

ในกรณีที่มีแรงหลายแรงกระทำกับวัตถุ รูป จากรูปผู้แข่งขัน 2 คน ทางขวาจะออกแรงเท่ากับผู้เล่น 3 คนทางซ้าย ซึ่งผู้เล่น 3 คนทางซ้าย ออกแรง 50 N, 150 N และ300 N ตามลำดับ จากสมมุติฐานของสถานการณ์ที่เป็น Static แรงปฏิกิริยาจะทำให้เกิดความสมดุล

$$\sum F=0$$

$$-50\text{ N} - 150\text{ N} - 300\text{ N} + Rx = 0$$

$$Rx = 50\text{ N} + 150\text{ N} + 300\text{ N}$$

$$Rx = 500\text{ N}$$

ผู้แข่งขันทั้งสองทางขวามือจะต้องออกแรง 500 N ในทิศทางที่เป็นบวกเพื่อให้เกิดความสมดุล

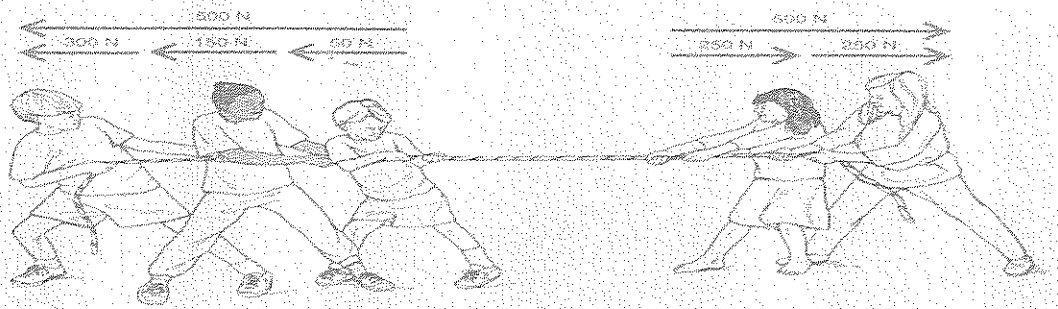


Figure 12-2. Individuals in a tug-of-war. The system is in equilibrium because the sum of the forces in the horizontal direction is zero. No movement to the left or the right can occur.

$$F_{1x} = F_1 \cos 30^\circ$$
$$= 100 \text{ N} * \cos 30^\circ$$
$$= 86.6 \text{ N}$$
$$F_{1y} = F_1 \sin 30^\circ$$
$$= 100 \text{ N} * \sin 30^\circ$$
$$= 50.0 \text{ N}$$

and if $F_2 = 212.13$ N, the components of F_2 are:

$$F_{2x} = F_2 \cos 45^\circ$$
$$= 212.13 \text{ N} * \cos 45^\circ$$
$$= 150 \text{ N}$$
$$F_{2y} = F_2 \sin 45^\circ$$
$$= 212.13 \text{ N} * \sin 45^\circ$$
$$= 150 \text{ N}$$

In the vertical direction, F_{1y} and F_{3y} are considered to act upwards in a positive direction and F_{2y} to act down.

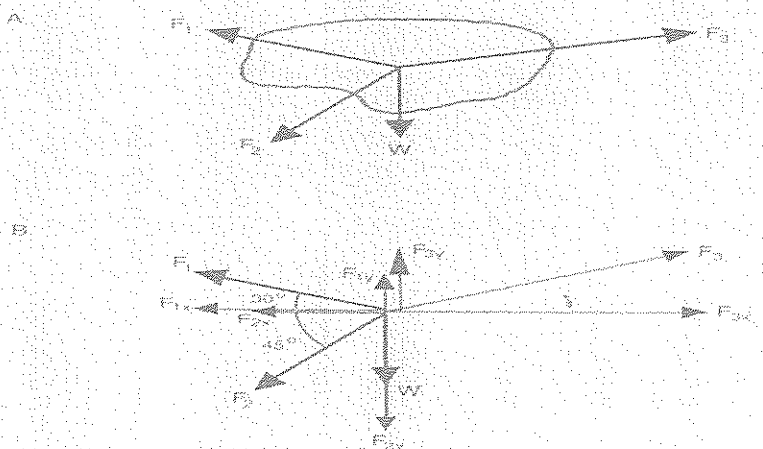


Figure 12-3. A force system in which the sum of the forces is zero (a). A free body diagram of the force system shows the horizontal and vertical components of all forces (b).

ในกรณีที่มีแรงที่ไม่ขนานกัน 2 แรง กระทำกับวัตถุ รูป และยังงมีน้ำหนักของวัตถุ สำหรับความสมดุลขอวัตถุนี้ แรงที่สาม (น้ำหนักของวัตถุ) จะต้องกระทำผ่านจุดตัดของแรง 2 แรงที่ไม่ขนานกัน

ในรูป แสดงถึงส่วนประกอบในแนวระดับของ F3 ซึ่งกระทำในทิศทางที่เป็นบวกจะต้องต้านกับแรงที่อยู่ในแนวระดับของแรง F1และ F2 และส่วนประกอบของแรง F1 และ F3 จะต้องต้านทาน น้ำหนักของวัตถุในแนวดิ่ง ของ F2

ถ้า F1 = 100 N ทำมุม 30 องศา กับ แนวระดับส่วนประกอบของแรง F1 คือ

F1 = F1 cos 30

= 100*cos 30

= 86.6 N

F1y = F1 sin 30

= 100 N*sin 30

=50 N

และถ้า F2 = 212.13 N แรงต้าน F2 คือ

F2x = F2 cos 45

= 212.13 * cos 45

= 150 N

F2y = F2 sin 45

= 212.13 N *sin 45

= 150 N

เนื่องจากทิศทางในแนวดิ่งของแรง F1y และ F3y กระทำในทิศทางขึ้นด้านบนและแรง F2y ทำในทิศทางลงซึ่งเป็นลบ ดังนั้น

$$\sum Fy = 0$$

F3y+F1y-F2y-w = 0

F3y = -F1y+F2y+w

F2y = -50 N+150 N+ 50 N

F3y = 150 N

F3y จะต้องมีขนาด 150 N เพื่อรักษาระบบให้อยู่ในสมดุลในแนวดิ่ง ส่วนในแนวระดับแรง F3y กระทำทางขวามือซึ่งมีทิศทางเป็นบวก และแรง F1y และ F3x กระทำทางซ้ายมือทิศทางเป็นลบ ดังนั้น

$$\sum Fx = 0$$

F3x-F1x-F2x = 0

F3x-86.6N-150 N = 0

F3x = 86.6 N+150 N

F3x = 236.6 N

เพื่อความสมดุลของแรง 2 แรงที่ไม่ขนานกันในแนวระดับต้องออกแรง F3x 236.6 N แรงลัพธ์ ของ F3 สามารถหาได้โดยใช้ทฤษฎีปีอากอรัส

$$F3 = \sqrt{F3x^2 + F3y^2}$$

$$F3 = \sqrt{236.6^2 + 150^2}$$

F3 = 280 N

การที่วัตถุอยู่ในสภาวะสมดุลลักษณะที่ 2 คือ แรงกระทำทั้งสองแรงไม่ได้เกิดขึ้นในแนวเดียวกัน ดังนั้นจึงเป็นสาเหตุให้เกิดการหมุนรอบแกน แต่ในกรณีที่เป็น Static จะไม่เกิดการหมุน นั่นคือ ผลรวมของ moment ของแรงในระบบรวมแล้วจะ = 0 จึงได้ว่า

$$\sum M \text{ system} = 0$$

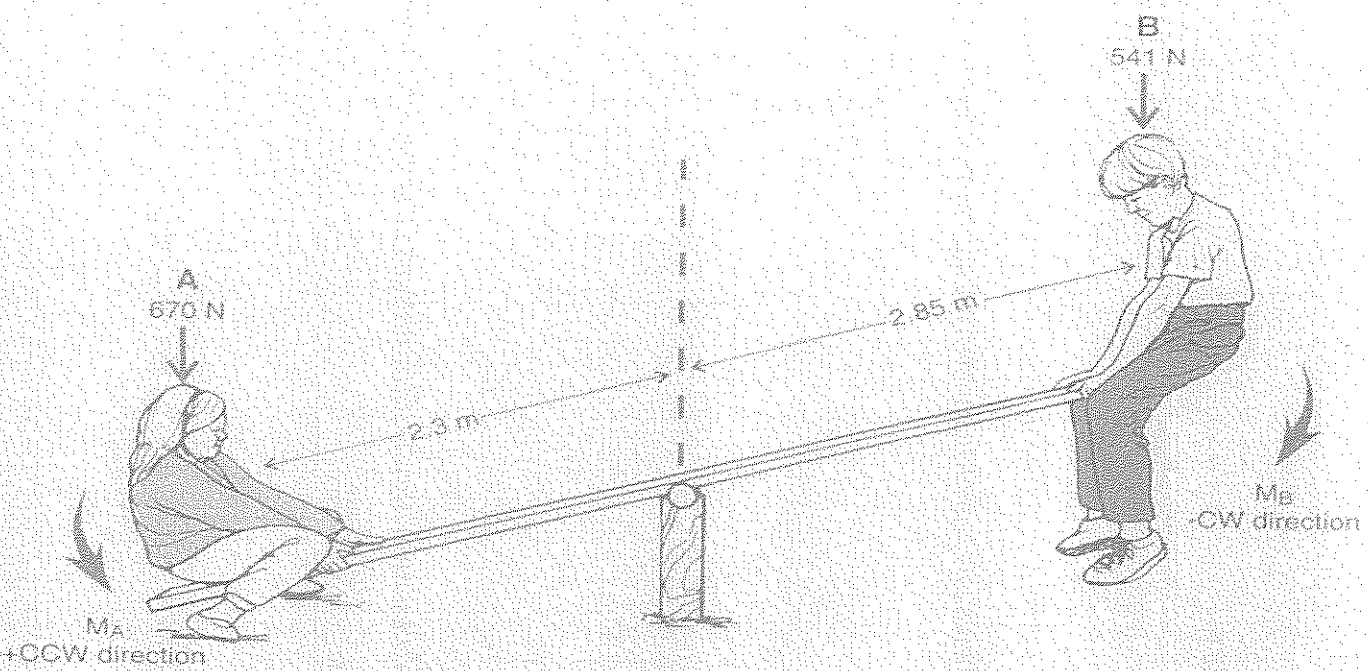


Figure 12-4. A first class lever—a see-saw.

การเคลื่อนที่แบบหมุนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาจะมีเครื่องหมายเป็นบวกขณะที่ทิศทางตามเข็มนาฬิกาจะมีเครื่องหมายเป็นลบ ดังนั้นในสภาวะสมดุล โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกาจะเท่ากับโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา

จากรูป เป็นการอธิบายถึงคานประเภทที่ 1 A อยู่ทางซ้ายของจุดหมุนมีน้ำหนัก 670 N ระยะทางห่างจากจุดหมุน 2.3 m ซึ่งมีทิศทางของแรงที่กระทำทวนเข็มนาฬิกาจึงมีโมเมนต์เป็นบวก ส่วน B อยู่ทางขวามือมีน้ำหนัก 541 N ระยะทาง 2.85 m จากจุดหมุน มีทิศทางตามเข็มนาฬิกาสำหรับความสมดุลของระบบนี้ โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกาจะเท่ากับโมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา ดังนั้น

$MA = 670\ N \times 2.3$

$MA = 15.41\ N.m$ และ

$MB = 1514\ N \times 2.85\ m$

$MB = 1541\ N.m$

สำหรับความสมดุลของระบบนี้

$\sum m = 0$

$MA - MB = 0$

$MA = MB$

เมื่อ MA เป็นบวกและ MB เป็นลบและขนาดของ moment ทั้งสองเท่ากัน moment เหล่านี้จะหักล้างกันทำให้ไม่เกิดการหมุน ถ้าไม่มีแรงจากภายนอกมากระทำกับระบบ วัตถุจะอยู่นิ่ง

การวิเคราะห์การเคลื่อนไหวของ มนุษย์แบบ Static จะมี Torque จำนวนมากที่กระทำกับระบบ รูปเป็น diagram ของ Forearm ขณะถือ Dumball ในการหาแรงกระทำบริเวรข้อต่อซึ่งจะทำให้ทราบถึง moment จากกล้ามเนื้อรอบข้อศอก กำหนดให้ข้อศอกเป็นจุดหมุน จะมี moment ที่เป็นลบอยู่ 2 moment ในระบบ moment แรงเป็นลบ คือ น้ำหนักของแขนท่อนล่างและน้ำหนักของมือ ซึ่งแทนด้วยจุดศูนย์กลางมวลของแขนท่อนล่างและอีกอันหนึ่งคือน้ำหนัก ของ Dumball ส่วน moment ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

กำหนดให้เป็นบวก คือ แรงจากกล้ามเนื้อที่กระทำข้ามข้อต่อ โดย moment ของกล้ามเนื้อจะต้องเท่ากับ moment ที่เป็นลบทั้งสอง moment ดังนั้น

$$\sum m = 0$$

MFm-Marm,hand-Mdumball = 0

จากรูป moment ของกล้ามเนื้อที่จะใช้ในการรักษาสมดุลของระบบ ซึ่งสามารถคำนวณได้จากข้อมูลใน diagram ดังนี้ น้ำหนักของแขนท่อนล่างเท่ากับ 45 N ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางมวลคือ 0.15 m น้ำหนักขอ dumball คือ 420 N จุดศูนย์กลางมวลห่างจากข้อศอก 0.40 m moment ซึ่งเป็นน้ำหนักของแขนและมือถือ

Marm-hard = (45 N×.15 m) = 6.75 N.m

Moment ของ dumball คือ

M dumball = (420×.40 m) = 168.0 N.m

Moment ของกล้ามเนื้อคำนวณได้จาก

MFm- Marm-hand-Mdumball = 0

MFm-(45N×.15m)-(420N×.40m) = 0

MFm = (45 N×.15m)+(420N×.40m)

MFm = 6.75 N.m + 168.0 N.m

MFm = 174.75 N.m

Figure 12-6. An illustration of the forearm during an instant in time of a biceps curl (a) and a free body diagram of the system (b).

กล้ามเนื้อจะต้องสร้าง Torque 174.75 N.m เพื่อต้านทานน้ำหนักของแขน และ dumball โดยที่ moment ของกล้ามเนื้อไม่ใช่กล้ามเนื้อมัดใด มัดหนึ่ง แต่เป็นกลุ่มกล้ามเนื้อที่เกี่ยวข้อง

ในการหา net torque รอบข้อต่อ สามารถคำนวณหาได้ดังนี้

Melbow = MFm-Marm-hand-Mdumball

Melbow = 174.75 – 6.76 – 168.0

Melbow = 0

Net moment รอบข้อศอกเป็นศูนย์แสดงว่า การทำงานของกล้ามเนื้อแบบ Isometric

ถ้า moment arm ของการงอศอก = 0.05 แรงของกล้ามเนื้อจะเป็น

$$Fm = \frac{MFm}{0.05m}$$

$$Fm = \frac{174.75N.m}{0.05m}$$

Fm = 34.95 N

พบว่า แรงจากกล้ามเนื้อจะมากกว่า แรงจากแขนและ dumball เพราะว่า moment arm ของกล้ามเนื้อจะสั้นกว่า moment arm ของ Forarm-hand และ dumball

รูป แขนจะอยู่ในท่าเดียวกับรูป 12.5 แต่น้ำหนัก dumball เป็น 100 N และ Torque ของกล้ามเนื้อเป็น 180 N.m ส่วนข้อมูลอย่างอื่นเหมือนกับตัวอย่างก่อนหน้านี้ ดังนั้น สามารถหา net moment ได้คือ

Melbow = MFm-Marm-hand-Mdumball

Melbow = 180N.m+(45N*0.15m)+(100*0.40m)

Melbow = 180 N.m-6.75 N.m-40.0 N.m

Melbow = 133.25 m

Net moment เป็นบวกเพราะเป็นการหมุนทวนเข็มนาฬิกา

จากสถานการณ์ก่อนหน้านี้แขนจะขนานกับพื้น Moment arm จะยาวที่สุด แต่ถ้าพับแขนหรือเหยียดออก moment arm จะเปลี่ยนแปลง ในรูป

รูป เมื่อแขนอยู่ต่ำกว่าแนวระดับ d คือระยะทางจากจุดหมุนถึงจุด cm a คือ moment arm ของแขนจากมุม .....สามารถคำนวณความยาวโดยใช้ Cosine ได้สมการ

$$\text{Cos} = \frac{a}{d}$$

$$a = d*\cos$$

เมื่อแขนขนานกับพื้น จะมีมุมเท่ากับ 0 องศา เมื่อเหยียดออกมุมจะเพิ่มขึ้น จนถึง 90 องศา เมื่อเหยียดเต็มที่ cosine ของ 0 องศา คือ 1 และเมื่อมุมมากขึ้น cosine จะลดลงจนกระทั่ง 90 องศา cosine จะเป็นศูนย์ถ้ามุมเซตา มากขึ้น moment arm จะเล็กลง เมื่อมุม เซตา เป็น 90 องศาขณะที่แขนเหยียดเต็มที่ moment arm จะเป็นศูนย์เพราะแนวแรงผ่านแกนการหมุน

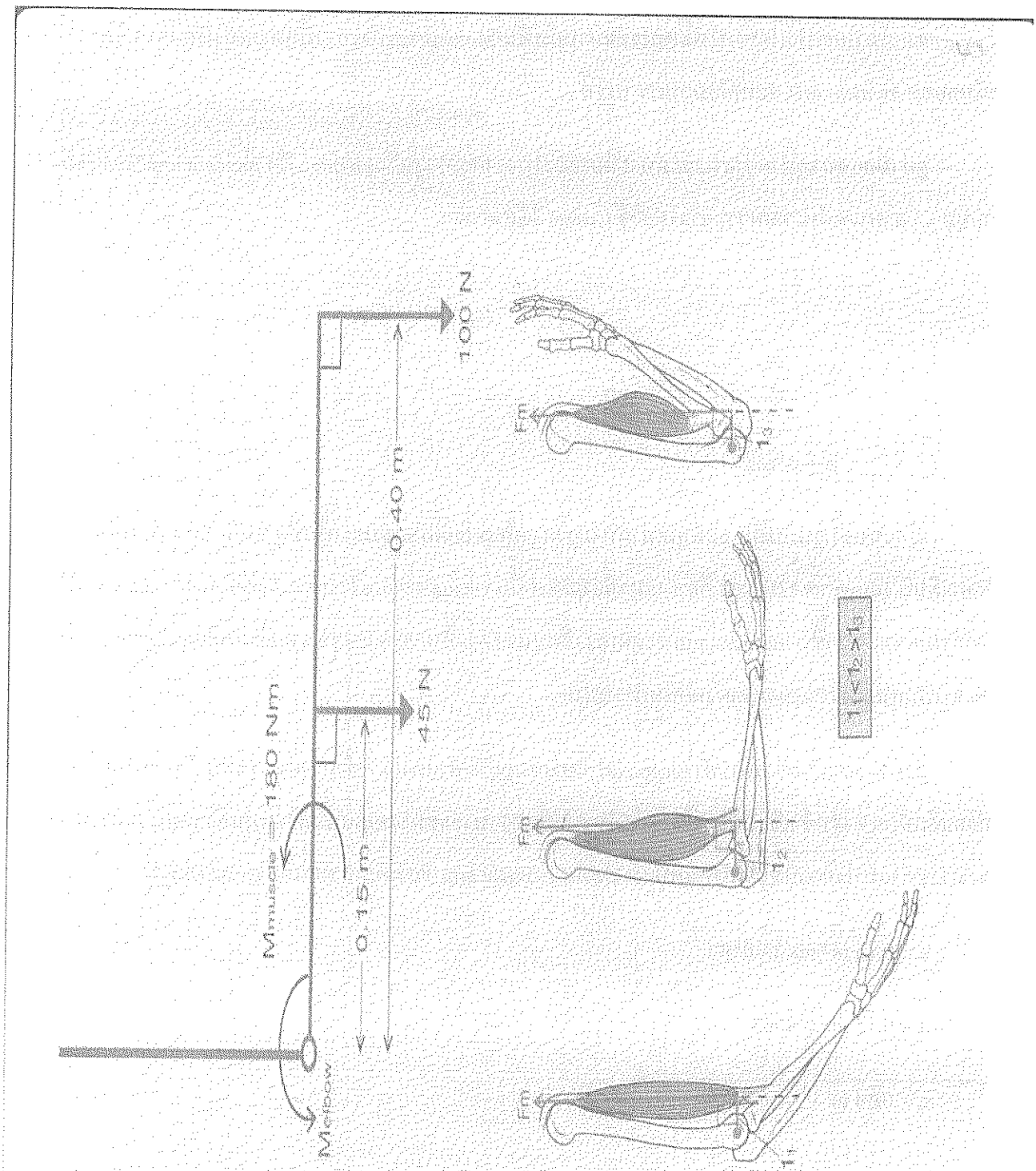
ถ้าพิจารณาตัวอย่างการทำ bicep curl โดยแขนอยู่ในตำแหน่ง 2 ต่ำกว่าแนวระดับ ดังนั้น ข้อศอกจะเหยียดเล็กน้อย ดังรูปซึ่งเขียนเป็น diagram ในรูป เมื่อทราบระยะทางจากแกนการหมุนถึงจุดศูนย์กลางมวลและทราบตำแหน่งของแขนที่ทำมุมกับแนวระดับ moment arm ของแขนสามารถคำนวณได้ดังนี้

