รหัสโครงการ SUT7-707-42-12-22

รายงานการวิจัย

การคำนวณการไหลที่ต่ำกว่าเสียงแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้ เพื่อมุ่งไปสู่อุโมงค์ลมเชิงตัวเลข

(Computation of Compressible Turbulent Subsonic Flow towards a Numerical Wind Tunnel)

คณะผู้วิจัย

หัวหน้าโครงการ

อาจารย์ ดร.เอกชัย จันทสาโร

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ผู้ร่วมวิจัย

นายบุญลือ สวัสดิ์มงคล

ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ พ.ศ. 2542

ผลงานวิจัยเป็นความรับผิดชอบของหัวหน้าโครงการวิจัยแต่เพียงผู้เดียว

พฤษภาคม 2544

กิตติกรรมประกาศ

การวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ปีงบประมาณ พ.ศ. 2542 หัวหน้าโครงการและผู้ร่วมวิจัยขอกราบขอบพระคุณมา ณ ที่นี้

หัวหน้าโครงการขอขอบคุณ อาจารย์ ดร. วรางค์รัตน์ จันทสาโร ที่ได้สละเวลาอันมีค่าของท่านในการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในเรื่องของการไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้ พร้อมทั้งได้เสนอแนะข้อมูลและความรู้ทางด้านการจำลองการปั่นป่วนและระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ซึ่งก่อให้เกิดประโยชน์อย่างสูง และนำมาซึ่งผลสำเร็จของงานวิจัยฉบับนี้

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้จัดทำขึ้นโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาอุโมงค์ลมเชิงตัวเลขสำหรับการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้ การไหลประเภทนี้มีพฤติกรรมที่ถูกกำหนดโดย สมการความต่อเนื่อง สมการโมเมนตัม สมการพลังงาน สมการสภาวะ และแบบจำลองการปั่นป่วน สมการควบคุมเหล่านี้ได้รับการคำนวณเชิงตัวเลขโดยใช้ระเบียบวิธีปริมาตรจำกัด ส่วนระเบียบวิธี SIMPLE ถูกนำมาใช้เพื่อช่วยให้ผลการคำนวณที่ได้เป็นไปตามกฎการอนุรักษ์มวล การปั่นป่วนถูกจำลองโดยแบบจำลอง $k-\varepsilon$ ของ Launder & Sharma (1974) การไหลของชั้นชิดผิวบนแผ่นเรียบได้รับเลือกให้เป็นกรณีทดสอบเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของอุโมงค์ลมเชิงตัวเลข ในกรณีของการไหลแบบไม่อัดตัวนั้น การไหลของชั้นชิดผิวแบบราบเรียบถูกใช้ในการทดสอบความถูกต้องของระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ส่วนการไหลของชั้นชิดผิวแบบปั่นป่วนได้รับการคำนวณเพื่อประเมินความถูกต้องของแบบจำลองการปั่นป่วน การไหลของชั้นชิดผิวแบบราบเรียบและอัดตัวได้ที่ความเร็วต่ำกว่าเสียงถูกใช้ในการประเมินความถูกต้องของระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้ในการคำนวณสมการพลังงาน ท้ายที่สุด อุโมงค์ลมเชิงตัวเลขถูกนำไปใช้ในการจำลองการไหลของชั้นชิดผิวแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้ ที่ความเร็วต่ำกว่าเสียง พบว่าอุโมงค์ลมเชิงตัวเลขสามารถจำลองการไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้ ที่ความเร็วต่ำกว่าเสียงได้อย่างถูกต้อง

ABSTRACT

The present research work is aimed to develop a numerical wind tunnel for the simulation of compressible turbulent subsonic flow. This kind of flow is governed by the continuity equation, the momentum equations, the energy equation, the equation of state and the turbulence model. These governing equations are numerically solved by the finite volume method. The SIMPLE method is employed to help satisfy the conservation law of mass. Turbulence is modeled by the $k-\varepsilon$ model of Launder and Sharma (1974). The boundary layer on a flat plate is chosen as a test case for the validation of the numerical wind tunnel. In case of incompressible flow, a laminar boundary layer is used to test the accuracy of the numerical method whereas a turbulent boundary layer is calculated in order to evaluate the accuracy of the turbulence model. Compressible laminar subsonic boundary layers are employed to assess the accuracy of the numerical method used for the computation of the energy equation. Finally, the numerical wind tunnel is used to simulate the compressible turbulent subsonic boundary layer. It has been found that the numerical wind tunnel is capable of accurately simulating the compressible turbulent flow at subsonic speed.

สารบัญ

สารบัญตาราง

สารบัญภาพ

หน้า

คำอธิบายสัญลักษณ์

a	ความเร็วเสียง หรือ $a = \frac{\tilde{T}_\delta}{T_w}\left[1 + r\frac{\gamma-1}{2}M_\delta^2\right] - 1$
A_E^p	สัมประสิทธิ์ของ p' ที่จุด E
A_N^p	สัมประสิทธิ์ของ p' ที่จุด N
A_P^p	สัมประสิทธิ์ของ p' ที่จุด P
A_S^p	สัมประสิทธิ์ของ p' ที่จุด S
A_W^p	สัมประสิทธิ์ของ p' ที่จุด W
A_P^u	สัมประสิทธิ์ของความเร็วที่มีทิศทางตามทิศทางของการไหลที่จุด P
A_P^v	สัมประสิทธิ์ของความเร็วที่มีทิศทางตั้งฉากกับทิศทางของการไหลที่จุด P
A_E^ϕ	สัมประสิทธิ์ของ ϕ ที่จุด E
A_N^ϕ	สัมประสิทธิ์ของ ϕ ที่จุด N
A_P^ϕ	สัมประสิทธิ์ของ ϕ ที่จุด P
A_S^ϕ	สัมประสิทธิ์ของ ϕ ที่จุด S
A_W^ϕ	สัมประสิทธิ์ของ ϕ ที่จุด W
b	$b^2 = r\frac{\gamma-1}{2}M_\delta^2\frac{\tilde{T}_\delta}{T_w}$
b^ϕ	เทอมที่ก่อให้เกิดการสร้างหรือการสูญเสียของ ϕ
B	$B = B^u\frac{\partial y}{\partial \eta} - B^v\frac{\partial x}{\partial \eta}$
B^u	$B^u = -\frac{\Delta\xi\Delta\eta}{A_P^u}\frac{\partial y}{\partial \eta}$
B^v	$B^v = \frac{\Delta\xi\Delta\eta}{A_P^v}\frac{\partial x}{\partial \eta}$
c_f	สัมประสิทธิ์ความเสียดทานบนพื้นผิว
c_p	ค่าความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่
c_v	ค่าความร้อนจำเพาะที่ปริมาตรคงที่
$c_{\varepsilon 1}$	ค่าคงที่ตัวที่ 1 ของสมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
$c_{\varepsilon 2}$	ค่าคงที่ตัวที่ 2 ของสมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
c_μ	ค่าคงที่ของ μ_t