$a = 0.15\ m*\cos 25$ องศา

$a = 0.15\ m*\ 0.9063$

$a = 0.14\ m$

\


Z
100 N
0.40 m
45 N
0.16 m
Mmuscle = 180 Nm
Mknee
E
F
E
F
E
F

เช่นเดียวกับ Moment arm ของ dumbell ในมือสามารถคำนวณได้ดังนี้

$b = 0.40\ m * \cos 25^{O}$

$b = 0.40\ m * 0.9063$

$b = 0.36\ m$

จะเห็นว่า Moment arm จะสั้นกว่าในท่าที่แขนขนานกับพื้นสำหรับการวิเคราะห์เชิง statie เพื่อหาแรงของกล้ามเนื้อ คำนวณได้ดังนี้

$$\sum m = 0$$

ถ้าให้ Moment ของกล้ามเนื้อเป็นบวก และ Moment ของ arm-hand และ dumbbell เป็นลบ ดังนั้น

$MFm - MA - MB = 0$

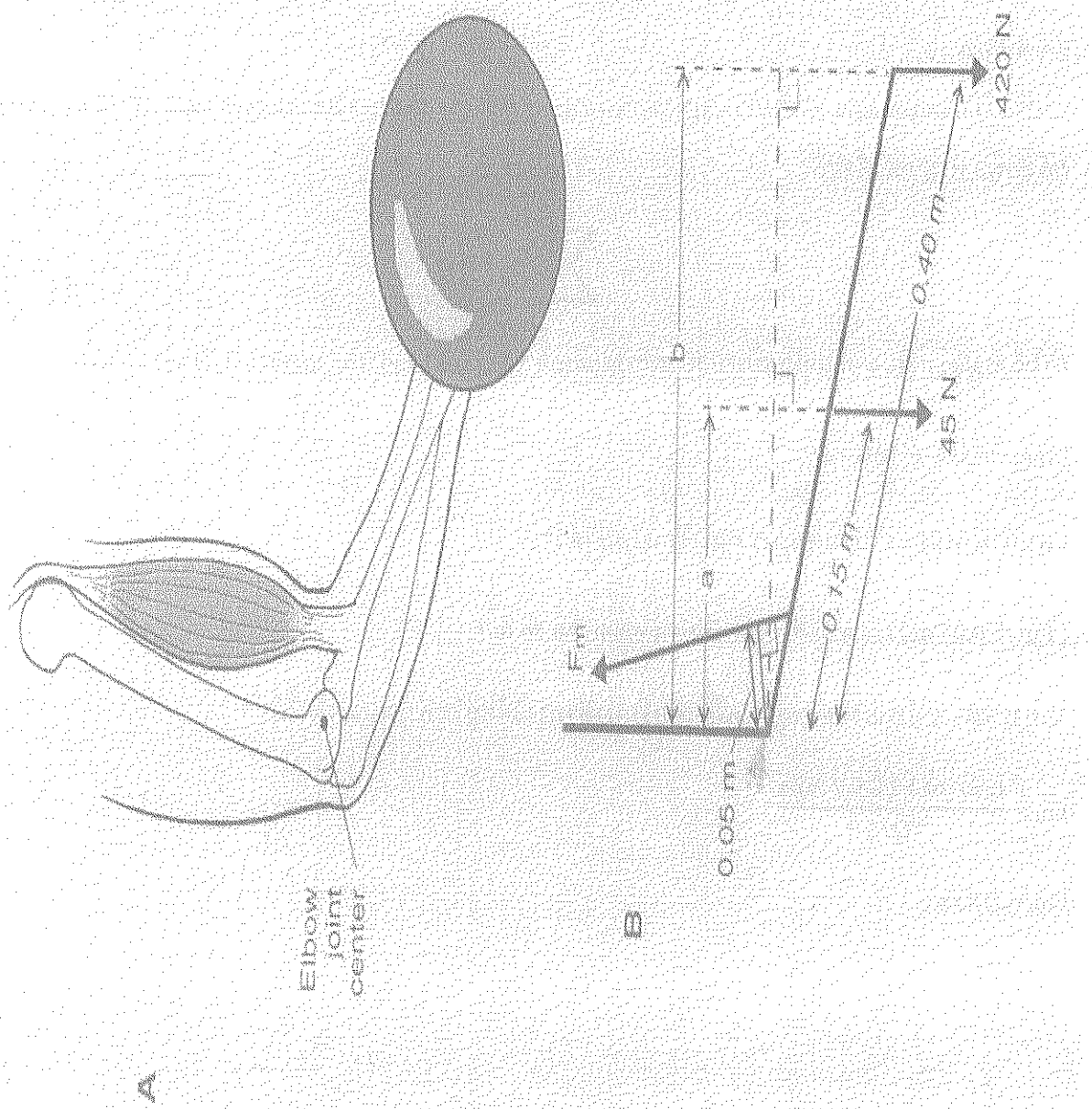
แทนค่าทั้งหมดลงไปในสมการ และเขียนใหม่ได้ว่า

$(Fm * 0.05\ m) = (45n * 0.14\ m) + (420n * 0.36\ m)$

ในการวิเคราะห์หาแรงของกล้ามเนื้อเพื่อรักษาท่าทางให้อยู่ในท่า Static ดังนั้น

$$Fm = \frac{6.3nm + 151.2\ nm}{0.05}$$

$Fm = 3150\ n$


Elbow joint center
A
B
420 N
0.40 m
45 N
0.15 m
0.05 m

Dynamic Analysis

เมื่อความเร่งไม่เท่ากับศูนย์จะใช้ในการวิเคราะห์ Dynamic สมการการเคลื่อนที่สำหรับการวิเคราะห์แบบ Dynamic ได้มาจากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน และกฎทางคณิตศาสตร์ของ Evler อธิบายไว้

$\sum F$ = ma (การเคลื่อนที่เชิงเส้น)

$\sum T$ = I$\propto$ (การเคลื่อนที่เชิงมุม)

ในการวิเคราะห์แบบ 2 มิติ จะมีสมการ 3สมการที่ใช้ในการวิเคราะห์ คือ

$\sum F_x$ = max

$\sum F_y$ = may

$\sum T_{cm}$ = Icm$\propto$

เมื่อ x และ y แทนทิศทางในแนวระดับและแนวดิ่ง

A คือ ความเร่งของจุดศูนย์กลางมวล

Cm คือ จุดศูนย์กลางมวล

I คือ Moment of Inertia รอบ Cm และ $\propto$ คือ ความเร่งเชิงมุมรอบแกน Z

แรงที่กระทำต่อร่างกาย คือ แรงของกล้ามเนื้อ แรงโน้มถ่วง แรงกระทบ แรงเฉื่อย

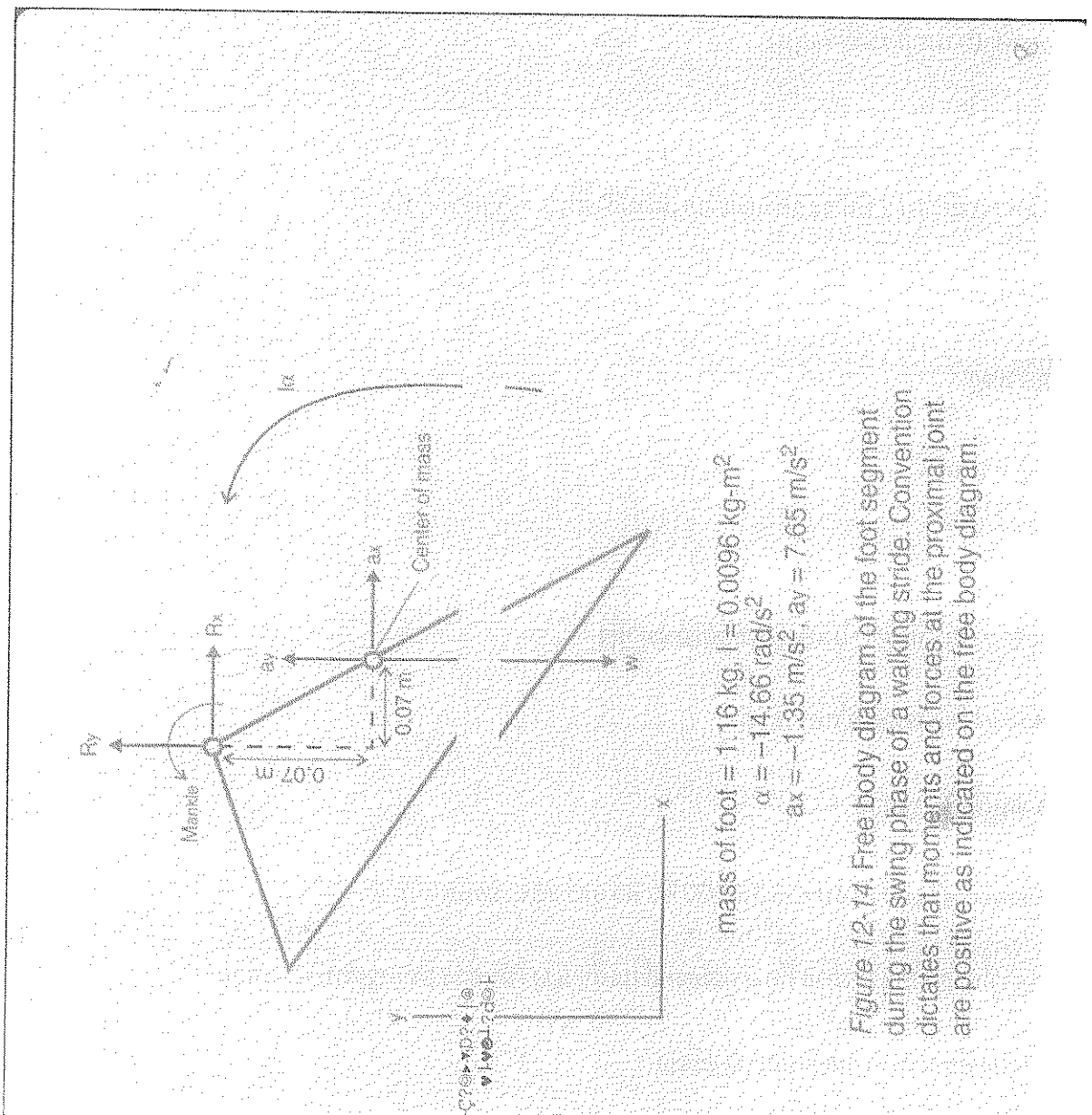
แรงโน้มถ่วง คือ น้ำหนักของแต่ละ Segment

แรงกระทบ อาจเป็นแรงปฏิกิริยาจาก Segment อื่นๆ

แรงจากพื้น หรือแรงจากวัตถุภายนอก

แรงเฉื่อย คือ Max และ may ขณะที่ I$\propto$ คือ Inertial Torque การใช้สมการของการเคลื่อนที่แบบ Dynamic ทำให้สามารถคำนวณหาแรงและ Torque ที่กระทำกับ Segment

ในการวิเคราะห์การเคลื่อนไหวแบบ Static จะไม่มีการพูดถึงความเร่ง ส่วนในกรณีของ Dynamic จะมีการพิจารณาถึงความเร่งเชิงเส้นและเชิงมุม ความเฉื่อยของ Segment ในร่างกาย



การหาแรง และ Moment ที่เกิดขึ้นจากการเคลื่อนไหวเราใช้เทคนิคที่เรียกว่า Invverse Dynamic วิธีนี้ใช้เพื่อคำนวณแรง และ Moment โดยอาศัยความเร่งของวัตถุแทนที่จะวัดแรงโดยตรง

การใช้เทคนิคนี้จะเป็นการวิเคราะห์ Segment แต่ละ Segment ตามลำดับ โดยเริ่มจากส่วนที่เป็น Distal ก่อนแล้วจึงเป็นส่วน Proximal หลังจากนั้นจึงวิเคราะห์ Segment ถัดไป

จารรูป เป็น diagram ของเท้าช่วง Swing phase ข้อมูลนี้ได้จาก VDO เพียง Frame เดี่ยว โดยข้อมูลความเฉื่อยของ Segment ของเท้าเป็นข้อมูลที่ได้จากการเรียนครั้งที่ผ่านมา

ในช่วงนี้ Swing phase จะไม่มีแรงภายนอกอย่างอื่นมากระทำกับเท้า นอกจากแรงดึงดูดของโลก จะเห็นได้ว่าแรงที่กระทำกับเท้าคือแรงแกน x และแกน y เป็นแรงปฏิกิริยาของข้อเท้า และน้ำหนักของเท้าที่กระทำผ่านจุดศูนย์กลางมวล แรงปฏิกิริยาของข้อเท้าสามารถคำนวณได้โดยใช้ สมการที่เรียนในช่วงแรก 2 สมการ

สมการแรก แรงปฏิกิริยาของข้อเท้าในแนวระดับหาได้จาก

$$\sum F_x = \max$$

เมื่อไม่มีแรงอื่นในแนวระดับมากระทำ นอกจากแรงปฏิกิริยาที่ข้อเท้าสมการนี้จะเป็น

$$R_x = \max$$

ถ้ามวลของเท้าคือ 1.16 *kg* และความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลของเท้าคือ -1.35 m/s^2 แรงปฏิกิริยาในแนวระดับคือ

$$Rx = 1.16\ kg \ \ x\ -1.35\left(m\ /\ s^2 \right)$$

$$Rx = -1.57\ n$$

ต่อไปเป็นการหาแรงปฏิกิริยาของข้อต่อในแนวดิ่ง

$$\sum Fy = may$$

ในแนวดิ่งนอกจากแรงปฏิกิริยาของข้อเท้าแล้วยังมีน้ำหนักของเท้าดังนั้นในแนวดิ่งสามารถหาได้จาก

$R_y - w = may$

ถ้าความเร่งในแนวดิ่งของจุดศูนย์กลางมวลของเท้าคือ 7.65 m/s^2 ดังนั้น

$R_y = (1.16\ kg * 7.65\ m/s^2) + (1.16kg * 981\ m/s^2)$

$R_y = 20.3\ n$

ในการหา *Net moment* ที่กระทำกับข้อเท้าจะต้องหา *moment* ทั้งหมดที่กระทำต่อระบบถ้ากำหนดให้จุดศูนย์กลางมวลของเท้าเป็นแกนการหมุน

จะมี *Moment* สาม *moment* ที่กระทำต่อระบบสอง *moment* แรกคือผลของแรงปฏิกิริยาของข้อเท้า และอีกหนึ่ง *moment* คือผลรวมของ *moment* ของข้อเท้า

Net moment ของค่านี้เป็นบวกผลก็คือการหมุนทวนเข็มนาฬิกา ซึ่งการหมุนทวนเข็มนาฬิกาของเท้าคือท่า *dorsi flexor*

ในความเป็นจริงแล้ว กล้ามเนื้อที่เวนจริงๆแล้วไม่สามารถหาได้จารการวิเคราะห์โดยวิธีนี้ดังนั้นจึงไม่สามารถกล่าวได้ว่าเป็นการทำงานของกล้ามเนื้อ *dorsi flexor concentric*

เพราะว่าแรงปฏิกิริยาของข้อเท้า และ *moment arm* ของข้อเท้า (ซึ่งก็คือ *moment of inertia* ของเท้า) และความเร่งเชิงมุมของข้อเท้า เป็นข้อมูลที่เราทราบ

ดังนั้น *net moment* สามารถคำนวณได้ดังนี้

$\sum m_{cm} = Icm \propto$

Mankle $-M_{Rx} - M_{Ry} = Icm \propto$

เมื่อ *Mankle* คือ *net muscle moment* ของข้อเท้า

M_{Rx} คือ *moment* จากแรงปฏิกิริยาในแนวแกน *x* ของข้อเท้า

M_{Ry} คือ *moment* จากแรงปฏิกิริยาในแนวแกน *y* ของข้อเท้า

$Icm \propto$ คือ *moment of inertia* ของเท้าและความเร่งเชิงมุมของเท้า

จากกฎที่ว่า การหมุนตามเข็มนาฬิกาจะเป็นลบ

ดังนั้น *moment* เหล่านี้จึงเป็นลบ

แทนค่าลงในรูป 12-4 และจัดสมการใหม่ได้ว่า

$Mankle = (0.0096\ kg\text{-}m^2\text{-}14.66 rad/S^2) + (0.07\text{*-}1.57n) + (.07m\text{*}20.3n)$

$Mankle = -0.141\ n\bullet m - 0.110\ n\bullet m + 1.421\ n\bullet m$

$Mankle = 1.17\ n\bullet m$

บทที่ 5

คิเนแมติกส์เชิงมุม

(Angular kinamatic)

การเคลื่อนไหวร่างกายหรือส่วนต่างๆ ของร่างกายเป็นการเคลื่อนไหวเชิงมุมเกือบทั้งหมด การเคลื่อนไหวเชิงมุมนั้นจะมีลักษณะแตกต่างไปจากการเคลื่อนไหวเชิงเส้นดังได้กล่าวมาแล้ว แต่การเคลื่อนไหวทั้งสองลักษณะก็คล้ายคลึงกันมาก โดยเฉพาะหลักการที่ใช้ในการวิเคราะห์ก็เป็นหลักการเดียวกัน สิ่งหนึ่งที่แตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัดเจนก็คือหน่วยวัดที่ใช้ในการวัด

<u>การเคลื่อนที่เชิงมุม</u>

ในการวิเคราะห์คิเนแมติกส์เชิงมุมมีตัววัดที่เกี่ยวข้องในลักษณะเดียวกันกับการวิเคราะห์คิเนแมติกส์เชิงเส้น กล่าวคือ เวลา ตำแหน่ง การเปลี่ยนตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่ง แต่ตัววัดทั้ง 3 ตัวหลักจะเป็นปริมาณเชิงมุม คือการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุม (Angular Displacement) ความเร็วเชิงมุม (Angular Velocity) และความเร่งเชิงมุม (Angular Aceleration)

ระยะทางและการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุม

ระยะทางเชิงมุม (Angular Distance) เป็นมุมที่วัตถุเคลื่อนที่ไปจากตำแหน่งเริ่มต้นจนถึงตำแหน่งสุดท้าย จากภาพที่ 7.1 จะเห็นได้ว่านักยิมนาสติกส์เตะขาไปข้างหน้าเป็นมุม 120 องศา และเหวี่ยงกลับมาข้างหลังเป็นมุม 150 องศา ดังนั้นระยะทางเชิงมุมของการเคลื่อนที่ของขาคือ 120 + 150 = 270 องศา ส่วนการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุมนั้นเป็นมุมระหว่างตำแหน่งเริ่มต้นกับตำแหน่งสุดท้ายที่วัตถุเคลื่อนที่ไปในกรณีนี้มุมระหว่างตำแหน่งทั้งสองจะเป็น 30 องศาหรือ 330 องศา แต่การเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุมจะถือเอามุมที่เล็กกว่าเสมอ นั่นคือ การเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุมจะมีค่า 30 องศา

เนื่องจากการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุมเป็นปริมาณเวคเตอร์จึงต้องมีการบอกทิศทางในการเปลี่ยนตำแหน่งด้วย ทิศทางของการเคลื่อนที่เชิงมุมอาจจะบอกว่าเป็นทิศทางตามเข็มนาฬิการหรือทวนเข็มนาฬิการ แต่เพื่อความสะดวกมักใช้เครื่องหมายแทน โดยให้ทิศทางทวนเข็มนาฬิกามีเครื่องหมายเป็น บวก และทิศทางตามเข็มนาฬิกามีเครื่องหมายเป็น ลบ ดังนั้น จะสามารถหาการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุมในตัวอย่างนี้เป็น 120 – 150 = -30 องศา นั่นคือมีการเปลี่ยนตำแหน่งของขาเป็นมุม 30 องศาในทิศทางตามเข็มนาฬิกา

หน่วยที่ใช้ในการวัดการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุมรวมทั้งระยะทางเชิงมุม คือ เรเดียน (radian : rad) ซึ่ง 1 เรเดียนมีขนาดเท่ากับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งซึ่งยาวกับรัศมีของวงกลมนั้น และเนื่องจากความยาวของเส้นรอบวงนั้นเท่ากับ $2\pi r$ ดังนั้นมุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีค่าเป็น 2π เรเดียน

การหาระยะทางและการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุม
ที่มา : Hay และ Reid, 1982. หน้า 146.

นอกจากหน่วยเรเดียนแล้วยังพบว่ามีผู้นิยมใช้หน่วยองศา (degree : deg) และหน่วยรอบ (revolution : rev) เป็นหน่วยวัดการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุมอีกด้วย ความสัมพันธ์ของหน่วยทั้งสาม คือ 1 รอบเท่ากับ 360 องศา และเท่ากับ 2π เรเดียน แสดงตัวคูณสำหรับเปลี่ยนหน่วยเหล่านี้จากหน่วยหนึ่งเป็นอีกหน่วยหนึ่ง

ตารางที่ 6 ตัวคูณสำหรับเปลี่ยนหน่วยการวัดการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุม

หน่วยที่มี	หน่วยที่ต้องการ	ตัวคูณ
เรเดียน	องศา	57.3
เรเดียน	รอบ	0.159
องศา	เรเดียน	0.1745
องศา	รอบ	0.002777
รอบ	เรเดียน	6.28
รอบ	องศา	360

อัตราเร็วและความเร็วเชิงมุม

ทำนองเดียวกับอัตราเร็วและความเร็วเชิงเส้นในการเคลื่อนที่เชิงเส้น อัตราเร็วเชิงมุม (Angular Speed) เป็นปริมาณสเกลาร์ ซึ่งหาได้จากระยะทางเชิงมุมหารด้วยเวลา ขณะที่ความเร็วเชิงมุม (Angular Velocity) เป็นปริมาณเวคเตอร์ หาได้จากการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุมหารด้วยเวลาซึ่งเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\omega = \theta / t$$

โดยที่ ω (โอเมก้า) เป็นความเร็วเชิงมุมของการเคลื่อนที่ θ (ธีต้า) เป็นการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุมและ t เป็นเวลาที่วัตถุนั้นใช้ไปในการเลี่ยนตำแหน่งเชิงมุม

จากตัวอย่างในภาพที่ 7.1 ถ้านักยิมนาสติกผู้นี้ใช้เวลาในการเตะขาขึ้นและเหวี่ยงกลับมารวม 1.5 วินาที ก็จะสามารถหาอัตราเร็วเชิงมุมได้เป็น (120 + 150) / 1.5 = 180 องศา / วินาที และหาความเร็วเชิงมุมได้เป็น (120 – 150) / 1.5 = -20 องศา / วินาที

ความเร่งเชิงมุม

ในบทที่ผ่านมาเราได้ทราบความหมายของความเร่งว่า เป็นการเปลี่ยนแปลงความเร็วของการเคลื่อนที่ในแต่ละช่วงเวลา ความเร่งเชิงมุมก็เป็นการเปลี่ยนแปลงความเร็วเชิงมุมของการเคลื่อนที่ในแต่ละช่วงเวลาเช่นเดียวกัน ดังนั้น ความเร่งเชิงมุมเฉลี่ย (Angular Acceleration) ก็จะหาได้จากสมการ

$$\text{ความเร่งเชิงมุมเฉลี่ย} = \frac{\text{การเปลี่ยนแปลงความเร็วเชิงมุม}}{\text{เวลาทั้งหมด}}$$

$$= \frac{\text{ความเร็วเชิงมุมปลาย - ความเร็วเชิงมุมต้น}}{\text{เวลาทั้งหมด}}$$

หรือใช้สัญลักษณ์แทนได้ว่า

$$\alpha = (\omega_f - \omega_i) / t$$

โดยที่ α (อัลฟ่า) เป็นความเร่งเชิงมุมเฉลี่ย ω_f เป็นความเร็วเชิงมุมปลาย ω_i เป็นความเร็วเชิงมุมต้น และ t เป็นเวลาในการเปลี่ยนแปลงความเร็ว

จากตัวอย่างในภาพที่ 7.1 ถ้าความเร็วเชิงมุมในช่วงสุดท้ายของการเหวี่ยงขากลับเป็น –210 องศา / วินาที และเวลาที่ใช้ในการเหวี่ยงขากลับมาเป็น 0.7 วินาที ก็จะหาความเร่งเชิงมุมเฉลี่ยในกรณีนี้ได้เป็น

$$\text{ความเร่ง} = (-210 - 0) / 0.7$$

$$= -300 \text{ องศา / วินาที}^2$$

ทั้งอัตราเร็วเชิงมุม ความเร็วเชิงมุม และความเร่งเชิงมุม อาจจะมีทั้งอัตราเร็วเชิงมุมเฉลี่ย อัตราเร็วเชิงมุมขณะใดขณะหนึ่ง ความเร็วเชิงมุมเฉลี่ย ความเร็วเชิงมุมขณะใดขณะหนึ่ง ความเร่งเชิงมุมเฉลี่ย ความเร่งเชิงมุมขณะใดขณะหนึ่ง เช่นเดียวกันกับการวิเคราะห์เชิงเส้นแต่กรณีด้วย

เวคเตอร์ของการเคลื่อนที่เชิงมุม

ดังได้กล่าวมาแล้วในบทแรกๆ ว่าปริมาณเวคเตอร์สามารถแยกออกเป็นปริมาณย่อย หรือรวมปริมาณย่อยเข้าด้วยกันได้ และการวิเคราะห์เชิงเส้นสามารถใช้เส้นตรงและลูกศรเพื่อแทนขนาดและทิศทางการเคลื่อนที่ของวัตถุได้โดยสะดวก แต่การเคลื่อนที่เชิงมุมไม่สามารถใช้เส้นโค้งและลูกศรแทนได้ เนื่องจากจะไม่สามารถรวมปริมาณเวคเตอร์เข้าด้วยกันหรือแยกปริมาณเวคเตอร์ออกเป็นปริมาณย่อยได้ จึงมีการหาวิธีแสดงปริมาณเวคเตอร์ของการเคลื่อนที่เชิงมุมเพื่อสะดวกต่อการวิเคราะห์

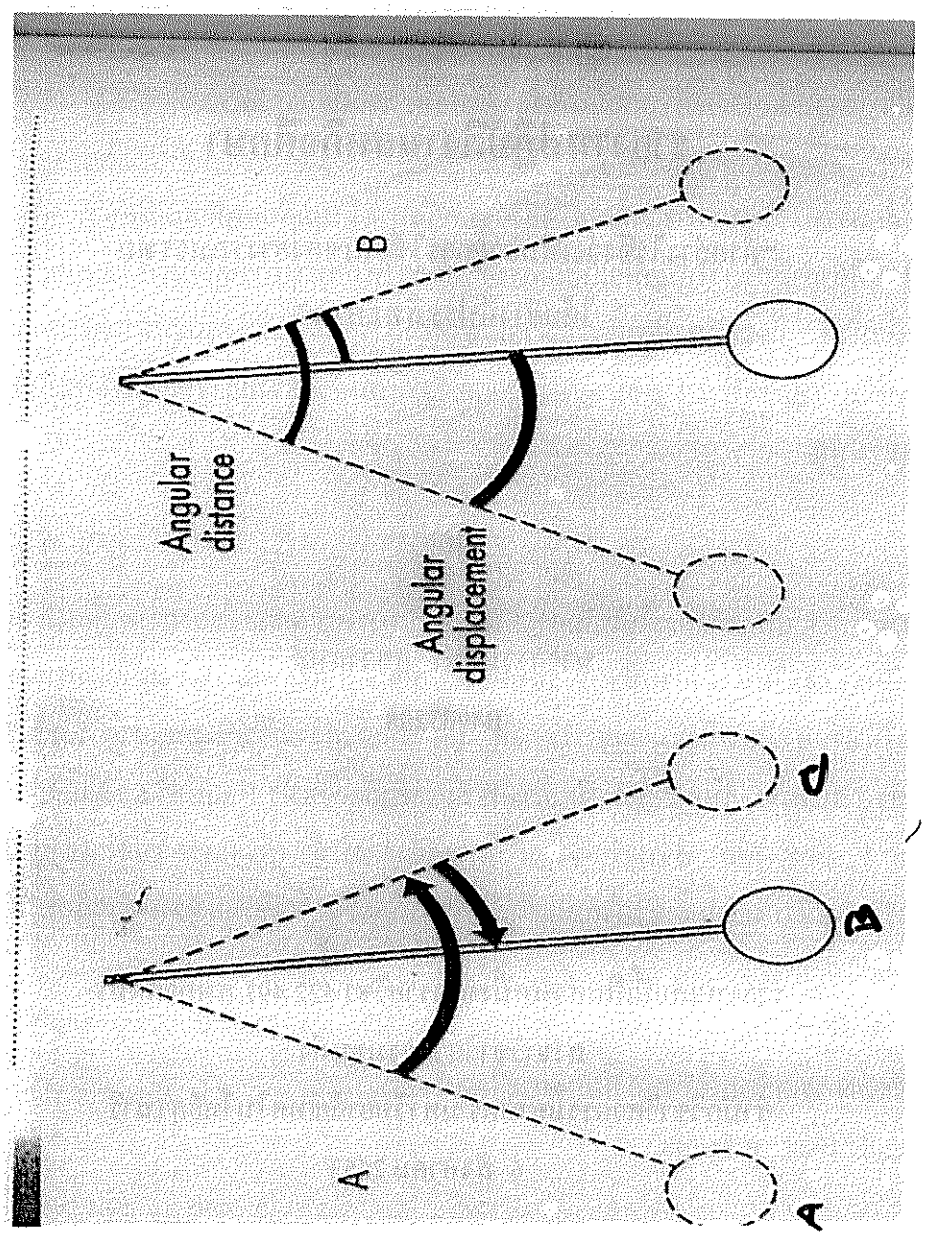
หลักการที่ใช้หาปริมาณเวคเตอร์ของการเคลื่อนที่เชิงมุมคือกฎหัวแม่มือขวา (Right Hand Thumb Rule) โดยที่ถ้ากำมือขวาให้นิ้วหัวแม่มือกางออกและให้ทิศทางการเคลื่อนที่เชิงมุมอยู่ในแนวและทิศทางเดียวกันกับนิ้วทั้งสี่ ก็จะแสดงทิศทางของเวคเตอร์ของการเคลื่อนที่เชิงมุมได้ด้วยเส้นตรงและลูกศรในแนวของนิ้วหัวแม่มือ (ดูภาพที่ 7.2) ขนาดของเวคเตอร์จะแทนด้วยความยาวของเส้นตรงที่เป็นสัดส่วนกับขนาดของเวคเตอร์นั้นๆ

ภาพที่ 7.3 แสดงถึงการใช้หลักการดังกล่าวในการหาเวคเตอร์ของการเคลื่อนที่โดยภาพ (a) เป็นนักกระโดดน้ำที่กระโดดในท่าลังกาหน้า 1 รอบครึ่ง ลูกศรแสดงความเร็วเชิงมุมของการเคลื่อนที่ทั้งทิศทางและปริมาณในทำนองเดียวกัน ลูกศรในภาพ (b) แสดงความเร็วเชิงมุมของการเคลื่อนที่ในการกระโดดท่าลังกาหลัง 1 รองครึ่ง ในภาพ (c) เป็นการกระโดดท่าลังกาหน้า 1 รอบครึ่ง บิดเกลียว 2 รอบ ก็จะมีความเร็วเชิงมุม 2 ทิศทางคือ ความเร็วเชิงมุมในการตีลังการหน้า (S) และความเร็วเชิงมุมในการบิดเกลียว (T) ซึ่งสามารถรวมปริมาณเวคเตอร์ทั้งสอบเข้าด้วยกันเป็นความเร็วเชิงมุมของการเคลื่อนที่รวม (R)

ภาพที่ 7.3 เวคเตอร์ของการเคลื่อนที่เชิงมุมในการกระโดดน้ำ
ที่มา : Hay และ Reid, 1982. หน้า 148.

ความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนที่เชิงมุมและเชิงเส้น

ในการเล่นกีฬาหลายชนิดผู้เล่นจะต้องใช้การเคลื่อนที่ของส่วนต่างๆ ของร่างกายหรือการเคลื่อนที่ของอุปกรณ์ เพื่อส่งแรงปะทะให้กับวัตถุอื่น และทำให้วัตถุนั้นเคลื่อนที่ไป การเคลื่อนไหวส่วนต่างๆ ของร่างการหรืออุปกรณ์มักจะเป็นการเคลื่อนที่เชิงมุม ในขณะที่การเคลื่อนที่ของวัตถุจะเป็นการเคลื่อนที่เชิงเส้น และความเร็วในการเคลื่อนที่ของวัตถุจะขึ้นอยู่กับความเร็วในการเคลื่อนที่ของส่วนต่างๆ ของร่างกาย หรืออุปกรณ์นั้นๆ ดังนั้นการวิเคราะห์การเคลื่อนไหวบางครั้งจะมีความเกี่ยวกันกันระหว่างการเคลื่อนที่เชิงมุมและเชิงเส้นด้วย โดยเฉพาะในเรื่องความเร็ว และความเร่งของการเคลื่อนที่



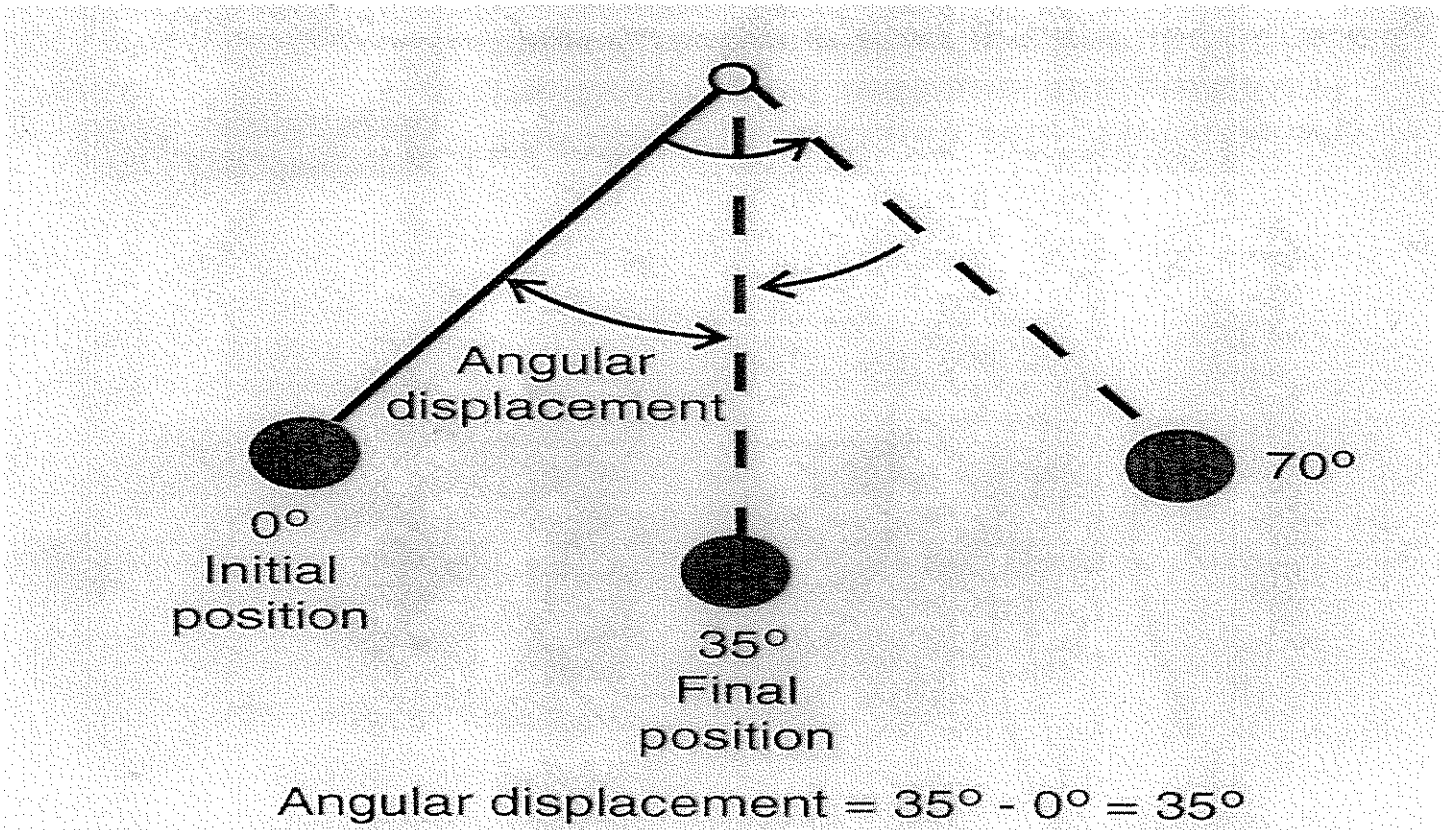


FIGURE 9-11. Angular displacement is the difference between the final position and the initial position.

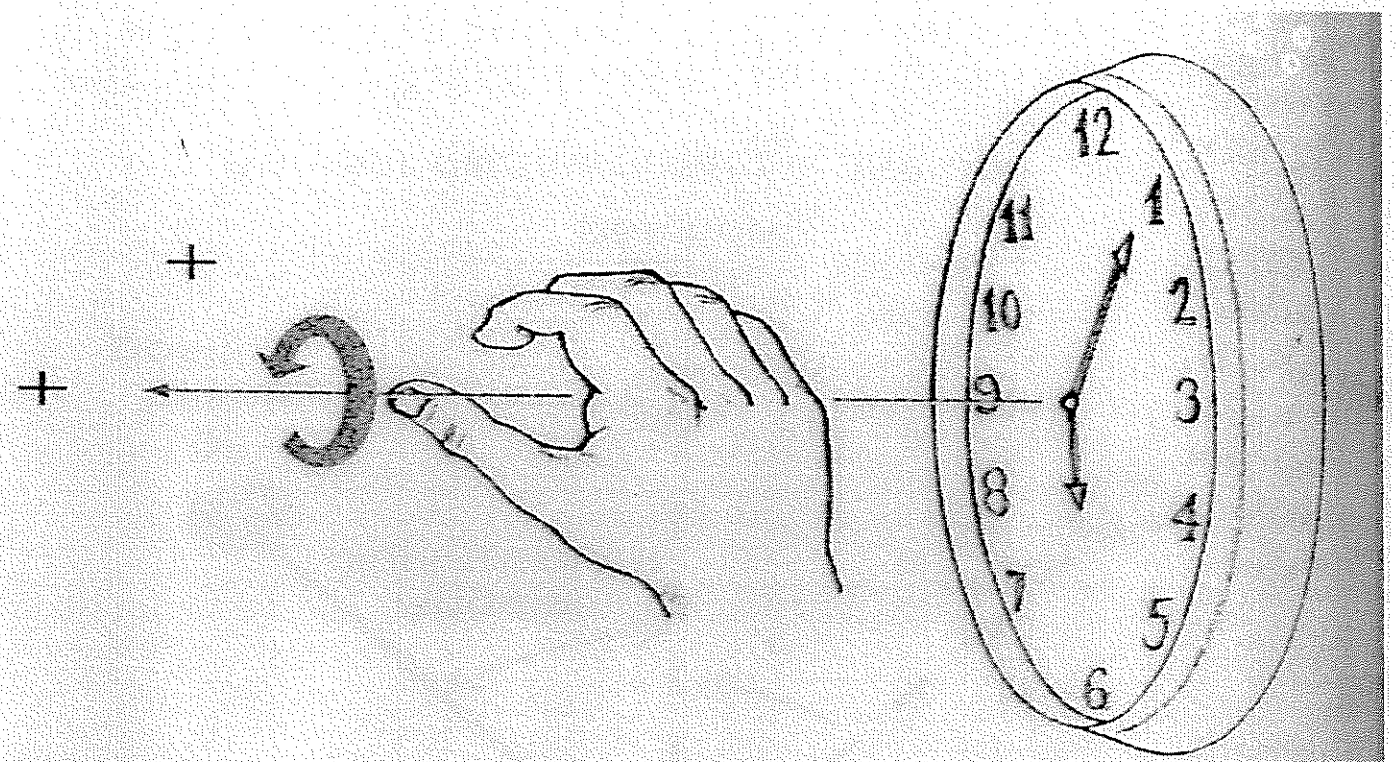


Figure 9.4 The right-hand thumb rule. The direction the fingers curl indicates the positive angular direction if the right thumb points in the positive linear direction along the axis of rotation.