C	$C = C^v \dfrac{\partial x}{\partial \xi} - C^u \dfrac{\partial y}{\partial \xi}$
C^u	$C^u = \dfrac{\Delta\xi\Delta\eta}{A_P^u}\dfrac{\partial y}{\partial \xi}$
C^v	$C^v = -\dfrac{\Delta\xi\Delta\eta}{A_P^v}\dfrac{\partial x}{\partial \xi}$
e	ด้านตะวันออกของแต่ละปริมาตรควบคุม
$\tilde{e}_T$	พลังงานรวมต่อหนึ่งหน่วยมวล
D	พจน์เสริมของสมการพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
E	พจน์เสริมของสมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
f_μ	ฟังก์ชันการหน่วงของ μ_t
$f_{\varepsilon 1}$	ฟังก์ชันการหน่วงตัวที่ 1 ของสมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
$f_{\varepsilon 2}$	ฟังก์ชันการหน่วงตัวที่ 2 ของสมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
J	$J = \dfrac{\partial x}{\partial \xi}\dfrac{\partial y}{\partial \eta} - \dfrac{\partial y}{\partial \xi}\dfrac{\partial x}{\partial \eta}$
k	พลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
k^+	$k^+ = \dfrac{k}{u_\tau^2}$
k_T	สภาพนำความร้อน
K	พลังงานจลน์ของการไหลเฉลี่ย
L	ความยาวของแผ่นเรียบ
m_P	เทอมที่ก่อให้เกิดการสร้างหรือการสูญเสียของ p'
M_t	เลขมัคของการปั่นป่วน
M_δ	เลขมัคที่ขอบของชั้นชิดผิว
M_∞	เลขมัคของ Free-stream
n	ด้านเหนือของแต่ละปริมาตรควบคุม
p'_E	p' ที่จุด E
p'_N	p' ที่จุด N
p'_P	p' ที่จุด P
p'_S	p' ที่จุด S
p'_W	p' ที่จุด W

$\overline{P}$ ความดัน

P_0 ความดันรวม

P_∞ ความดันของ Free-stream

Pr เลขพรันด์เทิล

Pr_t เลขพรันด์เทิลของการปั่นป่วน

r Recovery factor

R_t เลขเรย์โนลดส์ของการปั่นป่วน $R_t = \frac{\rho\kappa}{\mu\varepsilon}$

Re_L เลขเรย์โนลดส์ $Re_L = \frac{\rho U_\infty L}{\mu}$

Re_x เลขเรย์โนลดส์ $Re_x = \frac{\rho U_\infty x}{\mu}$

Re_θ เลขเรย์โนลดส์ $Re_\theta = \frac{\rho U_\infty \theta}{\mu}$

s ด้านใต้ของแต่ละปริมาตรควบคุม

S^ϕ เทอมที่ก่อให้เกิดการสร้างหรือการสูญเสียของ ϕ

$\overline{S}_P^\phi$ ค่าเฉลี่ยของ S^ϕ ภายในปริมาตรควบคุมใดๆ ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด P

$\bar{t}_{ij}$ ความเค้นที่เกิดขึ้นเนื่องจากการไหลแบบราบเรียบ

$\widetilde{T}$ อุณหภูมิ

$\widetilde{T}_\delta$ อุณหภูมิที่ขอบของชั้นชิดผิว

T^* อุณหภูมิที่ไร้มิติ (Dimensionless temperature) $T^* = T / T_\infty$

T_w อุณหภูมิที่พื้นผิว

T_∞ อุณหภูมิที่ Free-stream

$\overline{u}$ ความเร็วของการไหลเฉลี่ย

$\widetilde{u}$ ความเร็วในทิศทางตามทิศทางของการไหล

$\widetilde{u}_i$ ความเร็วที่เขียนอยู่ในรูปของเทนเซอร์

$\widetilde{u}_\delta$ ความเร็วที่ขอบของชั้นชิดผิว

u^* ความเร็วที่ไร้มิติ (Dimensionless velocity) $u^* = u / U_\infty$

หรือ $u^* = \frac{\widetilde{u}_\delta}{b} \sin^{-1}\left[\frac{2b^2 \frac{\widetilde{u}}{\widetilde{u}_\delta} - a}{\sqrt{a^2 + 4b^2}}\right]$

u^+	$u^+ = \dfrac{\overline{u}}{u_\tau}$
u_τ	$u_\tau = \sqrt{\dfrac{\tau_w}{\rho}}$
U	$U = \tilde{u}\dfrac{\partial y}{\partial \eta} - \tilde{v}\dfrac{\partial x}{\partial \eta}$
U^*	ค่าของ U ที่หาจากความเร็วที่ได้จากการคำนวณสมการโมเมนตัม
U_∞	ความเร็วที่ Free-stream
$\overline{u'v'}$	ความเค้นของเรย์โนลดส์
$\overline{u'v'}^+$	$\overline{u'v'}^+ = \dfrac{\overline{u'v'}}{u_\tau^2}$
$\tilde{v}$	ความเร็วในทิศทางที่ตั้งฉากกับทิศทางของการไหล
V	$V = \tilde{v}\dfrac{\partial x}{\partial \xi} - \tilde{u}\dfrac{\partial y}{\partial \xi}$
V^*	ค่าของ V ที่หาจากความเร็วที่ได้จากการคำนวณสมการโมเมนตัม
w	ด้านตะวันตกของแต่ละปริมาตรควบคุม
x	พิกัด x ของระบบพิกัดคาร์ทีเซียน
x_i	ระบบพิกัดคาร์ทีเซียนที่เขียนอยู่ในรูปของเทนเซอร์
y	พิกัด y ของระบบพิกัดคาร์ทีเซียน
y^*	$y^* = y\sqrt{\rho U_\infty / \mu L}$ หรือ $y^* = y\sqrt{\rho_\infty U_\infty / \mu_\infty L}$
α	$\alpha = \left(\dfrac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2$
α_{e_T}	ตัวประกอบผ่อนคลายสำหรับพลังงานรวม
α_u	ตัวประกอบผ่อนคลายสำหรับความเร็วในทิศทางตามทิศทางของการไหล
α_v	ตัวประกอบผ่อนคลายสำหรับความเร็วในทิศทางที่ตั้งฉากกับทิศทางของการไหล
α_ε	ตัวประกอบผ่อนคลายอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
α_k	ตัวประกอบผ่อนคลายพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
β	$\beta = \dfrac{\partial x}{\partial \xi}\dfrac{\partial x}{\partial \eta} + \dfrac{\partial y}{\partial \xi}\dfrac{\partial y}{\partial \eta}$
δ	ความหนาของชั้นชิดผิว
δ_{ij}	Kronecker delta