- Angular Position ตำแหน่งเชิงมุม คือ
  การหันเหของเส้นตรงเส้นหนึ่ง จากอีกเส้นหนึ่งซึ่งอยู่กับที่

- Angular Distance and Displacement
  เมื่อพิจารณาลูกตุ้มของนาฬิกาที่เคลื่อนที่กลับไปกลับมา ลูกตุ้มจะหมุนรอบแกนที่ตั้งฉากกับระนาบการเคลื่อนไหว ถ้าลูกตุ้มเคลื่อนที่ในแนวโค้ง 60° จะเป็นการเคลื่อนที่เชิงมุม 60° และถ้าลูกตุ้มเคลื่อนที่กลับมาอีก 60° สู่ตำแหน่งเริ่มต้นระยะทางทั้งหมด = 120° (60+60)

  ระยะทางเชิงมุมหาได้จากผลรวมของมุมทั้งหมดที่เปลี่ยนไป

  ซึ่งเราสามารถนำความรู้นี้ไปใช้ในการเคลื่อนที่ของ segment ต่าง ๆ ของร่างกายได้ เช่น ถ้ามุมของข้อศอกเปลี่ยนจาก 90° ไปสู่ 160° ขณะงอแขนบนท่า Arm curl ระยะทางเชิงมุม = 70° และถ้าเหยียดแขนกลับสูท่าเริ่มต้นในตำแหน่งเดิมอีก 90° ระยะทางการเคลื่อนที่เชิงมุมจะเพิ่มขึ้นอีก 70° รวมเป็น 140° ถ้ายก weight 10 ครั้ง ระยะทางการเคลื่อนไหวเชิงมุม ทั้งหมดจะเท่ากับ (10x140°)

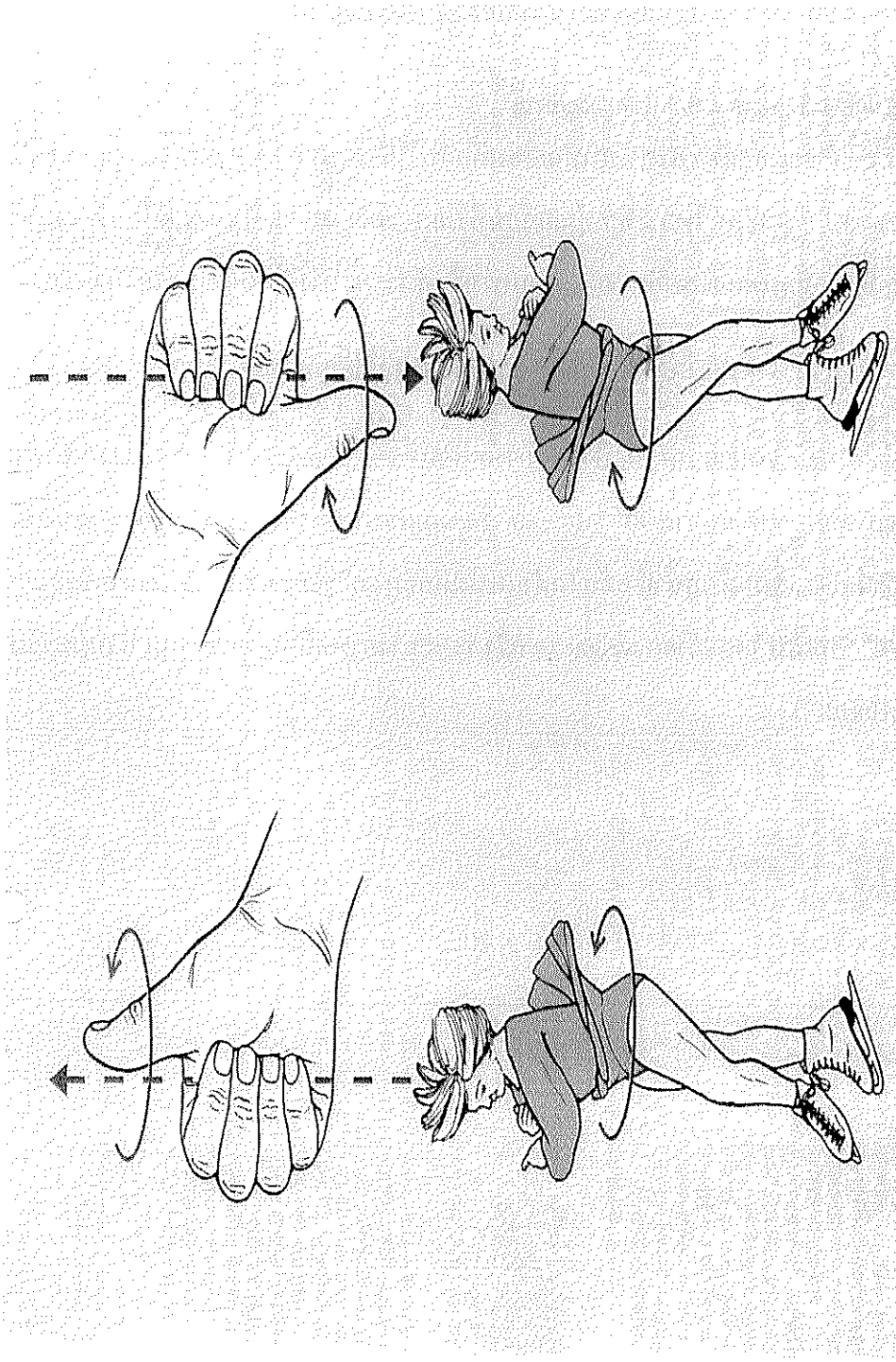


FIGURE 9-9 The Right Hand Rule used to identify the polarity of the angular velocity of a figure skater during a spin. The fingers of the right hand point in the direction of the rotation and the right thumb points in the direction of the angular velocity vector. Note that the angular velocity vector is perpendicular to the plane of rotation.

ส่วนการกระจัดเชิงมุม คือความแตกต่างระหว่างตำแหน่งเริ่มต้นและตำแหน่งสุดท้ายของการเคลื่อนที่ เช่น

ถ้ามุมของเข่า ขณะวิ่งเปลี่ยนจาก 5° ไปเป็น 12° ในช่วง initial support ระยะทางเชิงมุมและระยะทางกระจัด เชิงมุมเข่าคือ 7° และถ้านักวิ่งเหยียดเข่ากลับไปสู่ตำแหน่งเดิม ระยะทาเชิงมุมเท่ากับ 14° (7+7) แต่การกระจัดเชิงมุม คือ 0 เพราะตำแหน่งสุดท้ายของการเคลื่อนที่ข้อต่อเป็นตำแหน่งเดียวกันกับตำแหน่งเริ่มต้น

- การกระจัดเชิงมุม เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทั้งขนาดและปริมาณของขนาดของเวกเตอร์ คือ ระยะทางความยาวในการเคลื่อนที่ ส่วนทิศทางของเวกเตอร์ใช้กฎมือขวาในการบอกทิศทาง โดยการกำมือขวาให้นิ้วชี้ นิ้วกลาง นิ้วนาง นิ้วก้อย ชี้ไปในทิศทางการเคลื่อนที่และยกนิ้วหัวแม่มือขึ้นให้ตั้งฉากกับระนาบการเคลื่อนที่เชิงมุม คือทิศที่หัวแม่มือชี้ไป
  * กำหนดให้ทิศทางการเคลื่อนที่ในทิศ ทวนเข็ม นาฬิกา เป็นเครื่องหมายบวก ทิศ ตามเข็ม นาฬิกา เป็นเครื่องหมายลบ
- หน่วยวัดการเคลื่อนที่และการกระจัดเชิงมุม คือ องศา ในการเคลื่อนที่เป็นวงกลมครบ รอบ จะเท่ากับ 360° ครึ่งงวงกลมจะเท่ากับ 180°
- หน่วยวัดการเคลื่อนที่เชิงมุม คือ radian (1 radian = 57.3°)
- Angular speed and velocity
- Angular speed (อัตราเร็วเชิงมุม)
  อัตราเร็วเชิงมุม เป็น ปริมาณสเกลาส์ (Scalar) หาได้จากระยะทางเชิงมุม หารด้วย เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่

$$\text{Angular speed} = \frac{\text{angular distance}}{\text{change and time}}$$

$$= \frac{\theta}{t}$$

เมื่อ σ (sigma) คือ สัญลักษณ์แทนอัตราเร็วเชิงมุม

θ (phi) คือ ระยะทาเชิงมุม

t คือ เวลา

* Angular Velocity (ความเร็วเชิงมุม)

คือการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุม หรือ การกระจัดเชิงมุมที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาที่กำหนด

Angular velocity = การเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุม

การเปลี่ยนแปลงเวลา

$$W = \frac{\Delta \text{angular displacement}}{\Delta t}$$

$$\text{Angular velocity} = \frac{\text{angular displacement}}{\text{change in time}}$$

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

เมื่อ ω (Omega) = ความเชิงมุม

θ (theta) = ระยะกระจัดเชิงมุม

t = เวลา

หรืออธิบายได้ว่า

การเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุม = angular position2 – angular position 1

เมื่อ Angular position 1 แทนตำแหน่งของร่างกาย ณ.จุดหนึ่งในช่วงเวลา

Angular position 2 แทนตำแหน่ง ณ.จุดสุดท้าย

$$\omega = \frac{\text{angular position2 angular position 1}}{\text{time}_2 - \text{time}_1}$$

- Angular Accele ration

คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของความเร็วเชิงมุมในช่วงเวลาที่กำหนดใช้สัญญาลักษณ์ (α) alpha

Angular acceleration = change in angular velocity

change in time

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

หรือ $= \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1}$

เมื่อ ω_1 = ความเร็วเชิงมุม ณ. จุดเริ่มต้น

ω_2 = ความเร็วเชิงมุม ณ. จุดสุดท้าย

t_1 และ t_2 คือ เวลาที่ใช้ในการประเมิน

ตัวอย่าง

ไม้กอล์ฟถูกเหวี่ยงด้วยความเร็วเชิงมุมเฉลี่ย 1.5 rad/s^2 ความเร็วเชิงมุมของไม้กอล์ฟจะเป็นเท่าใด เมื่อไม้กระทบลูก เมื่อใช้เวลา 0.8 s

α = 1.5 rad/s^2 , t= 0.8 s จากสูตร = $\frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$

1.5 rad/s2 = $\frac{\omega_2 - \omega_1}{0.8s}$

สมมุติให้ความเร็วเชิงมุม ณ. จุดเริ่มต้นเป็น 0

$$1.5\ \text{rad/s}^2 = \frac{\omega_2 - 0}{0.8\ \text{s}} \quad (1.5\ \text{rad/s}^2)(0.8\ \text{s}) = \omega_2 - 0 \quad \omega_2 = 1.2\ \text{rad/s}$$

แปลงเป็น deg

$$\omega_2 = (1.2\ \text{rad/s})(57.3\ \text{deg/rad})$$

$$\omega_2 = 68.8\ \text{deg/s}$$

Work : ตัวอย่าง

(1). นักขว้างจักรใช้แรงเฉลี่ย 100 N ออกแรงต้านจักร ขณะที่จักรเคลื่อนที่ได้ระยะกระจัด 0.6m ในทิศทางของแรง (รูป) นักขว้างจักรจะต้องใช้งานเท่าไร

$$W = Fd$$

$$W = (1000\ \text{N})(0.6\text{m})$$

$$W = 600\ \text{Nm}$$

$$W = 600\ \text{J}$$

(2) นักยกน้ำหนัก นอนยกในท่า Benck-press โดย บาร์เบลหนัก 1000 N เขาเริ่มยกโดยเหยียดแขนและบาร์เบล เคลื่อนที่สูงขึ้นไป 75 cm เหนือ หน้าอก นักยกน้ำหนัก ค่อยๆเลื่อนบาร์เบลต่ำลงมา และหยุดเหนือหน้าอกประมาณ 5 cm เขาหยุดแล้วยกบาร์เบลขึ้นไปในท่าเริ่มต้น เหนือหน้าอก 75 cm เฉลี่ยแรงที่ใช้ในการยกบาร์เบลขณะเคลื่อนที่ต่ำลง 1000 N เฉลี่ยแรงที่ใช้ยกบาร์เบลขึ้นคือ 1000 N ดังนั้นเฉลี่ยแรงที่ใช้กับบาร์เบลโดยนักยกน้ำหนัก คือ 1000 N สำหรับยกทั้งหมด

งานมากเท่าไหร่ที่นักยกน้ำหนัก ทำจากท่าเริ่มต้นจนสิ้นสุด

$$W = Fd$$

$$W = (1000\ N)(d)$$

ระยะกระจัดของบาร์เบลจากจุดเริ่มต้นจนสิ้นสุดเป็นจุดเดียวกัน ดังนั้นระยะกระจัดเท่ากับ 0

$$W = (1000\ N)(0) = 0$$

ระยะกระจัดขณะยกบาร์เบลจากจุดเริ่มต้น คือ 75 cm เหนือหน้าอกและตำแหน่งสุดท้ายขณะลดบาร์เบลลง คือ 5 cm เหนือออก

d = 9 ตำแหน่งสุดท้าย -

- Relationships Between linear and Angular motion

-linear and angular motion

รัศมีที่มากกว่า ระหว่างจุดที่กำหนดบนแกนของการหมุนจะได้ระยะทางเชิงเส้นที่มากกว่า สามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$S = r\theta$$

ระยะทางเชิงเส้น(s) คือผลของ r (รัศมีของการหมุน) และ θ คือระยะทางเชิงมุมซึ่งมีหน่วยเป็น radian

-linear and Angular Velocity

จาก $s = r\theta$

$\frac{s}{t} = \frac{r\theta}{t}$

เมื่อ $\frac{s}{t} = v$

และ $\frac{\theta}{t} = w$

ได้เป็นสมการ $v = rw$ (หน่วย = เรเดียน)

ตัวอย่าง ตีลูก Base ball ด้วยไม้ 2 ลูกตามลำดับ บอลลูกแรกถูกตีห่างจากจุดหมุน 20 cm ลูกที่ 2 ห่างจากจุดหมุน 40 cm ถ้าความเร็วเชิงมุมของการตีคือ 30 $^{rad}/_{s}$ ขณะที่ไม้สัมผัสลูก จงหาความเร็วเชิงเส้นของการตี ณ ไม้สัมผัสลูก 2 จุด

$$r_1 = 20cm, r_2 = 40cm, w_1 = w_2 = 30\,^{rad}/_{s}$$

จากสูตร $v = rw$

$$Ball_1 = v_1 = (0.20m)\left(30\,^{rad}/_{s}\right)\ \mathrm{v_1} = 6\mathrm{m}/_{\mathrm{s}}$$

$$Ball_2 = v_2 = (0.40cm)\left(30\,^{rad}/_{s}\right)\ \mathrm{v_2} = 12\mathrm{m}/_{\mathrm{s}}$$

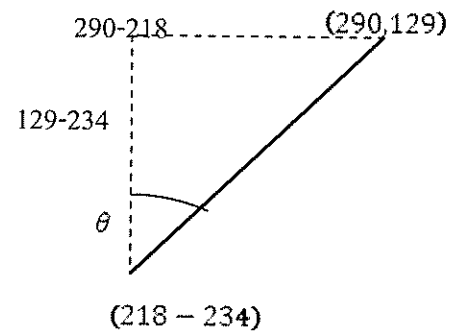
วิธีการคำนวณหาตำแหน่งเชิงมุม

ให้ชี้ลูกศรที่กึ่งกลางของ Marker บริเวณสะโพกและตำแหน่งของบาร์และจดตำแหน่ง x, y ของ marker ทั้ง 2 ทำเช่นนี้จนครบ 11 ภาพ

1.คำนวณมุมในแต่ละภาพโดยใช้หลักตรีโกณ เช่น ภาพที่3ตำแหน่งของmarker บริเวณสะโพกคือ 290,129 และตำแหน่งของบาร์คือ 218,234

$$\theta = \frac{(290 - 218)}{234 - 129} tan^{-1}$$

= 34.4 **องศาจากแนวดิ่ง**



2.คำนวณหาความเร็วเชิงมุมนักยิมนาสติกในแต่ละภาพโดยใช้หลัก first-central difference

Angular velocity $(w) = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

หน่วย w= **เรเดียนต่อ**

3.คำนวณหาความเร็วเชิงเส้นในแต่ละภาพ โดยใช้หลัก first-central difference

Linear velocity $(v) = \mathbf{wr}$

-linear and Angular Acceleration

จาก $v = rw$

หาร t ทั้ง 2 ข้าง $\frac{v}{\mathbf{t}} = \frac{\mathbf{rw}}{\mathbf{t}}$

เมื่อ $\frac{v}{\mathbf{t}} = a$ และ

$$s = \frac{d}{t} \qquad \sigma = \frac{\theta}{t}$$

$$v = \frac{s}{t} \qquad \omega = \frac{\theta}{t}$$

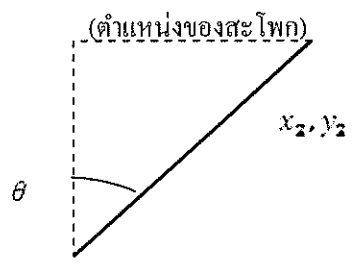
$$a = \frac{v}{t} \qquad \alpha = \frac{\omega}{t}$$

$$s = ut$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$v = u + at$$

$$v^2 = u^2 + 2as$$



(ตำแหน่งของบาร์)(221,236)

x_1, y_1

ภาพ1 = (221,236) (223,111)

ภาพ2 = (221,236) (258,112)

ภาพ3 = (221,236) (293,129)

ภาพ4 = (221,236) (337,166)

ภาพ5 = (221,236) (360,236)

ภาพ6 = (221,236) (330,328)

ภาพ7 = (221,236) (230,373)

ภาพ8 = (221,236) (134,341)

ภาพ9 = (221,236) (95,242)

- 1 เมตร จากภาพ 8 mm

$$CF = \frac{1m}{8mm} = 0.125\,{}^{m}/_{mm}$$

- ระยะทางที่วัดได้ในภาพ = 64 mm

$$= 64 \times 0.125 = 8m$$

ถ้าความเร็วกล้อง $= 100\,{}^{f}/_{s}$

$$T = \frac{1}{100} = 0.01\,{}^{second}/_{frame}$$

- ถ้าบันทึกภาพที่ 200 frame ได้ระยะทาง 8 เมตร

ความเร็ว $= 15\,{}^{f}/_{s}$

อัตราส่วนระยะทาง $110\ pixel =$

บทที่ *6*

Human movement in afluid medium

อากาศและน้ำ เป็นตัวกลางที่ออกแรงต้านทาน การเคลื่อนที่ของวัตถุที่ผ่าน แรงเหล่านี้จะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ช้าลงแต่บางแรงจะช่วยให้เกิดการขับดันไปข้างหน้า