Δ^*	$\Delta^* = \delta\int_0^1 \left(\frac{u_\delta^* - u^*}{u_\tau}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right)$
ε	อัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
ε^+	$\varepsilon^+ = \varepsilon(\mu / \rho u_\tau^4)$
ε_d	Dilatation dissipation rate of k ซึ่งเป็นส่วนของการไหลแบบอัดตัวได้
ε_s	Solenoidal dissipation rate of k ซึ่งเป็นส่วนของการไหลแบบไม่อัดตัว
η	พิกัด η ของระบบพิกัดเชิงเส้นโค้ง
η_{max}	จำนวนเส้นกริดทั้งหมดของพิกัด η
ϕ	ตัวแปรใดๆ
ϕ_E	ϕ ที่จุด E
ϕ_N	ϕ ที่จุด N
ϕ_P	ϕ ที่จุด P
ϕ_S	ϕ ที่จุด S
ϕ_W	ϕ ที่จุด W
γ	อัตราส่วนของค่าความร้อนจำเพาะ หรือ $\gamma = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2$
Γ	สัมประสิทธิ์ของการแพร่กระจาย
μ	ความหนืด
μ_t	ความหนืดของการปั่นป่วน $\mu_t = \bar{\rho} c_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$
μ_w	ความหนืดที่พื้นผิว
μ_∞	ความหนืดที่ Free-stream
ω	อัตราการสูญเสียจำเพาะ (Specific dissipation rate)
$\bar{\rho}$	ความหนาแน่น
ρ_w	ความหนาแน่นที่พื้นผิว
ρ_∞	ความหนาแน่นที่ Free-stream
σ_k	ค่าคงที่ของสมการพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
σ_ε	ค่าคงที่ของสมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน

τ_w ความเค้นที่พื้นผิว

τ_{ij} ความเค้นที่เกิดขึ้นเนื่องจากการไหลแบบปั่นป่วน

ξ พิกัด ξ ของระบบพิกัดเชิงเส้นโค้ง

ξ_{max} จำนวนเส้นกริดทั้งหมดของพิกัด ξ

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย

การไหลของของไหลมีส่วนเกี่ยวข้องกับงานประยุกต์ที่ก่อให้เกิดความก้าวหน้าทางด้านวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีเป็นจำนวนมาก ดังนั้นความเข้าใจในพฤติกรรมของการไหลจึงมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการออกแบบและพัฒนานวัตกรรมใหม่ๆ ทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี การไหลที่พบในงานประยุกต์ต่างๆ ส่วนใหญ่มักจะเป็นการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent flow) ซึ่งมีความซับซ้อนมาก การไหลแบบปั่นป่วนสามารถแบ่งย่อยออกเป็น 2 ประเภทคือ

- การไหลแบบปั่นป่วนและไม่อัดตัว (Incompressible turbulent flow)
- การไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้ (Compressible turbulent flow)

การไหลทั้งสองประเภทนี้ถูกจัดแบ่งโดยเลขมัค (Mach number) โดยนิยาม เลขมัคคือ อัตราส่วนระหว่างความเร็วของการไหลต่อความเร็วของเสียง การไหลแบบปั่นป่วนและไม่อัดตัวเป็นการไหลที่มีเลขมัคต่ำกว่า 0.3 ในขณะที่การไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้นั้นเป็นการไหลที่มีเลขมัคสูงกว่า 0.3 โดยพฤติกรรม เมื่อเลขมัคมีค่าต่ำกว่า 0.3 ของไหลจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่ไม่สูงนัก ดังนั้นความร้อนที่เกิดขึ้นจากการเสียดทานระหว่างของไหลด้วยกัน หรือระหว่างของไหลกับพื้นผิวจึงมีปริมาณที่น้อย อุณหภูมิจึงมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก ดังนั้นความหนาแน่นและความหนืดของของไหลจึงไม่ได้รับผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิของการไหลประเภทนี้ จึงถือได้ว่าความหนาแน่นและความหนืดมีค่าคงที่สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนและไม่อัดตัว

เมื่อเลขมัคมีค่าสูงกว่า 0.3 ของไหลจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่ค่อนข้างสูงจนกระทั่งความร้อนที่เกิดขึ้นจากการเสียดทานระหว่างของไหลด้วยกัน หรือระหว่างของไหลกับพื้นผิวมีปริมาณที่มาก ซึ่งปริมาณความร้อนนี้มากพอที่จะก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิอย่างเห็นได้ชัด และส่งผลให้ความหนาแน่นและความหนืดของของไหลมีค่าแปรเปลี่ยนไปตามอุณหภูมิ ดังนั้นการไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้จึงมีความซับซ้อนมากกว่าการไหลแบบปั่นป่วนและไม่อัดตัว การศึกษา ค้นคว้าและวิจัยในพฤติกรรมของการไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้จึงได้รับความสนใจอย่างกว้างขวาง สมการควบคุม (Governing equations) ที่สามารถแสดงพฤติกรรมของการไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้ประกอบไปด้วย

- สมการความต่อเนื่อง (Continuity equation)
- สมการโมเมนตัม (Momentum equations)

- สมการพลังงาน (Energy equation)
- สมการสภาวะ (Equation of state)

สมการเหล่านี้ไม่สามารถถูกแก้ได้โดยระเบียบวิธีเชิงวิเคราะห์ (Analytical method) เนื่องจากสมการเหล่านี้ประกอบรวมกันเป็นระบบสมการที่ไม่เชิงเส้นและมีตัวแปรต่างๆ คู่ควบกัน (A system of coupled and nonlinear equations) ดังนั้นระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical method) จึงเข้ามามีบทบาทที่สำคัญอย่างยิ่งต่อการแก้ระบบสมการนี้ โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณได้อย่างมีประสิทธิภาพ ถึงแม้ว่าระบบสมการนี้สามารถถูกแก้โดยตรงได้ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขและคอมพิวเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูงๆ ที่มีอยู่ในปัจจุบัน การคำนวณดังกล่าวจะใช้เวลานานมากและไม่เหมาะสมต่อการนำไปใช้ในงานประยุกต์ต่างๆ ที่กล่าวมาข้างต้น

อีกหนทางหนึ่งที่สามารถทำได้คือ การนำระบบสมการดังกล่าวมาเฉลี่ยกับเวลา ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขก็จะเป็นค่าเฉลี่ยของตัวแปรต่างๆ ซึ่งเพียงพอต่อการนำไปประยุกต์ใช้ในการศึกษาพฤติกรรมของการไหลโดยรวม อย่างไรก็ตาม การเฉลี่ยระบบสมการเช่นนี้ก่อให้เกิดปัญหาขึ้นอย่างหนึ่งคือ จำนวนตัวแปรมีมากกว่าจำนวนสมการ ดังนั้นแบบจำลองการปั่นป่วน (Turbulence model) จึงถูกนำมาใช้ในการสมดุลจำนวนสมการกับจำนวนตัวแปร สำหรับการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้ในงานวิจัยนี้ แบบจำลองการปั่นป่วนที่จะนำมาใช้จะต้องผ่านการศึกษา ค้นคว้า วิจัย และทดสอบมาอย่างกว้างขวาง