The nature of fluid

คำว่า *fluid* อาจใช้ในความหมายเดียวกับ คำว่า *liquid* ในทางชีวกลศาสตร์ *fluid* คือ สสารที่มีการไหลโดยมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเมื่อมีแรงมากระทำโดย *gas* และ *liquids* ถือว่าเป็น *fluid* มีลักษณะทางกลศาสตร์ที่เหมือนกัน

Relation motion

ของเหลวเป็นตัวกลางที่สามารถไหลได้ อิทธิพลของของเหลวที่มีต่อวัตถุที่เคลื่อนที่ผ่านจะขึ้นอยู่กับความเร็วของวัตถุที่เคลื่อนที่ผ่านและยังขึ้นอยู่กับความเร็วของของเหลว เช่น คนที่ยืนอยู่ในน้ำซึ่งมีกระแสน้ำไหลผ่านจะรู้สึกเหมือนว่ามีแรงจากกระแสน้ำออกแรงต้านที่ขา ถ้าเปลี่ยนจากการยืนนิ่งเป็นเดินทวนกระแสน้ำ จะรู้สึกว่า ความแรงของกระแสน้ำออกแรงต้านมากขึ้น แต่ถ้าเดินตามน้ำ จะรู้สึกว่า ความแรงของกระแสน้ำลดลง

เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ผ่านของเหลว ถ้าทิศทางการเคลื่อนไหวตรงข้ามกันทิศทางการไหลของของเหลว ขนาดของความเร็วในการเคลื่อนไหวจะเป็นผลรวมของความเร็ว การเคลื่อนไหวของวัตถุและของเหลว

ความกดอากาศและอุณหภูมิมีอิทธิพลต่อความหนาแน่นของของเหลวการเคลื่อนที่ของโมเลกุล *gases* เพิ่มขึ้น ความหนืดของของเหลวจะลดลง เมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้นเพราะเป็นการลด แรงดึงดูดระหว่างโมเลกุล ลดความหนาแน่น ลด *sperific weight* และความหนืด ของของเหลว

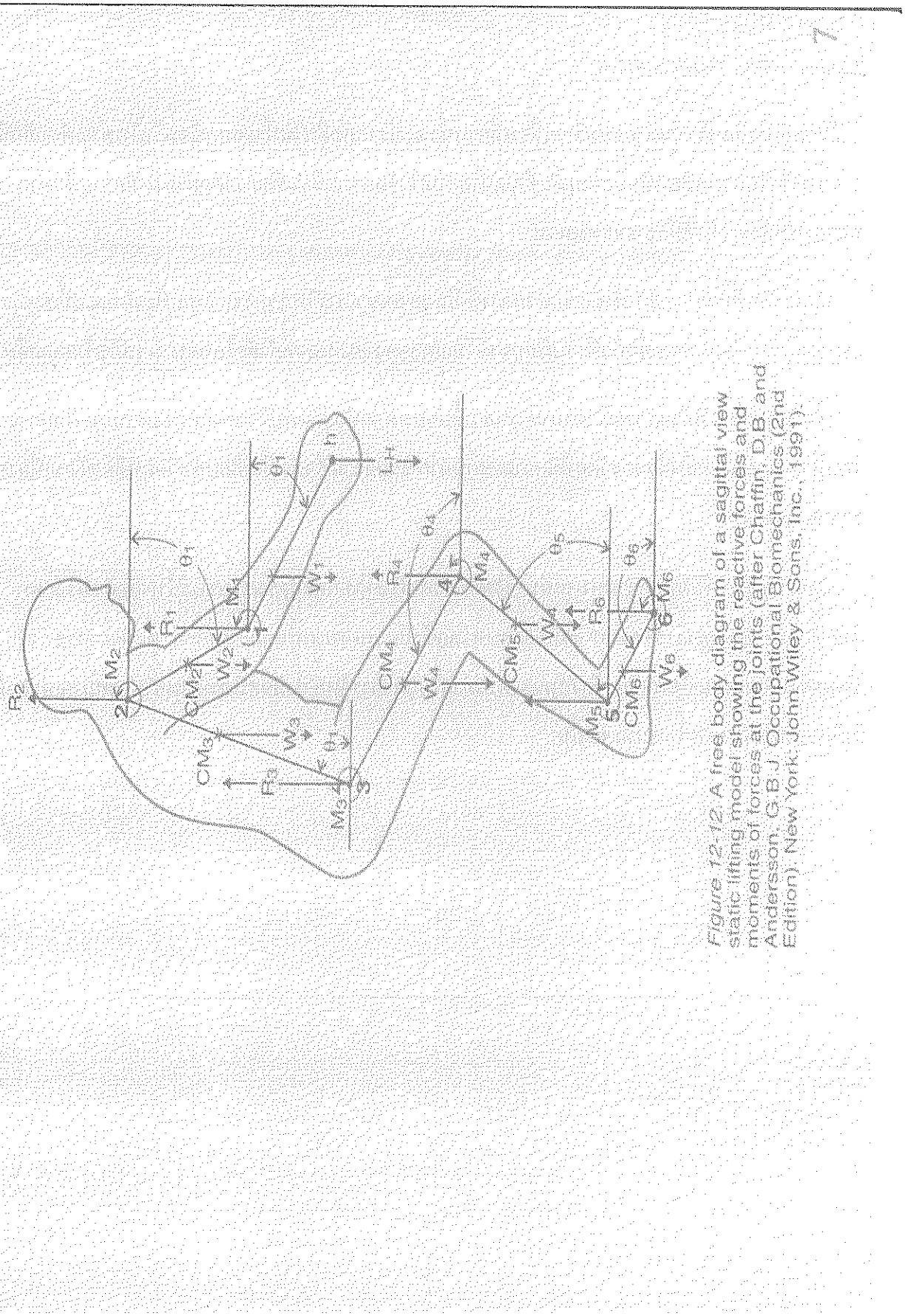


Figure 12-12. A free body diagram of a sagittal view static lifting model showing the reactive forces and moments of forces at the joints (after Chaffin, D.B. and Andersson, G.B.J. Occupational Biomechanics (2nd Edition). New York: John Wiley & Sons, Inc., 1991).

Laminar versus Tubulant Flow

เมื่อวัตถุเช่นมือหรือใบพายของเรือเคลื่อนที่ผ่านน้ำ จะปรากฏคลื่นในน้ำรอบๆมือหรือใบพายเพียงเล็กน้อ ถ้าความเร็วในการเคลื่อนที่ของวัตถุนั้นช้าแต่ถ้าความเร็วในการเคลื่อนที่ของวัตถุผ่านน้ำมีความเร็วมาก พอจะทำให้เกิดคลื่นที่มีลักษณะหมุนวน

วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่ช้าผ่านตัวกลางที่เป็นของเหลว การไหลของของเหลวในลักษณะนี้เราเรียกว่า *Laminar flow* คือลักษณะพื้นผิวที่ราบเรียบของโมเลกุลของของเหลวที่กำลังไหลขนานไปกับโมเลกุลอื่น

เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วผ่านของเหลว ชั้นของเหลวที่อยู่ติดกับผิวของวัตถุจะผสมกัน เรียกการไหลนี้ว่า *Turbulent* พื้นผิวของวัตถุที่มีความหยาบมาก จะมีความเร็วต่ำเมื่อเทียบกับวัตถุที่มีผิวเรียบเนื่องจากสาเหตุ *Turbulent*

จากความรู้ทางฟิสิกส์ ความหนาแน่น (ρ)คือ มวล/ปริมาตร และอัตราส่วนของน้ำหนักต่อปริมาตร เรียกว่า *speeific weight* (Y) ของเหลวที่อยู่รอบๆวัตถุซึ่งมีความหนาแน่นและหนักกว่า จะมีแรงกระทำกับวัตถุมากกว่า ความหนืดจะเกี่ยวข้องกันแรงต้านภายในของการไหล ยิ่งมีขอบเขตต้านการไหลมากเท่าใด ก็ยิ่งมีความหนืดในการไหลมากเท่านั้น

FACTORS AFFECTING THE MAGNITUDES OF FLUID FORCES

FORCE	FACTORS
Buoyant force	specific weight of the fluid volume of fluid displaced
Skin friction	relative velocity of the fluid amount of body surface area exposed to the flow roughness of the body surface viscosity of the fluid
Form drag	relative velocity of the fluid pressure differential between leading and rear edges of the body amount of body surface area perpendicular to the flow
Wave drag	relative velocity of the wave amount of surface area perpendicular to the wave viscosity of the fluid
Lift force	relative velocity of the fluid density of the fluid size, shape, and orientation of the body

Goal
Defensive players
Free kick
Goal
Defensive players
Path of ball
Direction of spin on ball

Velocity of cyclist relative to wind (20 m/s)
Cyclist's velocity (15 m/s)
Head wind velocity (5 m/s)
Velocity of cyclist relative to wind (10 m/s)
Cyclist's velocity (15 m/s)
Tail wind velocity (5 m/s)

●Buoyancy

คือ แรงจากของเหลวที่กระทำในทิศทางขึ้นด้านบนในแนวดิ่ง

เขียนเป็นสูตร ได้ว่า

$$F_{\mathrm{b}=v_{2\gamma}}$$

F_b คือ *Buoyancy force*

v คือ ปริมาตร

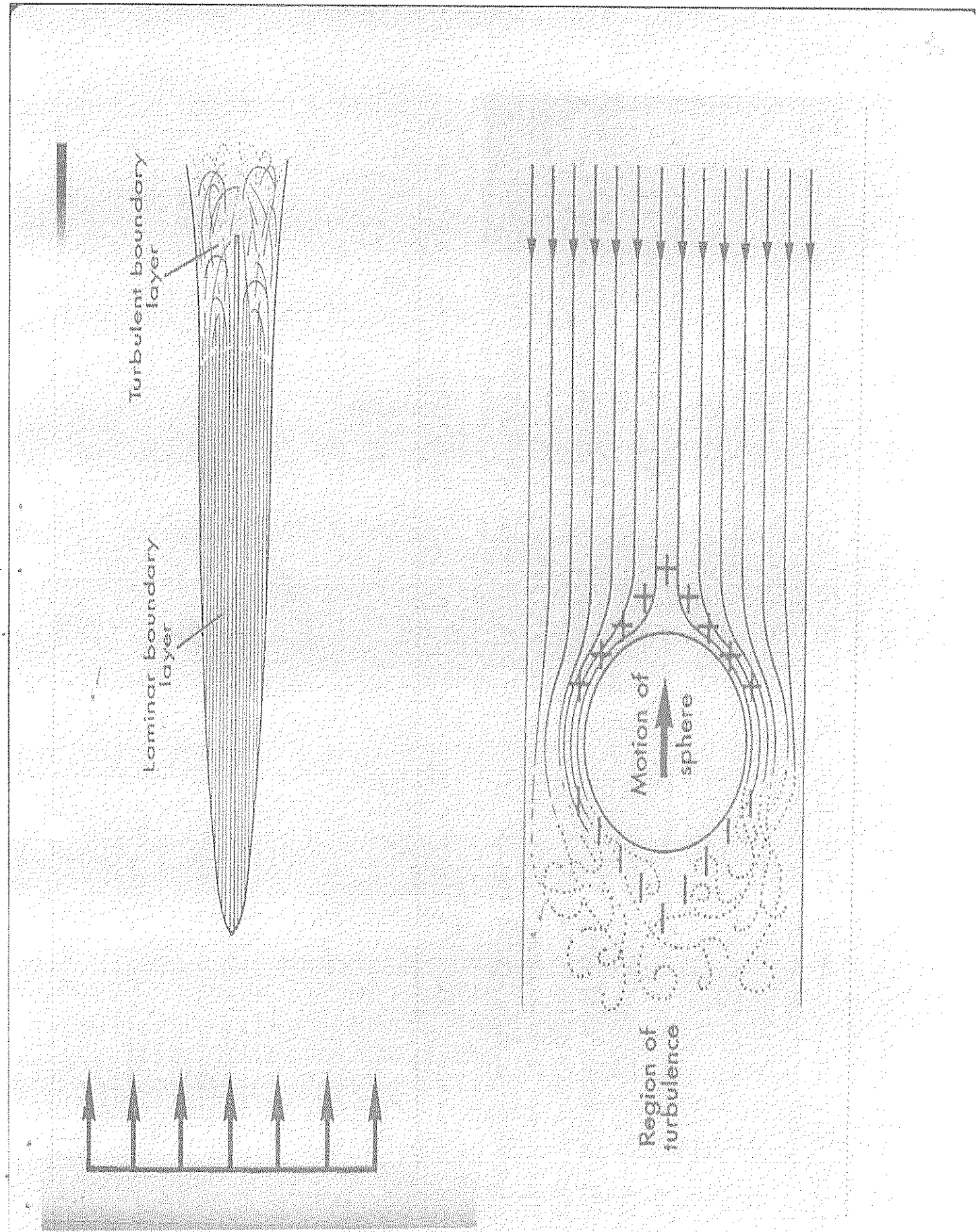
γ คือ specific weight

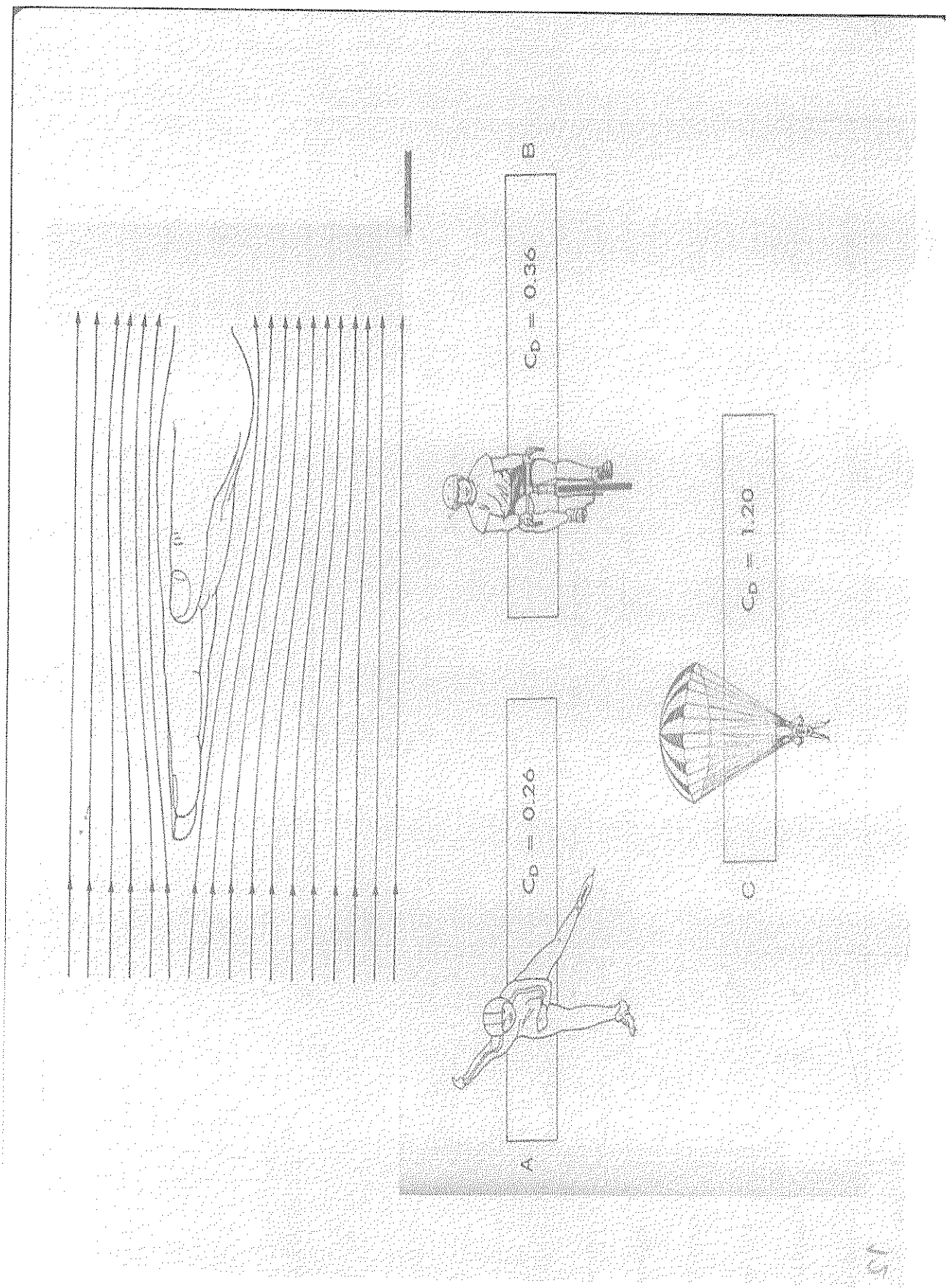
ตัวอย่างเช่น ถ้าลูกโปโลน้ำมีปริมาตร 0.2 m^2 จมอยู่ใต้น้ำที่อุณหภูมิ 20° แรงลอยตัวที่กระทำกับลูกบอลจะเท่ากับ ปริมาตรของลูกบอลคูณด้วย specific weight ของน้ำที่ 20°

$$F_{\mathrm{b}=v_{2\gamma}}$$

$$F_{\mathrm{b}=(0.2m^2)(9790\ n/m^3\ )}$$

$$F_{b=1958\ n}$$


Turbulent boundary layer
Laminar boundary layer
Motion of sphere
Region of turbulence


B
Cp = 0.36
Cp = 1.20
C
Cp = 0.26
A

Flotation

คือความสามารถในการลอยตัวในตัวกลางที่เป็นของเหลว ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่าง *body, s buoyancy* และน้ำหนักตัว ถ้าน้ำหนักตัวและ *buoyancy* มีขนาดเท่ากัน ร่างกายจะลอยอยู่ในสภาวะนิ่ง ถ้าน้ำหนักตัวมากกว่า *buoyancy force* ร่างกายจะจม

Flotation of human body

ในการศึกษาทางชีวกลศาสตร์ *buoyancy* เป็นสิ่งที่หน้าสนใจ เพราะเกี่ยวข้องกับการลอยตัวของร่างกายในน้ำ บางคนไม่สามารถลอยตัวได้ถ้าไม่มีการเคลื่อนไหว บางคนก็สามารถลอยตัวได้เพียงออกแรงเล็กน้อย ความแตกต่างในการลอยตัวนี้เนื่องมาจากความหนาแน่นของร่างกาย

เนื่องจากความหนาแน่นของกระดูกและกล้ามเนื้อมากกว่าความหนาแน่นของไขมัน ดังนั้นคนที่มีกล้ามเนื้อมากจะมีความหนาแน่นของร่างกายมากกว่าคนที่มีไขมันมาก ดังนั้นในการระบุปริมาตรร่างกายของคนสองคน คนที่มีความหนาแน่นของร่างกายมากกว่าจะมีปริมาตรของร่างกายมากกว่า

การที่เกิดการลอยตัวของร่างกายปริมาตรของร่างกายจะต้องมากพอที่จะสร้าง *buoyancy force* ให้มากกว่าหรือเท่ากับน้ำหนักตัว คนจำนวนมากสามารถลอยตัวได้เพียงหายจัยเข้าลึกๆ เพื่อให้ปริมาตรปอดเพิ่มขึ้นซึ่งเป็นการเพิ่มปริมาตรของร่างกายโดยไม่ต้องเปลี่ยนแปลงน้ำหนักตัว

ท่าทางในการลอยตัวในน้ำสามารถหาได้จากความสัมพันธ์ระหว่าง *Center of gravity* และ *Center of volume* โดยทั่วๆไปแล้ว *Center of gravity* จะอยู่ต่ำกว่า *Center of volume* ขึ้นอยู่กับปริมาตรของปอด ถ้าตำแหน่งของจุดทั้งสองไม่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันในแนวดิ่งจะเกิด *Torque* ทำให้ร่างกายหมุนจนกระทั่งจุดทั้งสองมาอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน

Drag

คือแรงซึ่งเป็นสาเหตุจากการเคลื่อนไหวของของเหลวที่กระทำในทิศทางเดียวกับการไหล โดยทั่วๆ ไปแล้ว *Drag* คือแรงต้านทาน ซึ่งเป็นแรงที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ช้าลง ขณะกำลังเคลื่อนที่ผ่านของเหลว

Drag force ที่กระทำกับวัตถุเคลื่อนไหวสามารถเขียนเป็นสูตรได้ว่า

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho A_P V^2$$

เมื่อ F_D คือ *drag force*

C_D คือ สัมประสิทธิ์ของ *force*

ρ คือ ความหนาแน่นของของเหลว

A_P คือ พื้นที่ผิวของวัตถุที่ตั้งฉากกับการไหลของของเหลว

V คือ ความเร็วของวัตถุ

ขนาดของ *drag* จะขึ้นอยู่กับรูปร่างของวัตถุ วัตถุที่มีลักษณะเพียวลมจะมีสัมประสิทธิ์ของ *drag* น้อยกว่า

สัมประสิทธิ์ของ *drag* ในกีฬาประเภทต่าง ๆ แสดงไว้ใน(ตาราง)

ถ้าสัมประสิทธิ์ของ *drag* คงที่ ความหนาแน่นของของเหลวคงที่ และพื้นที่ผิวของวัตถุคงที่ *drag* จะเพิ่มขึ้นโดยกำลังสองของความเร็ว

การเพิ่มหรือลดของความหนาแน่นของของเหลวมีผลต่อการเปลี่ยนแปลง *drag force* ความหนาแน่นของอากาศจะลดลงโดยการเพิ่มของความสูงจากระดับน้ำทะเล เช่น ในการแข่งขัน *olympic* ปี 1968 ที่ *Mexico* มีการทำลายสถิติโลกจำนวนมาก เนื่องจาก *Mexico* อยู่สูงจากระดับน้ำทะเลมาก ๙งอาจจะช่วยลดแรงต้านอากาศที่กระทำกับนักกีฬา จาก *Model* ทางคณิตศาสตร์ อธิบายว่า ในการวิ่ง 100 ม. จะมีผลต่อเวลา 0.08 *s* จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์แสดงให้เห็นว่า ความหนาแน่นของอากาศลดลงมากกว่า VO_2mex

แรงต้านทาน ที่ทำให้เกิด *Total drag force* แบ่งเป็น 3 ลักษณะ

1. *Skin friction*

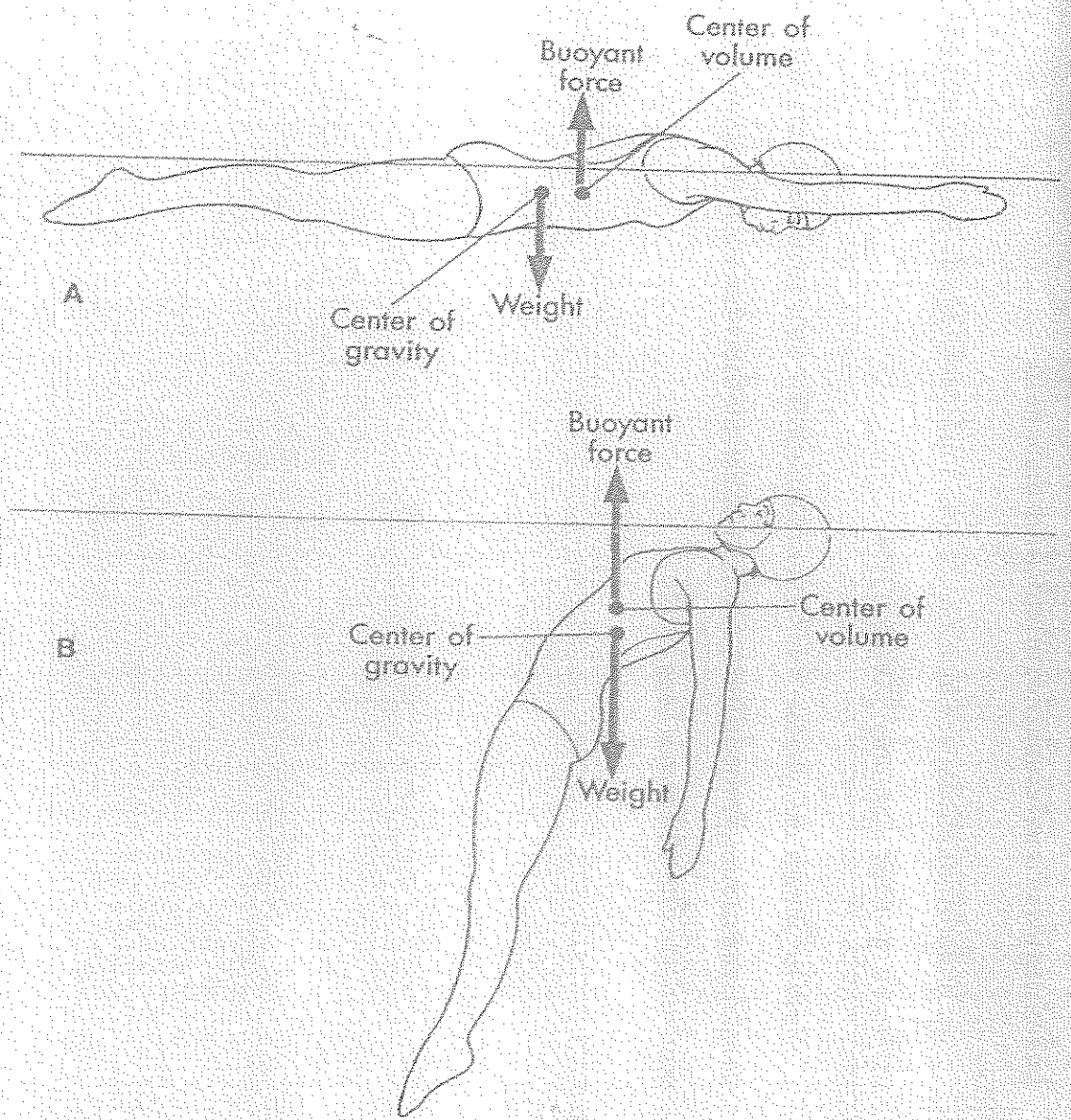
Skin friction ,*Surface drag* หรือ *Viscous drag* ที่เกิดจากการสัมผัสในลักษณะเลื่อนไถลของชั้นของเหลวที่อยู่ติดกับพื้นผิวของวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ โดยชั้นของของเหลวที่อยู่ติดกับวัตถุจะถูกทำให้ช้าลง เพราะปะทะกับผิวของวัตถุ ชั้นของเหลวที่อยู่ถัดไปจะเคลื่อนที่ช้าลงด้วย เพราะแรงเสียดทานระหว่างโมเลกุลที่อยู่ติดกัน

ปัจจัยที่มีผลต่อขนาดของ *Skin friction drag* คือ ความเร็วของการไหล พื้นที่ผิวของวัตถุ ความหยาบของพื้นผิว และความหนืดขอของเหลว

จากปัจจัยเหล่านี้ สิ่งที่นักกีฬาสามารถเปลี่ยนแปลงได้ทันที คือ ความหยาบของพื้นผิว นักกีฬาที่ใส่เสื้อผ้ารัดรูป ๙งทำจากผ้าเรียบจะดีกว่าที่ใส่เสื้อผ้าหลวมและหยาบ

การใส่เสื้อผ้าที่มีเนื้อผ้าเรียบจะช่วยลด *drag* ได้ *10%* รวมถึงถุงเท้า รองเท้า เชือกผูกรองเท้าและการโกนขน สามารถช่วยลด *drag* ได้มากกว่า *10%*

ปัจจัยอื่นที่มีผลต่อ *Skin friction* ที่นักกีฬาควรเปลี่ยนแปลงคือ ขนาดของพื้นที่ผิวสัมผัส การบรรทุกผู้โดยสารเช่นคนคัดท้ายเรือในการแข่งขันเรือ จะส่งผลต่อพื้นผิวสัมผัสของลำเรือและทำให้เพิ่มน้ำหนักเรือ เป็นผลให้ *friction drag* เพิ่มขึ้น


Buoyant force
Center of volume
A
Center of gravity
Weight
Buoyant force
Center of volume
B
Center of gravity
Weight

Form drag

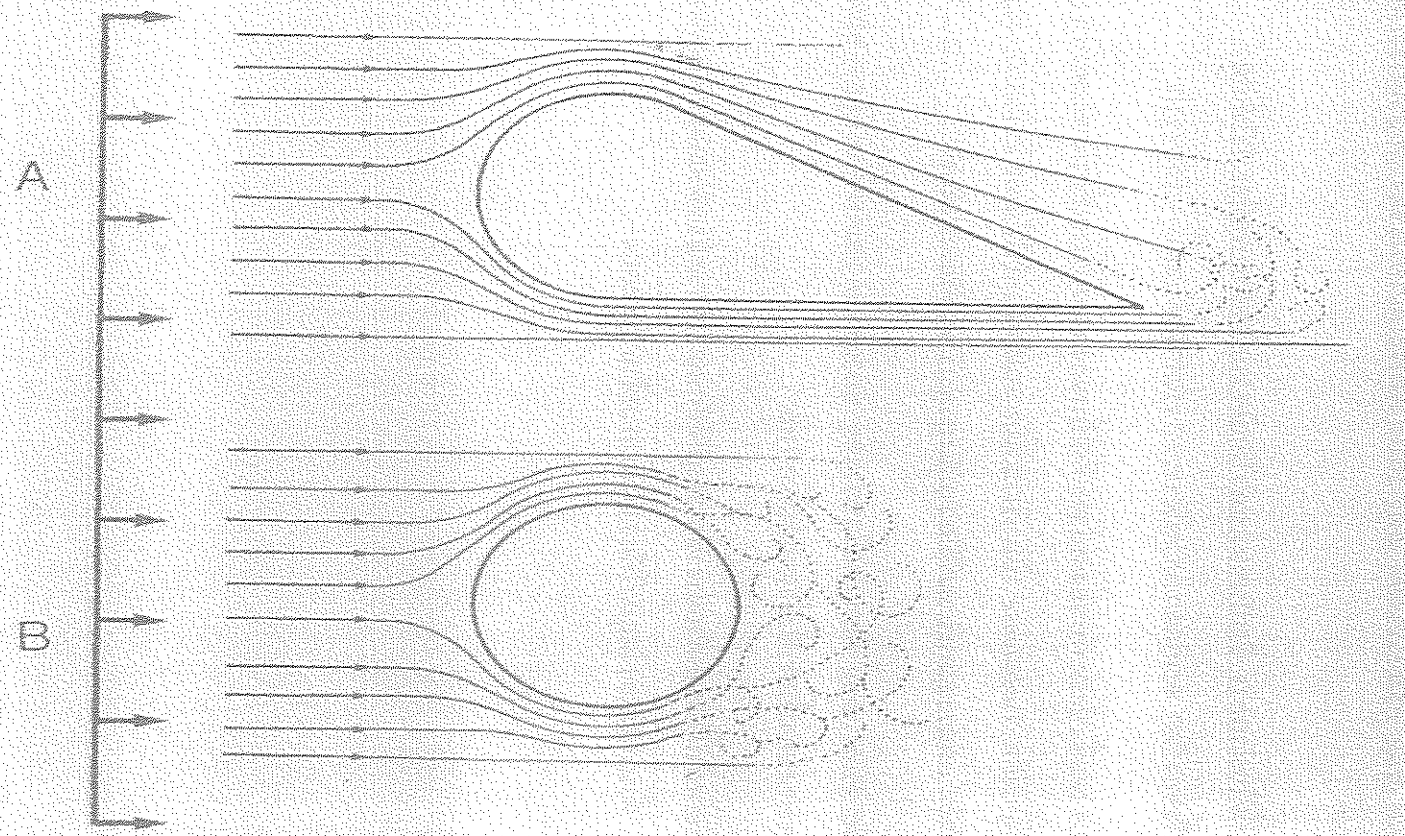
Form drag , Profile drag หรือ *Pressure drag* เป็นส่วนประกอบหนึ่งของ *drag* ที่กระทำต่อร่างกายขณะเคลื่อนที่

เมื่อร่างการเคลื่อนที่เป็นตัวกลาง ซึ่งเป็นของเหลวโดยมีความเร็วเพียงพอที่จะทำให้เกิด *Turbulence* ซึ่งด้านหลังของวัตถุ จะเกิดความแตกต่างระหว่างความดันรอบ ๆ วัตถุ (รูป)

บริเวณด้านหน้าของวัตถุซึ่งปะทะกับของเหลวจะเกิดเป็นของเหลวบริเวณที่มีที่มีความดันสูง บริเวณด้านท้ายของวัตถุจะเกิด *Turbulence* เป็นบริเวณที่มีความดันต่ำ ทำให้เกิดความแตกต่างระหว่างความดัน เป็นสาเหตุทำให้เกิดแรงจากบริเวณที่มีความดันสูงสู่บริเวณที่มีความดันต่ำ

ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อ *Form drag* คือความเร็วของวัตถุ ขนาดของความดันซึ่งจะค่อย ๆ ๆลดลงจากด้านหน้าไปด้านหลัง ขนาดของพื้นผิวซึ่งตั้งฉากกับการไหล

เราสามารถลดปัจจัยเหล่านี้ได้จากตัวอย่าง เช่น วัตถุที่มีลักษณะเพียวลมจะช่วยลดแรงดันอากาศโดยจะช่วยลด *Turbulence* ด้านหลังของวัตถุทำให้แรงดันอากาศด้านท้ายลดลง



(Figure 15-9). Assuming a more crouched body position also reduces the body's projected surface area oriented perpendicular to the fluid flow.

นักจักรยาน นักสเกต และนักสกีจะพยายามจัดท่าทางของร่างกายให้มีลักษณะเพียวลม เพื่อให้พื้นที่ของลำตัวซึ่งตั้งฉากกับอากาศ มีน้อยที่สุดแม้ว่าการก้มให้ต่ำในการแข่งขันจักรยานจะทำให้การใช้พลังงานมากขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับการปั่นที่ลำตัวตั้งตรง แต่จะช่วยลด *drag* ได้มากกว่า 10 เท่า เช่นเดียวกับการแข่งรถ เรือใบ เรือพาย

หมวกกันน็อคของนักปั่นจักรยานจะถูกออกแบบให้มีลักษณะลู่ลม รวมถึงตัวถังรถและแฮนด์มอเตอร์ไซด์ จะถูกออกแบบตามหลัก *Aerodynamic* เพื่อลด *drag*

ถ้าการไหลของของเหลวด้านหน้าของวัตถุเป็นการไหลแบบ *laminar* ของเหลวจะแยกออกจากผิวของวัตถุบริเวณด้านหน้าของวัตถุ ทำให้เกิดการสร้าง *Turbulence* ขนาดใหญ่ซึ่งมีแรงดันเป็นลมดังนั้นจึงทำให้เกิด *form drag* ขนาดใหญ่ขึ้น (รูป)

ในทางตรงกันข้ามถ้าการไหลของของเหลวด้านหน้าของวัตถุเป็นแบบ *Turbulence* จุดที่ทำให้เกิดการแยกออกจากวัตถุจะอยู่ด้านหลังของวัตถุ ทำให้เกิด *turbulent pocket* ที่เล็กกว่า จึงทำให้เกิด *form drag* น้อยกว่า

ปุ่มบนลูกกอล์ฟถูกสร้างขึ้นเพื่อทำให้เกิดชั้นอากาศที่เป็น *turbulent* บริเวณที่ของเหลวสัมผัสลูกกอล์ฟ เพื่อลด *form drag*

ตัวอย่างในกีฬาอื่น เช่น การปั่นจักรยานตามหลังรถคันอื่นในระยะใกล้ ๆ จะทำให้เกิดการดึงของกระแสลมช่วยในการลด *form drag*

Wave Drag

เป็น *drag* ที่กระทำระหว่างของเหลว 2 ชนิด ที่แตกต่างกัน เช่น น้ำกับอากาศ *drag* ชนิดนี้จะมีความสำคัญต่อนักว่ายน้ำ โดยเฉพาะว่ายในสระกลางแจ้ง เมื่อนักว่ายน้ำเคลื่อน *Segment* ของร่างกายผ่านอากาศ และผิวของน้ำ คลื่นจะถูกสร้างขึ้นบนน้ำ

ขนาดของ *Wave* จะเพิ่มขึ้นเมื่อเคลื่อนไหวร่างกายขึ้นลงบนผิวน้ำ การเพิ่มความเร็วในการว่ายความสูงของคลื่นด้านหน้านักว่ายน้ำจะเพิ่มขึ้นเป็นสัดส่วนตามความเร็ว

ด้วยเหตุผลนี้นักว่ายน้ำจึงพยายามอยู่ใต้น้ำให้ได้นานที่สุดเท่าที่กติกากำหนด เพื่อลด *wave drag* เช่นการว่ายท่ากรรเชียงอนุญาตให้อยู่ใต้น้ำได้ 15 เมตร หลังจากกลับตัว

α
Topspin
Relative low velocity flow
Relative high pressure
Magnus force
Relative high velocity flow
Relative low pressure
Backspin
Relative high velocity flow
Relative low pressure
Magnus force
Relative low velocity flow
Relative high pressure

Lift force

คือแรงที่ถูกสร้างในแนวตั้งฉากกับการไหลของของเหลว แม้คำว่า *Lift* เป็นคำที่อธิบายถึงแรงที่กระทำในแนวดิ่ง ซึ่งมีทิศขึ้นด้านบน แต่ในความเป็นจริงแล้วมันอาจเป็นทิศใดก็ได้ เมื่อกำหนดทิศการไหลของของเหลวและทิศทางของร่างกาย ปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่อขนาดของ *Lift* คือปัจจัยที่เหมือนกับที่ส่งผลกระทบต่อ *drag*

$$F_{\mathrm{L}} = \frac{1}{2}\mathrm{C_L}\rho A_{\mathrm{P}}\mathrm{V}^2$$

เมื่อ F_{L} คือ *Lift force*

C_L คือ สัมประสิทธิ์ของ *Lift*

ρ คือ ความหนาแน่นของของเหลว

A_P คือ พื้นที่ผิว

V คือ ความเร็ว

ปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่อขนาดของแรง ของของเหลวแสดงไว้ในตาราง

Foil shape

วิธีหนึ่งที่อาจทำให้เกิด lift force คือรูปร่างของวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ ซึ่งมีลักษณะคล้าย foil (รูป) เมื่อมีการไหลของของเหลวปะทะกับ foil ของเหลวจะถูกแยกออกจากกันบางส่วนจะไหลไปตามพื้นผิวที่เป็นส่วนโค้งด้านบน และบางส่วนจะไหลเป็นแนวตรงไปยังผิวที่ราบด้านตรงข้าม ของเหลวที่ไหลไปไหลไปบนพื้นผิวโค้งด้านบน จะมีความเร่งเป็นบวกเป็นการสร้างบริเวณที่มีความเร็วในการไหลสูง ความแตกต่างของความเร็วในการไหลในด้านที่เป็นส่วนโค้งของ foil จะต่างกันกับด้านตรงข้ามของ foil ที่มีลักษณะแบน ซึ่งทำให้เกิดความแตกต่างของความดันในของเหลว

จากความสัมพันธ์ที่ได้จากนักวิทยาศาสตร์ชาวอิตาลี Bernoulli กล่าวว่า บริเวณที่มีความเร็วของการไหลสูง จะเป็นบริเวณที่มีความดันต่ำ และบริเวณที่มีความเร็วในการไหลต่ำจะมีความดันสูง เมื่อเกิด

บริเวณแตกต่างของความดันขึ้น ผลก็คือเกิด lift force ในทิศทางตั้งฉากกับ foil จากบริเวณที่มีความดันสูงไปสู่ที่มีความดันต่ำ