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อพัฒนาอุโมงค์ลมเชิงตัวเลขที่มีความสามารถในการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้ที่ความเร็วต่ำกว่าเสียง โดยอุโมงค์ลมเชิงตัวเลขนี้จะอยู่ในรูปของโปรแกรมคอมพิวเตอร์

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

กรอบของงานวิจัยนี้คือ การไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้ที่ความเร็วต่ำกว่าเสียง โดยแบบจำลองการปั่นป่วนที่ใช้จะเป็นประเภทสองสมการ

1.4 วิธีดำเนินการวิจัยโดยย่อ

วิธีดำเนินการวิจัยโดยย่อ สามารถสรุปได้ดังนี้

- ทบทวนเอกสารที่เกี่ยวข้อง

- จัดเตรียมสมการควบคุม และคัดเลือกแบบจำลองการปั่นป่วนประเภทสองสมการที่จะใช้ในการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้
- กำหนดระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่จะใช้ในการคำนวณ
- กำหนดกรณีทดสอบ ที่จะใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์
- พัฒนาและทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในขั้นที่ 1 โดยจำลองการไหลแบบราบเรียบและไม่อัดตัว เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้
- พัฒนาและทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในขั้นที่ 2 โดยจำลองการไหลแบบปั่นป่วนและไม่อัดตัว เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองการปั่นป่วนที่ใช้
- พัฒนาและทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในขั้นที่ 3 โดยจำลองการไหลแบบราบเรียบและอัดตัวได้ที่ความเร็วต่ำกว่าเสียง เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้กับสมการพลังงาน
- พัฒนาและทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในขั้นที่ 4 ซึ่งเป็นขั้นสุดท้าย โดยจำลองการไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้ที่ความเร็วต่ำกว่าเสียง เพื่อประเมินความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ได้

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

อุโมงค์ลมเชิงตัวเลข ที่สามารถนำไปใช้ในการศึกษาพฤติกรรมของการไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้ที่ความเร็วต่ำกว่าเสียง

บทที่ 2
การทบทวนเอกสารที่เกี่ยวข้อง

2.1 การคำนวณเชิงตัวเลข

ระเบียบวิธีปริมาตรจำกัด (Finite volume method) เป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ได้รับความนิยมและประสบความสำเร็จเป็นอย่างสูงในการแก้ปัญหาทางด้านพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ (Computational fluid dynamics) โดยที่หลักการพื้นฐานต่างๆ ของระเบียบวิธีปริมาตรจำกัดได้รับการบรรยายไว้อย่างดีเยี่ยมในหนังสือของ Patankar (1980) และ Versteeg & Malalasekera (1995) นอกจากนี้ หนังสือทั้งสองเล่มยังบรรยายถึงวิธีการที่ใช้ในการหาค่าของความดันที่ถูกต้องสำหรับการไหลที่พิจารณา ซึ่งระเบียบวิธี SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) เป็นวิธีการดังกล่าวที่ได้รับความนิยมในการใช้งานอย่างกว้างขวาง เนื่องจากเป็นวิธีที่ไม่ซับซ้อนและเข้าใจง่าย

สำหรับพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ วิธีการคำนวณสามารถถูกจัดแบ่งออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

- วิธีการคำนวณสำหรับการไหลแบบไม่อัดตัว
- วิธีการคำนวณสำหรับการไหลแบบอัดตัวได้

วิธีการคำนวณสำหรับการไหลแบบไม่อัดตัวนั้นจะใช้ความดันเป็นหนึ่งในตัวแปรหลัก โดยที่ความหนาแน่นของของไหลเป็นค่าคงที่ และระบบกริดแบบจุดเยื้อง (Staggered grid system) จะถูกนำมาใช้เพื่อป้องกันกรณีที่ความดันมีการกระจายตัวที่ไม่สม่ำเสมอ ซึ่งความเร็วจะถูกเก็บไว้ที่ตำแหน่งซึ่งเยื้องจากจุดที่เก็บตัวแปรอื่นๆ ในขณะที่วิธีการคำนวณสำหรับการไหลแบบอัดตัวได้นั้นจะใช้ความหนาแน่นเป็นหนึ่งในตัวแปรหลัก โดยที่ความดันจะถูกคำนวณจากสมการสภาวะ และระบบกริดแบบจุดร่วม (Collocated grid system) มักจะถูกนำมาใช้ ซึ่งตัวแปรทุกตัวจะถูกเก็บไว้ที่จุดเดียวกัน

Karki & Patankar (1989) ได้ชี้ให้เห็นถึงข้อเสียของวิธีการคำนวณสำหรับการไหลแบบอัดตัวได้ ซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อการไหลที่พิจารณาเป็นการไหลที่เลขมัคต่ำๆ หรือเป็นการไหลแบบไม่อัดตัว ที่สภาวะดังกล่าวนั้น ความหนาแน่นมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก หรือเป็นค่าคงที่ ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างความดันกับความหนาแน่นจึงไม่ชัดเจน จะเห็นได้ว่าวิธีการคำนวณสำหรับการไหลแบบไม่อัดตัวจะมีขอบเขตการใช้งานที่กว้างขวางกว่า เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของความดันมีความชัดเจนมากกว่า ไม่ว่าการไหลนั้นจะเป็นแบบไม่อัดตัวหรือแบบอัดตัวได้

อย่างไรก็ตาม Rhie & Chow (1983) ชี้ให้เห็นว่าวิธีการคำนวณสำหรับการไหลแบบไม่อัดตัวนั้นก็มีข้อเสียเช่นกัน นั่นคือการใช้ระบบกริดแบบจุดเยื้อง ระบบนี้นอกจากจะสิ้นเปลืองหน่วยความจำแล้ว ยังเพิ่มความซับซ้อนให้กับการพัฒนาโปรแกรมอีกด้วย ดังนั้น Rhie & Chow (1983) จึงเสนอให้ใช้ระบบกริดแบบจุดร่วม และเพิ่มขั้นตอนการประมาณค่าในช่วงให้กับการหาค่าของความเร็วที่แต่ละด้านของแต่ละปริมาตรควบคุม เพื่อป้องกันกรณีที่ความดันมีการกระจายตัวที่ไม่สม่ำเสมอ ยิ่งไปกว่านั้น Rhie & Chow (1983) ยังแนะนำให้ใช้ระบบพิกัดเชิงเส้นโค้ง (Curvilinear coordinate system) ซึ่งสามารถจัดการกระจายตัวของจุดให้แนบไปกับวัตถุที่มีรูปทรงซับซ้อนได้ ดังนั้นการกำหนดเงื่อนไขขอบจึงกระทำได้ง่ายและเป็นไปตามธรรมชาติทางกายภาพ

จากการทบทวนเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณเชิงตัวเลข วิธีการที่จะถูกนำมาใช้ในงานวิจัยนี้สามารถสรุปได้ดังนี้

- ระเบียบวิธีปริมาตรจำกัด ถูกนำมาใช้ในการแปลง สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย ให้เป็น ระบบสมการเชิงเส้น
- ระเบียบวิธี SIMPLE ถูกนำมาใช้ในการหาค่าของความดันของการไหลที่พิจารณา
- ระบบกริดแบบจุดร่วม ถูกนำมาใช้ในการกำหนดตำแหน่งที่ใช้เก็บค่าของตัวแปรต่างๆ โดยจะใช้ร่วมกับการประมาณค่าในช่วงของ Rhie & Chow (1983) เพื่อป้องกันกรณีที่ความดันของการไหลมีการกระจายตัวที่ไม่สม่ำเสมอ
- ความดัน ถูกนำมาใช้เป็นหนึ่งในตัวแปรหลัก เพื่อให้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ของงานวิจัยนี้มีความสามารถในการจำลองการไหลได้ทั้งแบบอัดตัวได้และแบบไม่อัดตัว

2.2 แบบจำลองการปั่นป่วน

แบบจำลองการปั่นป่วนประเภทสองสมการเป็นแบบจำลองที่ได้รับความนิยมและประสบความสำเร็จเป็นอย่างสูงในการจำลองการไหลแบบปั่นป่วน Patel, Rodi & Scheuerer (1985) ได้ทำการสำรวจแบบจำลองการปั่นป่วนประเภทสองสมการที่ถูกพัฒนาและเสนอโดยคณะวิจัยกลุ่มต่างๆ จนได้ข้อสรุปว่า แบบจำลองการปั่นป่วนที่ให้ผลการคำนวณสอดคล้องกับผลการทดลองเป็นที่น่าพอใจคือ

- แบบจำลอง $k-\varepsilon$ ของ Launder & Sharma (1974)
- แบบจำลอง $k-\varepsilon$ ของ Lam & Bremhorst (1981)
- แบบจำลอง $k-\varepsilon$ ของ Chien (1982)
- แบบจำลอง $k-\omega$ ของ Wilcox & Rubesin (1980)

6 ปีต่อมา Lang & Shih (1991) ได้ทำการศึกษาเชิงเปรียบเทียบแบบจำลองการปั่นป่วนประเภทสองสมการเป็นจำนวนมาก และพบว่าแบบจำลองการปั่นป่วนที่ให้ผลการคำนวณสอดคล้องกับผลการทดลองเป็นอย่างดีคือ

- แบบจำลอง $k-\varepsilon$ ของ Chien (1982)
- แบบจำลอง $k-\varepsilon$ ของ Nagano & Tagawa (1990)
- แบบจำลอง $k-\varepsilon$ ของ Shih (1990)
- แบบจำลอง $k-\varepsilon$ ของ Yang & Shih (1991)

Lang & Shih (1991) ชี้ให้เห็นว่าแบบจำลองในกลุ่มของ Wilcox เช่น Wilcox & Rubesin (1980), Wilcox (1984) and Wilcox (1991) มีข้อเสียที่เงื่อนไขขอบของ ω ที่พื้นผิว และแบบจำลองของ Lam & Bremhorst (1981) มีข้อเสียที่เงื่อนไขขอบของ ε ที่พื้นผิว และมีความอ่อนไหวต่อเงื่อนไขเริ่มต้น กล่าวคือ ผลการคำนวณจะเปลี่ยนไปเมื่อเงื่อนไขเริ่มต้นมีการเปลี่ยนแปลง ส่วนแบบจำลองของ Chien (1982), Nagano & Tagawa (1990), Shih (1990) และ Yang & Shih (1991) มีข้อเสียที่ฟังก์ชันการหน่วงภายในแบบจำลอง โดยที่ฟังก์ชันดังกล่าวเขียนอยู่ในรูปของพิกัดที่ตั้งฉากกับพื้นผิว ซึ่งไม่สะดวกต่อการใช้งาน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การคำนวณที่เกี่ยวข้องกับการไหลผ่านรูปทรงสามมิติที่ซับซ้อน

จากการทบทวนเอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบจำลองการปั่นป่วนประเภทสองสมการ พบว่าแบบจำลอง $k-\varepsilon$ ของ Launder & Sharma (1974) เป็นแบบจำลองที่มีความเหมาะสมที่สุดต่อการนำไปประยุกต์ใช้ในงานวิจัยนี้

2.3 กรณีทดสอบ

Hutchings & Iannuzzelli (1987) ได้กำหนดให้การไหลของชั้นชิดผิวบนแผ่นเรียบ (Boundary layer on a flat plate) เป็นหนึ่งในกรณีทดสอบมาตราฐานที่ใช้ในการทดสอบโปรแกรมทางด้านพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ จากการสำรวจพบว่า ข้อมูลของการไหลของชั้นชิดผิวบนแผ่นเรียบมีเป็นจำนวนมาก อย่างไรก็ตาม ข้อมูลที่ได้รับความนิยมและมักถูกนำมาใช้ในการทดสอบโปรแกรมทางด้านพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ มีดังนี้

- ผลลัพธ์เชิงวิเคราะห์ สำหรับการไหลแบบราบเรียบและไม่อัดตัว เช่น บทที่ 7 ในหนังสือ Fluid Mechanics ของ White (1999)
- ข้อมูลที่ได้จากการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรง (Direct Numerical Simulation data: DNS data) สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนและไม่อัดตัว ของ Spalart (1988)

- ผลลัพธ์เชิงวิเคราะห์ สำหรับการไหลแบบราบเรียบและอัดตัวได้ เช่น บทที่ 7 ในหนังสือ Viscous Fluid Flow ของ White (1991)
- ข้อมูลที่ได้จากการทดลอง สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้ของ Maise & McDonald (1968), Fernholz & Finley (1980), Motallebi (1994) และ Motallebi (1996)

ดังนั้นผลลัพธ์และข้อมูลทั้ง 4 กรณีที่กล่าวมาข้างต้นจะถูกนำมาใช้ในงานวิจัยนี้เพื่อทดสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยจะพิจารณาเฉพาะการไหลแบบสองมิติที่มีความเร็วต่ำกว่าเสียง ที่สภาวะคงตัว (Steady state) ซึ่งผลที่ได้จากการทดสอบจะแสดงไว้ในบทที่ 4 ของรายงานฉบับนี้