ปัจจัยอื่น เช่น ความหนาแน่นของของเหลว และพื้นผิวด้านที่แบนราบของ foil เมื่อตัวแปรทั้งสองเพิ่มขึ้น lift ก็จะเพิ่มขึ้นและปัจจัยอื่นที่มีอิทธิพลก็คือ สัมประสิทธิ์ของ lift ซึ่งแสดงถึงความสามารถของวัตถุในการสร้าง lift

วัตถุที่มีรูปร่าง Semi-foil ซึ่งเคลื่อนที่แบบ Projectile เช่น จักร แหลน จะสร้าง Lift force เมื่ออยู่ในมุมที่เหมาะสม การเคลื่อนที่แบบ Projectile ของวัตถุทรงกลมเช่นลูกน้ำหนัก หรือลูกฟุตบอล ซึ่งมีลักษณะไม่เหมือน foil จึงไม่สามารถสร้าง Lift force ได้

มุมในการจัดวางตัวของวัตถุเรียกว่า angle of attack เป็นปัจจัยสำคัญที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ได้ไกลขึ้น (รูป) เมื่อมุมปะทะเพิ่มขึ้นจำนวนพื้นผิวของวัตถุที่ตั้งฉากกับการไหลเพิ่มขึ้น จึงทำให้จำนวนของ form drag ที่กระทำเพิ่มขึ้น

การที่จะให้ลอยได้ระยะทางไกลที่สุดสำหรับการเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์ เช่น จักหรือแหลน จะได้เปรียบเมื่อทำให้เกิด Lift สูงสุด และเกิด drag น้อยที่สุด

อย่างไรก็ตาม form drag จะน้อยที่สุดเมื่อมุมปะทะเป็นศูนย์ ซึ่งเป็นมุมที่ไม่เหมาะจะทำให้เกิด Lift มุมปะทที่เหมาะสม เพื่อให้ได้ระยะทางมากที่สุด คือมุมที่อัตราส่วนระหว่าง Lift/drag มากที่สุด

อัตราส่วนระหว่าง Lift/drag สำหรับจักรที่ความเร็ว 24 m/s จะถูกสร้างที่มุมปะทะ 10° ปัจจัยที่สำคัญที่สุดที่จะให้ได้ระยะทางไกลที่สุด ทั้งจักรและแหลน คือ ความเร็วขณะปล่อย

งานวิจัยเกี่ยวกับ *Ski Jump* รายงานว่า ในช่วงแรกของการกระโดดของสกีควรทำมุมปะทะให้เล็กเพื่อลด *drag* ในช่วงหลังของการกระโดดควรเพิ่มมุมปะทะให้มากขึ้นเพื่อให้เกิด *Lift* สูงสุด

Magnus Effect

เมื่อวัตถุหมุนอยู่ในตัวกลางที่เป็นอากาศจะเกิด *Lift* ขึ้นด้วย โมเลกุลของชั้นของเหลวที่อยู่ติดกับวัตถุที่หมุน ก็จะหมุนไปกับวัตถุ เมื่อเกิดสิ่งเหล่านี้ขึ้นโมเลกุลของเหลวจากด้านหนึ่งของวัตถุที่กำลังหมุนจะปะทะกับโมเลกุลที่ไหลอย่างอิสระ (รูป)

สิ่งนี้จะทำให้เกิดบริเวณที่มีความเร็วต่ำและมีความดันสูง และในด้านตรงข้ามวัตถุที่กำลังหมุนชั้นผิวจะเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกันกับการไหลของของเหลวดังนั้นจึงทำให้เกิดบริเวณที่มีความเร็วสูงและมีความดันต่ำ ความแตกต่างของความดันที่สร้างขึ้นนี้เราเรียกว่า *"Magnus force "* ทิศทางของ Lift force จะเกิดจากทิศที่มีความดันสูงไปยังบริเวณที่มีความดันต่ำ

Magnus force จะส่งผลถึงวิถีของการลอยของวัตถุที่กำลังหมุนและเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์ เป็นสาเหตุให้เกิดการหักเหของวิถี โดยจะค่อยๆหักเหไปในทิศทางของการหมุน การหักเหนี้เราเรียกว่า *"Magnus effect "*

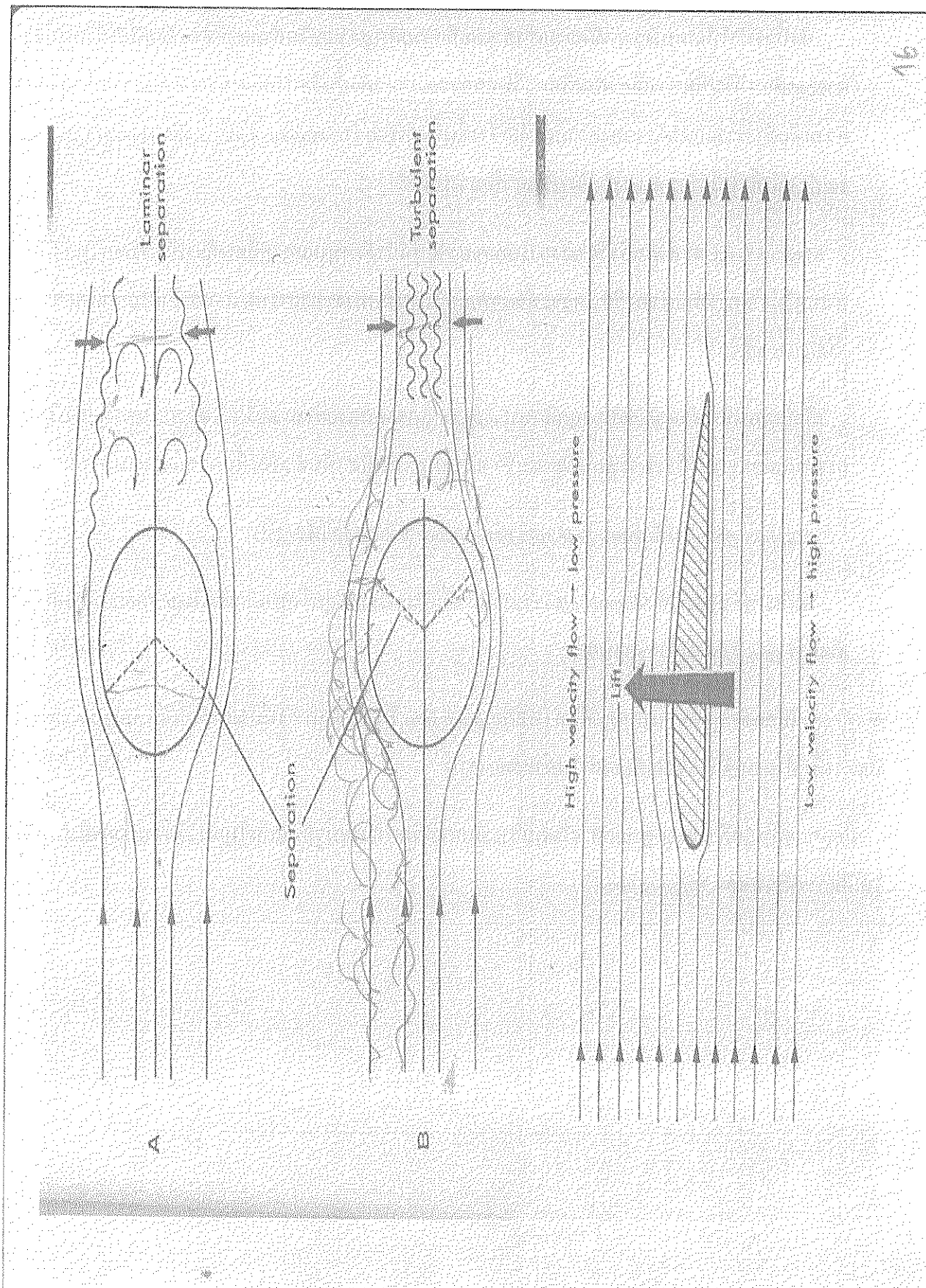
เมื่อลูกเทนนิสหรือลูกปิงปองถูกตีแบบ *topspin* ลูกจะตกลงอย่างลวดเร็ว ซึ่งเร็วกว่าการตีแบบไม่มีการหมุนและลูกบอลจะกระดอนต่ำและเร็ว ขนบนลูกเทนนิส เป็นตัวเพิ่มพื้นผิวของลูกในการดักอากาศ

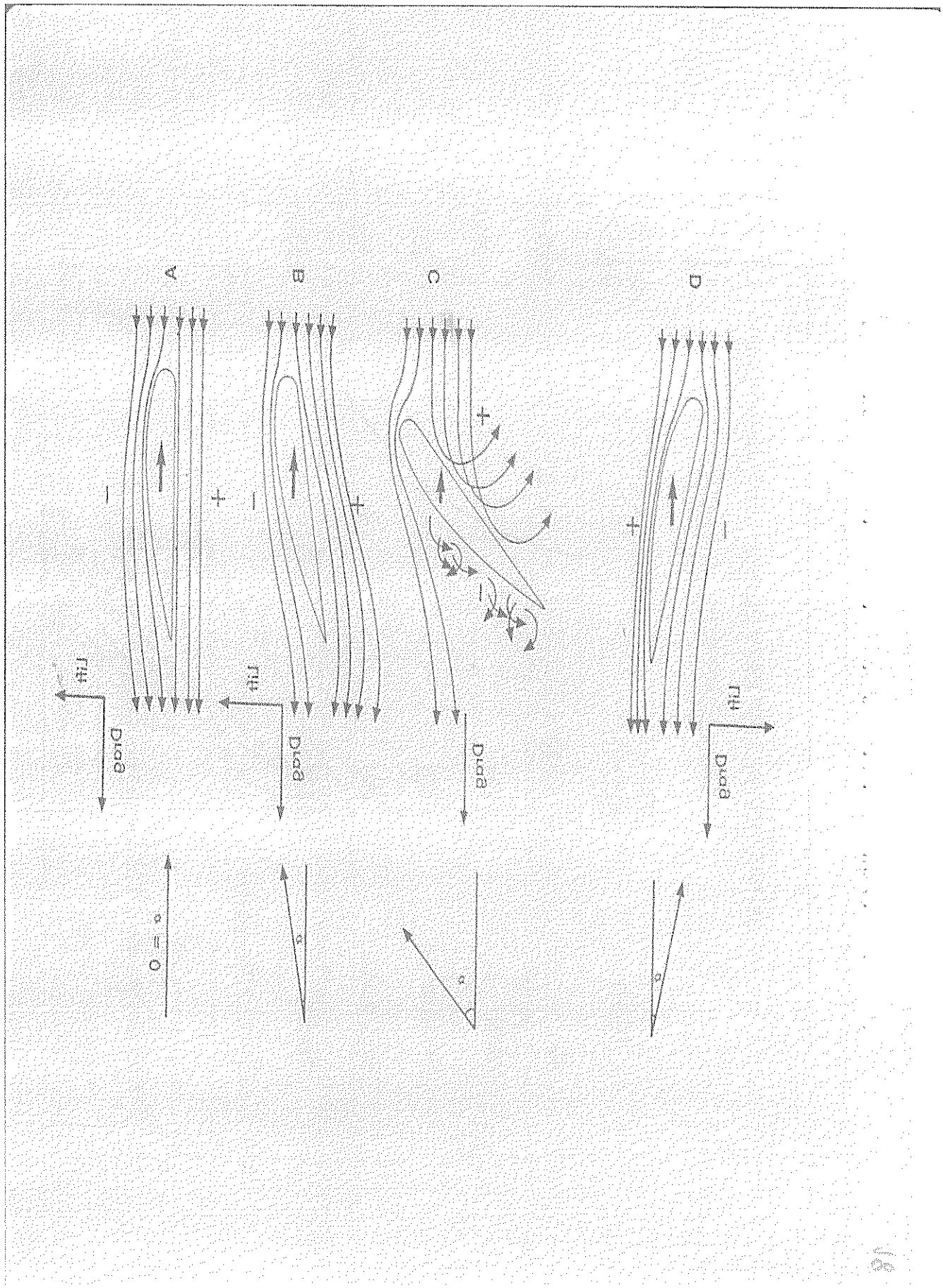
Magnus effect ในลักษณะ *Side spin* เช่น *pitcher* ขว้างบอลโค้ง (รูป)

ในกีฬาฟุตบอลก็ใช้ *Magnus effect* เช่นเดียวกันในขณะเตะลูกโทษนอกเขตโทษ โดยการเตะลูกให้เกิดการ *spin* ไปด้านข้างของบอล

ไม้กอล์ฟถูกออกแบบมาเพื่อทำให้เกิด *Back spin* ในการตีลูก ดังนั้นจะทำให้เกิด *Magnus force* ในทิศทางขึ้นด้านบนซึ่งจะช่วยเพิ่มเวลาในการลอย (รูป)

เมื่อลูกกอล์ฟถูกตี ผ่านจุดศูนย์กลางในแนวระดับอาจเกิดการหมุนรอบแกนในแนวดิ่งขึ้นด้วย เป็นสาเหตุให้เกิดการหักเหของ *Magnus force*


Laminar separation
Turbulent separation
Separation
A
B
High velocity flow — low pressure
Lift
Low velocity flow — high pressure


A
B
C
D
Lift
Drag
Lift
Drag
Lift
Drag
Lift
Drag
α = 0
α
α
α

APPROXIMATE PHYSICAL PROPERTIES OF COMMON FLUIDS

FLUID	DENSITY (KG/M^3)	SPECIFIC WEIGHT (N/M^3)	VISCOSITY (NS/M^2)
Air	1.20	11.8	.000018
Water	998	9,790	.0010
Sea water*	1,026	10,070	.0014
Ethyl alcohol	799	7,850	.0012
Mercury	13,550.20	133,000.0	.0015

*(10°C, 3.3% salinity)

Fluids are measured at 20°C and standard atmospheric pressure.

*(10°C, 3.3% salinity)

Backspin
Club head

ภาคผนวก

1.) $6 + (-4) = 2$

$10 + (-3) = 7$

$6 + (-8) = -2$

$10 + (-23) = -13$

$(-6) + (-3) = -9$

$(-10) + (-7) = -17$

2.) $5 - (-7) = 12$

$8 - (-6) = 14$

$-5 - (-3) = -2$

$-8 - (-4) = -4$

$-5 - (-12) = 7$

$-8 - (-10) = 2$

3.) $2 \times (-3) = -6$

$(-4) \times 5 = -20$

$9 \div (-3) = -3$

$(-10) \div 2 = -5$

4.) $3 \times 4 = 12$

$(-3) \times (-2)$ = 6

$10 \div 5$ = 2

$(-15) \div (-3)$ = 5

5^2 = 5×5

= 25

3^2 = 3×3

= 9

5^3 = $5 \times 5 \times 5$

= 125

3^3 = $3 \times 3 \times 3$

= 27

$\sqrt{25}$ = 5

$\sqrt{9}$ = 3

$\sqrt{25}$ = ± 5

$\sqrt{9}$ = ± 3

1.) $7-3+5$ = $4+5$

= 9

$5+2-1+10$ = $7-1+10$

= 6+10

= 16

2.) 10 ÷5 ×4 = 2×4

= 8

20÷4×3÷5 = 5×3÷5

= 15÷5

= 3

3.) 3+18÷6 = 3+3 = 6

9-2 ×3+7 = 9-6+7

= 3+7

= 10

8÷4+5-2×2 = 2+5-2 ×2

= 2+5-4

= 7-4

= 3

4.) 2×7+(10-5) = 2×7+5

= 14+5

= 19

20÷(2+2)-3 ×4 = 20÷4-3×4

= 5-3×4

$= \quad 5-12$

$= \quad -7$

EX.1 $2\times A+3\times 4 = 18$

$2A+12 = 18$

$2A = 18-2$

$2A = 6$

$A = 6/2$

$A = 3$

EX.2 $A^2-3^2 = 16$

$A^2-3\times 3 = 16$

$A^2-9 = 16$

$A^2 = 16+9$

$A^2 = 25$

$\sqrt{A^2} = \sqrt{25}$

$A = 5$

EX.3 $2(A+9)-5 = 7$

$2(A+9) = 7+5$

$2(A+9) = 12$

$A+9 = 12/2$

$A+9 = 6$

$A = 6-9$

$A = -3$

EX.4 $(A/5)-(2/3) = (1/2)$

$$\frac{A}{5}-\frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{A}{5} = \frac{1}{2}+\frac{2}{3}$$

$$\frac{A}{5} = \frac{1\times 3+2\times 2}{2\times 3}$$

$$\frac{A}{5} = \frac{3+4}{6}$$

$$\frac{A}{5} = \frac{6}{7}$$

$$A = 5\times\frac{6}{7}$$

$$A = \frac{35}{6}$$

$A = 5.8333$

พื้นฐานทางคณิตศาสตร์สำหรับชีวกลศาสตร์

การศึกษาด้านชีวกลศาสตร์ไม่ว่าจะศึกษาด้านคิเนแมติกส์ หรือด้านคิเนติกส์ก็ตาม ความรู้ด้านคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นประการหนึ่งที่จะต้องใช้อยู่เป็นประจำ โดยเฉพาะเมื่อต้องการวิเคราะห์การเคลื่อนไหวของร่างกายเชิงปริมาณ ซึ่งต้องมีการวัดสิ่งต่างๆ ที่เกี่ยวข้องเข้ามาคำนวณ และวิเคราะห์ผลออกมา ดั้งนั้นจึงควรทำความเข้าใจกับพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต่อการศึกษาชีวกลศาสตร์ไว้เป็นเบื้องต้น

ระบบการวัดในชีวกลศาสตร์

ในประเทศต่างๆ มีการใช้มาตราสำหรับวัดปริมาณสิ่งต่างๆ แตกต่างกันไปหลายแบบ เช่น การวัดระยะทาง มาตราของไทยจะเป็น นิ้ว คืบ ศอก วา ในขณะที่ในมาตราอังกฤษจะวัดเป็น นิ้ว ฟุต หลา ไมล์ และมาตราของฝรั่งเศสหรือมาตราเมตริกจะวัดเป็น เซ็นติเมตร เมตร กิโลเมตร ทำให้เกิดความยุ่งยากในการติดต่อสื่อสารกัน ได้มีความพยายามที่จะปรับมาตราที่ใช้ในการวัดต่างๆ ให้เป็นมาตราเดียวกันโดยเฉพาะผู้ที่อยู่ในวงการวิทยาศาสตร์สาขาต่างๆ จึงได้ประชุมทำความตกลงกำหนดหน่วยการวัดปริมาณสิ่งต่างๆ เป็นอันหนึ่งอันเดียวกัน

SI Units

มาตรการวัดที่มีการตกลงใช้เป็นมาตรฐานทั่วไปโยเฉพาะในด้านวิทยาศาสตร์รวมทั้งด้านชีวกลศาสตร์ด้วยนั้นเรียกว่า International System or Units หรือเรียกย่อๆ ว่า SI Units ซึ่งเป็นคำย่อมาจากภาษาฝรั่งเศส ซึ่งมีพื้นฐานมาจากระบบเมตริก ซึ่งเป็นระบบทศนิยม จึงสะดวกต่อการคำนวณมากขึ้น

การเขียนรายงานค้นคว้าวิจัยต่างๆ ในด้านชีวกลศาสตร์ปัจจุบันจะใช้ SI Units ทั้งสิ้น ถึงแม้ว่าในบางประเทศจะใช้ระบบอังกฤษในชีวิตประจำวันก็ตามโดยเฉพาะประเทศอังกฤษและสหรัฐอเมริกา แต่ประเทศต่างๆ ส่วนใหญ่ได้พยายามเปลี่ยนให้มาเป็นแนวเดียวกันแล้ว เช่น ประเทศออสเตรียซึ่งเดิมใช้ระบบอังกฤษ ก็ได้เปลี่ยนมาใช้ระบบเมตริกตั้งแต่ ปี 1974 เป็นต้นมา

หน่วยที่ใช้ใน SI Units ที่เป็นหน่วยหลักและเกี่ยวข้องกับชีวกลศาสตร์ เฉพาะที่สำคัญมีดังต่อไปนี้

ปริมาณที่วัด	สัญลักษณ์	หน่วยวัด	ตัวย่อ
ระยะทาง	l	เมตร(meter)	ม.(m)