บทที่ 3
วิธีการที่ใช้ในการวิจัย

3.1 สมการควบคุม

การไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้นั้นสามารถถูกจำลองได้โดยสมการต่อไปนี้

- สมการความต่อเนื่อง
- สมการโมเมนตัม
- แบบจำลองการปั่นป่วนประเภทสองสมการ
    - สมการพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน (k -equation)
    - สมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน (ε -equation)
- สมการพลังงาน
- สมการสภาวะ

ที่สภาวะคงตัว สมการเหล่านี้สามารถถูกเขียนให้อยู่ในรูปของเทนเซอร์ (Tensor) ได้ดังนี้

3.1.1 สมการความต่อเนื่อง

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho}\tilde{u}_j) = 0 \tag{3.1}$$

โดยที่ $\overline{\rho}$ คือความหนาแน่นของของไหล และ $\tilde{u}_j$ คือความเร็วของการไหล

3.1.2 สมการโมเมนตัม

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho}\tilde{u}_j\tilde{u}_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{t}_{ij} + \tau_{ij}) - \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} \tag{3.2}$$

โดยที่ $\overline{P}$ คือความดัน และ $\overline{t}_{ij}$ กับ τ_{ij} คือความเค้นที่เกิดขึ้นเนื่องจากการไหลแบบราบเรียบและแบบปั่นป่วนตามลำดับ ซึ่งมีนิยามดังนี้

$$\bar{t}_{ij} = \mu\left[\left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k}\right] \tag{3.3}$$

โดยที่ μ คือความหนืดของของไหล และ δ_{ij} คือ Kronecker delta ซึ่งมีนิยามดังนี้

$$\delta_{ij} = 0 \text{ ถ้า } i \neq j \text{ และ } \delta_{ij} = 1 \text{ ถ้า } i = j \tag{3.4}$$

และ

$$\tau_{ij} = \mu_t\left[\left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k}\right] - \frac{2}{3}\delta_{ij}\bar{\rho}k \tag{3.5}$$

โดยที่ μ_t คือความหนืดที่เกิดขึ้นเนื่องจากการไหลแบบปั่นป่วน และ k คือพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน (Kinetic energy of turbulence)

3.1.3 แบบจำลองการปั่นป่วนประเภทสองสมการ

สำหรับแบบจำลองการปั่นป่วนประเภทสองสมการนั้น μ_t มีนิยามดังนี้

$$\mu_t = \bar{\rho}c_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{3.6}$$

โดยที่ c_μ กับ f_μ คือค่าคงที่และฟังก์ชันการหน่วงของ μ_t ตามลำดับ และ ε คืออัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน (Dissipation rate of k)

3.1.3.1 สมการพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + \tau_{ij}\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \bar{\rho}\varepsilon + \bar{\rho}D \tag{3.7}$$

โดยที่ σ_k คือค่าคงที่ และ D คือพจน์เสริมของสมการพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้นั้น ε ถูกเสนอให้แบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ ε_s (Solenoidal dissipation rate of k) ซึ่งเป็นส่วนของการไหลแบบไม่อัดตัว และ ε_d (Dilatation dissipation rate of k) ซึ่งเป็นส่วนของการไหลแบบอัดตัวได้ ดังนั้น

$$\varepsilon = \varepsilon_s + \varepsilon_d \tag{3.8}$$

โดย Sarkar, Erlebacher, Hussaini & Kreiss (1991) ได้เสนอให้

$$\varepsilon_d = M_t^2 \varepsilon_s \tag{3.9}$$

ซึ่ง M_t คือเลขมัคของการปั่นป่วน โดยมีนิยามดังนี้

$$M_t^2 = 2\frac{k}{a^2} \tag{3.10}$$

โดยที่ a คือความเร็วเสียง ส่วน ε_s จะหาจากสมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน ซึ่งจะกล่าวถึงในหัวข้อที่ 3.1.3.2

3.1.3.2 สมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j\varepsilon_s) = {} & \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x_j}\right] + c_{\varepsilon 1} f_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon_s}{k}\tau_{ij}\left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{1}{3}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right) \\ & - \bar{\rho} c_{\varepsilon 2} f_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon_s^2}{k} - \frac{4}{3}\bar{\rho}\varepsilon_s\frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} + \overline{\rho E}\end{aligned} \tag{3.11}$$

โดยที่ (σ_ε, $c_{\varepsilon 1}$, $c_{\varepsilon 2}$) คือค่าคงที่ ($f_{\varepsilon 1}$, $f_{\varepsilon 2}$) คือฟังก์ชันการหน่วง และ E คือพจน์เสริมของสมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน

สำหรับแบบจำลองของ Launder & Sharma (1974) ค่าคงที่ ฟังก์ชันการหน่วง และพจน์เสริมจะถูกกำหนดตามที่แสดงไว้ในตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 ค่าคงที่ ฟังก์ชันการหน่วง และพจน์เสริมของ Launder & Sharma (1974)

ค่าคงที่ ฟังก์ชันการหน่วง และพจน์เสริม	แบบจำลองของ Launder & Sharma (1974)
c_μ	0.09
σ_k	1.0
σ_ε	1.3
$c_{\varepsilon 1}$	1.44
$c_{\varepsilon 2}$	1.92
f_μ	$\exp\left[\dfrac{-3.4}{\left(1+\dfrac{R_t}{50}\right)^2}\right]$
$f_{\varepsilon 1}$	1
$f_{\varepsilon 2}$	$1-0.3\exp\left(-R_t^2\right)$
D	$-2\dfrac{\mu}{\overline{\rho}}\left(\dfrac{\partial\sqrt{k}}{\partial x_i}\right)^2$
E	$2\dfrac{\mu}{\overline{\rho}}\dfrac{\mu_t}{\overline{\rho}}\left(\dfrac{\partial^2\widetilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_k}\right)^2$

โดยที่ $R_t = \dfrac{\overline{\rho}k^2}{\mu\varepsilon}$

3.1.4 สมการพลังงาน

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho}\widetilde{u}_j\widetilde{e}_T) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\frac{k_T}{c_v}+\frac{\mu_t}{Pr_t}\right)\frac{\partial \widetilde{e}_T}{\partial x_j}\right] + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\widetilde{u}_i\left(\overline{t}_{ij}+\tau_{ij}\right)\right] - \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\widetilde{u}_j\overline{P}\right)$$
$$+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] - \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\frac{k_T}{c_v}+\frac{\mu_t}{Pr_t}\right)\frac{\partial}{\partial x_j}(K+k)\right] \tag{3.12}$$

โดยที่ k_T คือสภาพนำความร้อน c_v คือค่าความร้อนจำเพาะที่ปริมาตรคงที่ Pr_t คือเลขพรันด์เทิลของการปั่นป่วน ซึ่งโดยทั่วไปมักจะกำหนดให้มีค่าคงที่เท่ากับ 0.91 และ $\widetilde{e}_T$ คือพลังงานรวมต่อหนึ่งหน่วยมวล ซึ่งมีนิยามดังนี้

$$\widetilde{e}_T = \widetilde{e} + K + k \tag{3.13}$$

โดยที่ $\widetilde{e}$ คือพลังงานภายในต่อหนึ่งหน่วยมวล และ K คือพลังงานจลน์ต่อหนึ่งหน่วยมวล ซึ่งมีนิยามตามลำดับดังนี้

$$\widetilde{e} = c_v \widetilde{T} \tag{3.14}$$

โดยที่ $\widetilde{T}$ คืออุณหภูมิ และ

$$K = \frac{1}{2}\widetilde{u}_i^2 \tag{3.15}$$

3.1.5 สมการสภาวะ

$$\overline{P} = (\gamma - 1)\overline{\rho}(\widetilde{e}_T - K - k) \tag{3.16}$$

โดยที่ γ คืออัตราส่วนของค่าความร้อนจำเพาะ

สำหรับการไหลแบบอัดตัวได้นั้น การเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิจะส่งผลให้ค่าของความหนืดและค่าของสภาพนำความร้อนมีการเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย ดังนั้นความหนืดและสภาพนำความร้อนจึงมีความสัมพันธ์กับอุณหภูมิตามกฎและนิยามต่อไปนี้

3.1.6 กฎของ Sutherland

$$\mu = \mu_\infty \left(\frac{\widetilde{T}}{T_\infty}\right)^{3/2} \frac{T_\infty + 110}{\widetilde{T} + 110} \tag{3.17}$$

โดยที่ ตัวห้อย ∞ ระบุค่าที่ Free-stream

3.1.7 นิยามของเลขพรันด์เทิล

$$\Pr = \frac{\mu c_p}{k_T} \tag{3.18}$$

โดยที่ c_p คือค่าความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่

3.2 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

สมการควบคุมต่างๆ ที่เป็นสมการเชิงอนุพันธ์นั้นมักจะประกอบไปด้วย เทอมที่เกิดขึ้นเนื่องจากการพา (Convection) เทอมที่เกิดขึ้นเนื่องจากการแพร่กระจาย (Diffusion) และเทอมที่ก่อให้เกิดการสร้างหรือการสูญเสีย (Source or Sink) ดังนั้นสมการควบคุมต่างๆ เหล่านี้จึงมีรูปแบบที่คล้ายคลึงกันคือ

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho}\tilde{u}_i\phi) = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x_i}\right) + S^{\phi} \tag{3.19}$$

โดยที่ ϕ คือตัวแปรใดๆ Γ คือสัมประสิทธิ์ของการแพร่กระจาย และ S^{ϕ} คือเทอมที่ก่อให้เกิดการสร้างหรือการสูญเสีย สำหรับสมการควบคุมที่สามารถจัดการกับรูปทรงซับซ้อนได้นั้น สมการที่ (3.19) จะต้องถูกแปลงจากโดเมน (x, y) ไปเป็นโดเมน (ξ, η) ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial\xi}(\bar{\rho}U\phi) + \frac{\partial}{\partial\eta}(\bar{\rho}V\phi) = \frac{\partial}{\partial\xi}\left[\frac{\Gamma}{J}\left(\alpha\frac{\partial\phi}{\partial\xi} - \beta\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial\eta}\left[\frac{\Gamma}{J}\left(\gamma\frac{\partial\phi}{\partial\eta} - \beta\frac{\partial\phi}{\partial\xi}\right)\right] + JS^{\phi} \tag{3.20}$$

โดยที่

$$U = \tilde{u}\frac{\partial y}{\partial\eta} - \tilde{v}\frac{\partial x}{\partial\eta} \tag{3.21}$$

$$V = \tilde{v}\frac{\partial x}{\partial\xi} - \tilde{u}\frac{\partial y}{\partial\xi} \tag{3.22}$$

$$\alpha = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2 \tag{3.23}$$

$$\beta = \frac{\partial x}{\partial \xi}\frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \xi}\frac{\partial y}{\partial \eta} \tag{3.24}$$

$$\gamma = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2 \tag{3.25}$$

$$J = \frac{\partial x}{\partial \xi}\frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \xi}\frac{\partial x}{\partial \eta} \tag{3.26}$$

เมื่อใช้ระเบียบวิธีปริมาตรจำกัด โดเมนจะถูกแบ่งออกเป็นโดเมนย่อยเป็นจำนวนมาก ซึ่งเรียกว่าปริมาตรควบคุม สำหรับแต่ละปริมาตรควบคุม สมการที่ (3.20) สามารถถูกเขียนใหม่ในเชิงปริพันธ์ได้ดังนี้

$$\left[(\overline{\rho}U\Delta\eta)\phi\right]_w^e + \left[(\overline{\rho}V\Delta\xi)\phi\right]_s^n = \left[\frac{\Gamma\Delta\eta}{J}\left(\alpha\frac{\partial\phi}{\partial\xi} - \beta\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right)\right]_w^e + \left[\frac{\Gamma\Delta\xi}{J}\left(\gamma\frac{\partial\phi}{\partial\eta} - \beta\frac{\partial\phi}{\partial\xi}\right)\right]_s^n + (J\Delta\xi\Delta\eta)\overline{S}_P^\phi \tag{3.27}$$

โดยที่ $\overline{S}_P^\phi$ คือค่าเฉลี่ยของ S^ϕ ภายในปริมาตรควบคุมใดๆ ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด P และ (e, w, n, s) คือด้านทิศตะวันออก (east) ด้านทิศตะวันตก (west) ด้านทิศเหนือ (north) และด้านทิศใต้ (south) ของปริมาตรควบคุมใดๆ ในงานวิจัยนี้ เทอมที่เกิดขึ้นเนื่องจากการพาจะถูกจัดการโดยระเบียบวิธีแบบต้นลมอันดับที่หนึ่ง ส่วนเทอมที่เกิดขึ้นเนื่องจากการแพร่กระจายจะถูกจัดการโดยระเบียบวิธีแบบศูนย์กลางอันดับที่สอง ดังนั้นสมการที่ (3.27) สามารถถูกจัดให้อยู่ในรูปมาตราฐานของระเบียบวิธีปริมาตรจำกัดได้ดังนี้

$$A_P^\phi\phi_P = A_E^\phi\phi_E + A_W^\phi\phi_W + A_N^\phi\phi_N + A_S^\phi\phi_S + b^\phi \tag{3.28}$$