มวล	Mกิโลกรัม	(kilogram)	กก.(Kg)
เวลา	tวินาที	(second)	ว.(s)
มุมบนพื้นที่	-เรเดียน	(radian)	rad
แรง	Fนิวตัน	(newton)	N
กำลัง	Pวัตต์	(Watt)	W

นอกจากนี้ยังมีคำใช้เติมข้างหน้าหน่วยวัด เพื่อย่อยหรือขยายหน่วยปกติที่ใช้ให้เล็กลงหรือใหญ่ขึ้นอีกด้วย เช่น

เมกกะ(mega)	ใช้สัญญลักษณ์	M	มีค่า	1ล้านเท่า
กิโล(kilo)	”	k		1พันเท่า
เซนติ(centi)	”	c		1/100เท่า
มิลลิ(milli)	”	m		1/1,000เท่า
ไมโคร(micro)	”	μ		1ในล้านเท่า

ตัวอย่างการใช้คำที่เติมข้างหน้าหน่วยวัดเหล่านี้ เช่น 1 กิโลวัตต์ มีค่าเท่ากับ 1 พันวัตต์ หรือ 1 มิลลิวินาที มีค่า 1 ในพันวินาที เป็นต้น

นอกจากนี้ก็ยังมีหน่วยซึ่งเป็นหน่วยหลักต่างๆ เช่น อัตราความเร็วมีหน่วยเป็น เมตร/วินาที เป็นต้น ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความหมายของปริมาณที่ต้องการวัดค่าว่ามีความสัมพันธ์กับหน่วยหลักต่างๆในลักษณะใด

การเปลี่ยนหน่วยอื่นเป็น SI units

ปัจจุบันระบบที่ใช้ในการวัดซึ่งเป็นที่นิยมกันอย่างแพรหลายนอกจาก SI units ก็มีเพียงระบบเมตริกและระบบอังกฤษ เท่านั้น แต่เนื่องจากระบบเมตริกนั้นเป็นพื้นฐานของ SI units ซึ่งมีหน่วยพื้นฐานต่างๆ เป็นระบบเดียวกันเป็นส่วนใหญ่ จึงไม่มีปัญหาในการเปลี่ยนหน่วยการวัด แต่ในระบบอังกฤษนั้นแตกต่างไปโดยสิ้นเชิงดั้งนั้นจึงมีการเปลี่ยนแปลงหน่วยวัดในระบบอังกฤษมาเป็น SI units ทั้งนี้ในปัจจุบันยังมีตำราหรือรายงานวิจัยบางส่วนที่ใช้ระบบอังกฤษอยู่มากพอสมควร

การเปลี่ยนหน่วยในระบบอังกฤษมาเป็น SI units ก็สามารถทำได้โดยไม่อยากนัก โดยการเทียบสัดส่วนหน่วยพื้นฐานต่างๆ เช่น 1 เมตร เทียบเท่ากับ 3.33 ฟุต หรือ 1 ไมล์ เท่ากับ 1.609 กิโลเมตร เป็นต้น

การเปลี่ยนหน่วยวัดเหล่านี้ถ้าทราบถึงสัดส่วนของหน่วยพื้นฐานต่างๆ ก็จะทำได้ง่ายขึ้น โดยเฉพาะถ้าเป็นหน่วยผสมของหน่วยพื้นฐาน หรือหน่วยหลัก ตาราง 2.1 ได้แสดงสัดส่วนที่ใช้เป็นตัวคูณ เพื่อเปลี่ยนหน่วยวัดจากระบบหนึ่งเป็นอีกระบบหนึ่งตามที่ต้องการ

ตาราง 2.1 แสดงตัวคูณสำหรับการเปลี่ยนหน่วยวัดที่ใช้เป็นประจำ

หน่วยวัดที่มี	หน่วยวัดที่ต้องการ	ตัวคูณ
เมตร	ฟุต	3.28
ฟุต	เมตร	0.305
กิโลเมตร	ไมล์	0.6214
ไมล์	กิโลเมตร	1.609
ปอนด์	กิโลกรัม	0.4536

ตัวอย่าง จะเปลี่ยนอัตราความเร็ว 30 เมตร/วินาที ให้เป็นฟุตต่อวินาที

วิธีทำ 30 เมตร/1 วินาที x 3.28 ฟุต/1 เมตร = 30 x 3.20 ฟุต/1 วินาที

= 98.4 ฟุต/วินาที

ปริมาณเวคเตอร์และปริมาณสเกลาร์

ในการวัดปริมาณใด ๆ ก็ตามผลที่ได้จากการวัดจะเป็นตัวเลขที่แสดงถึงขนาดของปริมาณที่วัดได้ ซึ่งจะต้องมีหน่วยบอกมาตราที่ใช้หน่วยในระบบใดจึงจะทำให้เข้าใจได้ตรงกันเช่น ระยะทาง 3 กิโลเมตร ถ้าไม่ใส่หน่วยไว้อาจจะทำให้เกิดเข้าใจผิดได้ว่าเป็น 3 ไมล์ หรือ 3 เส้น แต่ในกรณีของกลศาสตร์ การวัดเฉพาะขนาดของปริมาณบางครั้งอาจจะไม่พอเพียง ไม่สามารถที่จะอธิบายรายละเอียดได้เท่าที่ต้องการ

จำเป็นต้องบอกทิศทางด้วย การวัดปริมาณในชีวกลศาสตร์จึงแบ่งออกได้เป็น 2 ลักษณะคือ ปริมาณเวคเตอร์ และปริมาณสเกลาร์

ปริมาณสเกลาร์

การวัดปริมาณที่ยอกเฉพาะขนาด (magnitude) นั่นคือบอกเป็นตัวเลขและมีหน่วยการวัดกำกับเรียกว่า ปริมาณสเกลาร์ (scalar quantity) การวัดปริมาณในลักษณะนี้จะไม่คำนึงถึงทิศทาง เช่น ระยะทาง 3 กิโลเมตร อัตราความเร็ว 45 กิโลเมตร / ชั่วโมง เวลา 30 นาที หรือ อุณหภูมิ 38 องศาเซลเซียส เป็นต้นปริมาณสเกลาร์นี้อาจจะนำมา บวก ลบ คูณ หาร ตามวิธีเลขคณิตก็ได้

ปริมาณเวคเตอร์

ถ้าจะต้องบอกว่าแรงที่กระทำต่อวัตถุมีขนาด 2.5 นิวตัน อาจจะไม่สามารถบอกได้ว่าจะมีผลอย่างไร ถ้าวัตถุนั้นวางอยู่บนพื้นและแรงทั้งหมดกระทำต่อวัตถุในแนวดิ่ง วัตถุนั้นอาจจะอยู่นิ่งอย่างเดิม แต่ถ้าแรงทั้งหมดกระทำอยู่ในแนวขนานพื้น วัตถุนั้นจะมีอัตราเร่งในทิศทางเดียวกันกับทิศทางของแรงที่มากกว่าทำการบอกทิศทางที่แรงกระทำต่อวัตถุจะช่วยให้ทราบได้ว่า วัตถุนั้นจะเคลื่อนที่หรือไม่ในลักษณะใดและทิศทางใด การวัดปริมาณที่บอกทั้งขนาดและทิศทาทาง เช่นนี้เรียกว่าปริมาณเวคเตอร์ (vector quantity)

ปริมาณเวคเตอร์ไม่สามารถนำมา บวก ลบ คูณ หาร ตามวิธีเลขคณิตได้โดยตรงแต่ต้องอาศัยวิธีการทางเรขาคณิต นอกจากว่าจะมีทิศทางอยู่ในแนวเดียวกันจึงสามารถ บวก ลบกันได้โดยตรง

ปริมาณเวคเตอร์มักจะแสดงด้วย เส้นตรงแทนขนาดและลูกศรแทนทิศทาง เพื่อให้สะดวกในการคำนวณ โดยการเขียนเส้นตรงนั้นจะเป็นมาตราส่วนเดียวกันทั้งหมด ผลที่ได้จากการรวมปริมาณเวคเตอร์เดี่ยว ๆ ก็จะมีผลเหมือนกันกับผลของปริมาณเวคเตอร์ทั้งหมดรวมกัน ความของเส้นตรงที่ใช้แสดงแทนผลรวม ก็จะบอกถึงขนาดของผลในขณะที่ลูกศรก็จะบอกถึงทิศทางของผลรวมด้วย

ในกรณีที่ปริมาณเวคเตอร์ตั้งแต่ 2 ปริมาณขึ้นไปเราสามารถหาผลรวมได้โดยวิธีการรวมปริมาณเวคเตอร์ (composition of vectors) และในกรณีที่มีผลรวมอยู่ก็อาจจะแยกออกเป็นปริมาณเวคเตอร์ย่อย 2 ปริมาณ ได้โดยใช้วิธีการแยกปริมาณเวคเตอร์ (resolution of vectors)

การรวมและการแยกปริมาณเวคเตอร์ อาจจะทำโดยการใช้เขียนปริมาณเวคเตอร์ด้วยเส้นตรงและลูกศรเชื่อมกันทั้งหมด ซึ่งจะทำได้ 2 ลักษณะคือ การสร้างรูปหลายเหลี่ยมของปริมาณเวคเตอร์ (polygon of vectors) และรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานของเวคเตอร์ (parallelogram)

รูปหลายเหลี่ยมของปริมาณเวคเตอร์

ในการหาผลรวมของปริมาณเวคเตอร์นั้น ถ้าปริมาณเวคเตอร์อยู่ในแนวเดียวกันก็สามารถ บวก ลบ กันได้โดยกำหนดให้ทิศทางใดทิศทางหนึ่งเป็นบวกทิศทางตรงกันข้ามเป็นลบ ตัวอย่างในรูป 2.1 มีแรง 4 แรงอยู่ในแนวเดียวกัน มีขนาด 4,3,5 และ 4 N ตามลำดับ แรงที่ 4 มีทิศทางตรงกันข้ามกับแรงที่เหลืออีก 3 แรง ดังนั้นผลรวมของแรงทั้ง 4 แรงนี้จะมีค่าเป็น $\vec{R}$ = 4 + 3 + 5 - 4 = 8 N

รูป 2.1 แสดงการรวมเวคเตอร์หลายเวคเตอร์ซึ่งอยู่ในแนวเดียวกัน

ถ้าปริมาณเวคเตอร์ไม่ได้อยู่ในแนวเดียวกัน การหาผลรวมก็อาจจะทำได้โดยเขียนเส้นตรงและลูกศรแทนปริมาณเวคเตอร์แต่ละอันต่อเชื่อมกันโดยให้มีทิศทางเวียนต่อเนื่องกันไปเรื่อย ๆ และเขียนเส้นตรงและลูกศรเชื่อมต่อระหว่างจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายเส้นตรงและลูกศรที่เขียนเชื่อมต่อนี้จะแทนผลรวมของปริมาณเวคเตอร์ ดังตัวอย่างในรูป 2.2 จะหาผลรวมของแรงตั้งแต่ 2 แรงขึ้นไปได้โดยเขียนรูปหลายเหลี่ยมของแรงและ $\vec{F}_R$ จะเป็นแรงรวม

รูป 2.2 แสดงการรวมเวคเตอร์ตั้งแต่ 2 เวคเตอร์ขึ้นไปโดยใช้รูปหลายเหลี่ยม

รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานของเวคเตอร์

ในการรวมปริมาณของเวคเตอร์ 2 ปริมาณอาจจะทำได้โดยการเขียนเวคเตอร์จากจุดเริ่มต้นเดียวกันก็ได้ แล้วลากเส้นขนานกับปริมาณเวคเตอร์ และเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจากจุดเริ่มต้นของปริมาณเวคเตอร์ทั้งสองนั้น ดังตัวอย่างรูป 2.3 $\vec{F}_R$ จะเป็นแรงรวมของแรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ แรงคือ และ

รูป 2.3 แสดงการรวมเวคเตอร์ 2 เวคเตอร์ โดยใช้รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ในกรณีที่มีปริมาณเวคเตอร์มากกว่า 2 ปริมาณขึ้นไป ก็อาจจะหาผลรวมด้วยวิธีนี้ได้เช่นกันโดยการรวมปริมาณเวคเตอร์ทีละคู่ ดังรูป 2.4 ผลรวมของ F และ F คือ F และผลรวมของ F_2 และ F คือ หาผลรวมของ F และ F เป็น F_R ซึ่งก็คือผลรวมของ F และ F และ F_D นั่นเอง

รูป 2.4 แสดงการรวมเวคเตอร์หลายเวคเตอร์โดยใช้รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

การคำนวณหาผลรวมของปริมาณเวคเตอร์

การหาผลรวมของปริมาณเวคเตอร์โดยวิธีสร้างรูปหลายเหลี่ยม หรือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน นั้นต้องอาศัยความละเอียดรอบคอบเป็นอย่างมาก เนื่องจากการเขียนเส้นตรงและทิศทางของลูกศรจะต้องแทนขนาดและทิศทางปริมาณเวคเตอร์อย่างพอดี ถ้าความยาวของเส้นตรง หรือ มุมที่เขียนผิดพลาดไปเพียงเล็กน้อยก็จะทำให้ผลรวมที่ได้นั้นก็ผิดพลาดไปด้วยดังนั้น ผู้ที่ศึกษา ค้นคว้าด้านชีวกลศาสตร์ จึงมักจะใช้วิธีคำนวณ โดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ในกรณีที่ปริมาณเวคเตอร์เป็นมุมฉากกันและกันหรือเป็นมุมฉากกับผลรวม การคำนานหาผลรวมก็สามารถทำได้ง่ายโดยใช้ทฤษฎีของ ปิธากอรัส ที่ว่า กำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉากจะเท่ากับผลรวมของด้านอีกสองด้าน ซึ่งจะเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$c^a = a^2 + b^2$$

เมื่อ c เป็น ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก a เป็น ความยาวของด้านที่ประกอบมุมฉากด้านหนึ่ง b เป็น ความยาวของด้านที่ประกอบมุมฉากอีกด้านหนึ่งถ้ารู้ความยาวของด้านสองด้าน ก็จะสามารถหาความยาวของด้านที่สามได้ โดยแทนค่าในสมการข้างบนดังตัวอย่างรูป F_A 2.5 แรง มีขนาด F_B 6 N แรง มีขนาด 8 N กระทำต่อวัตถุเป็นมุมฉากซึ่งกันและกันจะสามารถหาแรงรวม F_R ได้ดังนี้

$$F_R^2 = F_A^2 + F_B^2$$

$$= 6^2 + 8^2$$

$$F_R = \sqrt{36+64}$$

$$= 10N$$

รูป 2.5 แสดงการรวมเวคเตอร์ 2 เวคเตอร์ ที่ตั้งฉากกันโดยใช้ทฤษฎีของ ปีธากอรัส

ทฤษฎีของ ปีธากอรัส จะใช้ได้เฉพาะกับสามเหลี่ยมมุมฉากเท่านั้น แต่ถ้าปริมาณเวคเตอร์ทั้งสองปริมาณ ไม่ได้ทำมุมฉากซึ่งกันและกัน ก็จะสามารถคำนวณหาผลรวมได้โดยใช้พื้นฐานความรู้คณิตศาสตร์ด้านตรีโกณมิติ

The Law of Cosines

ในกรณีที่รู้ขนาดของปริมาณเวคเตอร์ 2 ปริมาณ และรู้มุมระหว่างปริมาณเวคเตอร์ทั้งสองนั้น จะสามารถคำนวณหาผลรวมได้โดยใช้กฎของ cosine ที่ว่า

กำลังสองของด้านใดด้านหนึ่งของสามเหลี่ยมเท่ากับผลรวมของกำลังสองของด้านอีสองด้าน ลบด้วย 2 เท่าของผลคูณของด้านทั้งสองและ cosine ของมุมระหว่างด้านทั้งสองด้าน ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$C^2 = a^2 + b^2 - 2$$

ab cos

ตัวอย่างการหาผลรวมโดยใช้กฎของ cosine จากรูป 2.6 แรง F_A มีขนาด 12 N ทำมุม 127 องศา กับแรง F ซึ่งมีขนาด 25 N จะหาแรงรวมได้โดยแทนค่าในสมการดังนี้

$$F_R^2 = F_A^2 + F_B^2 - 2F_AF_B$$

Cos 127

$$= 12^2 + 25^2 - 2\ (12)\ (25)\ (\cos\ 127)$$

รูป 2.6 แสดงการหาผลรวมของเวคเตอร์โดยใช้กฎของ cosine

ค่าของ cosine ของที่มุมเกิน จะเท่ากับค่าของ cosine ของมุมประกอบแต่มีค่าเป็นลบ ดังนั้น

$$\cos\ 127 = -\cos\ (180 - 127)$$

$$= -\cos\ 53$$

เมื่อเปิดตารางค่า cosine ของมุมต่าง ๆ พบว่า cos 53 มีค่า 0.6018 ดังนั้น

$$F_R^2 = 144 + 625 - 2(300)\ (-0.6018)$$

$$= 769 - (-361)$$

$$F_R = \sqrt{1130}$$

$$= 33.6\ \text{N}$$

The Law of Sines

จากตัวอย่างในรูป 2.6 เราสามารถหาแรงรวมของแรง 2 แรง ได้ว่ามีขนาดเท่าใด แต่ยังไม่สามารถหาทิศทางที่แน่นอนได้ ในกรณีนี้เราสามารถใช้กฎของ sine เพื่อหามุมระหว่างแรงรวมกับแรง F หรือมุมระหว่างแรง B ก็ได้ ซึ่งกฎของ sine ระบุว่าไว้ว่า

ในรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ด้านทั้งสามจะเป็นสัดส่วนกับ sine ของมุมตรงข้ามด้านนั้น ๆ ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\frac{a}{\sin\ A} = \frac{b}{\sin\ B} = \frac{c}{\sin\ C}$$

จากสมการนี้เราสามารถหาค่ามุมระหว่าง F_R กับ F_A ได้ดังนี้

$$\frac{Bc}{\sin\ A} = \frac{AC}{\sin\ B}$$

$$\frac{25}{\sin\ A} = \frac{33\ .6}{\sin\ 127}$$

ค่าของ sine ที่เกิน 90 จะมีค่าเท่ากับค่าของ sine ของมุมประกอบ ดังนั้น

sin 127 องศา = sin (180 – 127) องศา

= sin 53 องศา

เมื่อเปิดตารางหาค่า sine ของมุมต่าง ๆ พบว่า sin 53 องศามีค่า 0.7986 ดังนั้น

25 / sin A = 33.6 2 0.7986

sin A = 25 x 0.7986 / 33.6

= 0.594

เมื่อเปิดตารางหาค่า sine ของมุมต่าง ๆ พบว่ามุม A จะเท่ากับ 37 องศา

บรรณานุกรม

กานดา ใจภักดี และ ชูศักดิ์ เวชแพศย์. วิทยาศาสตร์การเคลื่อนไหวของการกีฬา กรุงเทพมหานคร : คระแพทย์ศาสตร์ศิริราชพยาบาล

Hay James G. The Biomechanics of sports Techniques Englewood Cliffs, NT : Prentic – hall, 1978

Northrip , John W. ; Logan , Gene A. ; and Mckinney , Wayne c. Introduction To Biomechanics Analysis Of_sport, Iowa : Wm. C. Brown Publisher. 1979.

Dainty, David A., and Robert Norman. Standardizing Biomechanics : testing in Sport. Champaign : Human Kinetics Publishers, 1988

Gowitke , Barbare A., and Morris Milnor. Scienific Bases Of Human Movement. 3rd . ed., Baltimore : Williams &Wilkins. 1988

Hay, james G. The Biomechanic Of Sports Tehcniques. 3rd.ed., Englewood Cliffs. New Jersey : Prentice Hall, 1989

Hay, james G., and J. Gavin Reid. The Anatomical and Mechanical Bases Of Human Motion. Snglewood Cliffs, New Jersey : Prentice-hall, 1989

Simonian, Charles. Funfdamentals Of Sports Biomechanics. Englewood Cliffs, Newjersy : Prentice-hall, 1989

Yuasa, Kagemoto. Basic Concept Of Sport Science Research and Its Aplication. Chukyo University, 1989