โดยที่

$$A_E^{\phi} = \left(\frac{\Gamma}{J}\alpha\frac{\Delta\eta}{\Delta\xi}\right)_e + \max[0, -(\bar{\rho}U\Delta\eta)_e] \tag{3.29}$$

$$A_W^{\phi} = \left(\frac{\Gamma}{J}\alpha\frac{\Delta\eta}{\Delta\xi}\right)_w + \max[0, (\bar{\rho}U\Delta\eta)_w] \tag{3.30}$$

$$A_N^{\phi} = \left(\frac{\Gamma}{J}\gamma\frac{\Delta\xi}{\Delta\eta}\right)_n + \max[0, -(\bar{\rho}V\Delta\xi)_n] \tag{3.31}$$

$$A_S^{\phi} = \left(\frac{\Gamma}{J}\gamma\frac{\Delta\xi}{\Delta\eta}\right)_s + \max[0, (\bar{\rho}V\Delta\xi)_s] \tag{3.32}$$

$$A_P^{\phi} = A_E^{\phi} + A_W^{\phi} + A_N^{\phi} + A_S^{\phi} \tag{3.33}$$

$$b^{\phi} = (J\Delta\xi\Delta\eta)\bar{S}_P^{\phi} - \left[\frac{\Gamma\Delta\eta}{J}\left(\beta\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right)\right]_w^e - \left[\frac{\Gamma\Delta\xi}{J}\left(\beta\frac{\partial\phi}{\partial\xi}\right)\right]_s^n \tag{3.34}$$

ระเบียบวิธี SIMPLE ถูกนำมาใช้ในการปรับค่าของความเร็วที่ได้จากการคำนวณสมการโมเมนตัมเพื่อให้ความเร็วมีค่าสอดคล้องกับสมการความต่อเนื่อง ดังนั้นสมการความต่อเนื่องจะไม่ถูกนำมาใช้โดยตรง แต่จะใช้สมการค่าแก้ไขความดันแทน ซึ่งมีรูปสมการดังนี้

$$A_P^p p'_P = A_E^p p'_E + A_W^p p'_W + A_N^p p'_N + A_S^p p'_S + m_P \tag{3.35}$$

โดยที่

$$A_E^p = \left(\bar{\rho}B\frac{\Delta\eta}{\Delta\xi}\right)_e \tag{3.36}$$

$$A_W^p = \left(\bar{\rho}B\frac{\Delta\eta}{\Delta\xi}\right)_w \tag{3.37}$$

$$A_N^p = \left(\bar{\rho}C\frac{\Delta\xi}{\Delta\eta}\right)_n \tag{3.38}$$

$$A_S^p = \left(\bar{\rho} C \frac{\Delta\xi}{\Delta\eta}\right)_s \tag{3.39}$$

$$A_P^p = A_E^p + A_W^p + A_N^p + A_S^p \tag{3.40}$$

$$m_P = \left(\bar{\rho} U^* \Delta\eta\right)_e - \left(\bar{\rho} U^* \Delta\eta\right)_w + \left(\bar{\rho} V^* \Delta\xi\right)_n - \left(\bar{\rho} V^* \Delta\xi\right)_s \tag{3.41}$$

ซึ่ง U^* และ V^* เป็นค่าที่คำนวณจากสมการที่ (3.21) และ (3.22) โดยใช้ความเร็วที่ได้จากการคำนวณสมการโมเมนตัม ส่วน B และ C มีนิยามดังนี้

$$B = B^u \frac{\partial y}{\partial \eta} - B^v \frac{\partial x}{\partial \eta} \tag{3.42}$$

$$C = C^v \frac{\partial x}{\partial \xi} - C^u \frac{\partial y}{\partial \xi} \tag{3.43}$$

โดยที่

$$B^u = -\frac{\Delta\xi\Delta\eta}{A_P^u} \frac{\partial y}{\partial \eta} \tag{3.44}$$

$$B^v = \frac{\Delta\xi\Delta\eta}{A_P^v} \frac{\partial x}{\partial \eta} \tag{3.45}$$

$$C^u = \frac{\Delta\xi\Delta\eta}{A_P^u} \frac{\partial y}{\partial \xi} \tag{3.46}$$

$$C^v = -\frac{\Delta\xi\Delta\eta}{A_P^v} \frac{\partial x}{\partial \xi} \tag{3.47}$$

โดยทั่วไป ระเบียบวิธี SIMPLE มักจะถูกใช้กับระบบกริดแบบจุดเยื้อง เพื่อป้องกันการไม่คู่ควบกันของความเร็วและความดัน แต่การใช้ระบบกริดดังกล่าวทำให้โปรแกรมคอมพิวเตอร์มีความซับซ้อนและใช้หน่วยความจำเป็นจำนวนมาก ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงเลือกใช้ระบบกริดแบบจุดร่วม ซึ่งค่า

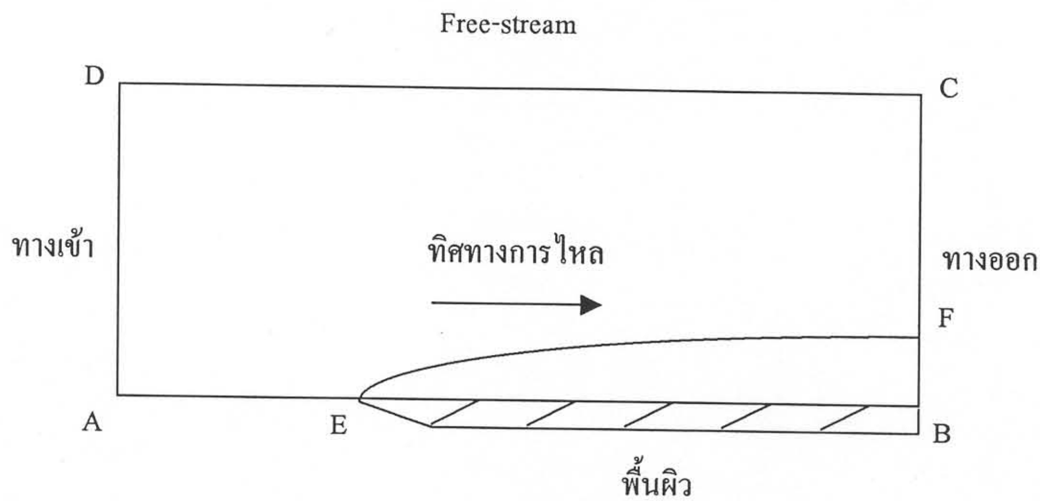
ของตัวแปรทั้งหมดจะถูกเก็บไว้ที่จุดเดียวกัน โดยใช้ร่วมกับการประมาณค่าในช่วงของ Rhie & Chow (1983) เพื่อทำให้ความเร็วกับความดันคู่ควบกัน

สำหรับงานวิจัยนี้ การไหลของชั้นชิดผิวบนแผ่นเรียบถูกเลือกเป็นกรณีทดสอบเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ดังนั้นระเบียบวิธี SIMPLE และการประมาณค่าในช่วงของ Rhie & Chow (1983) จึงต้องถูกปรับเปลี่ยนเล็กน้อยเพื่อให้สอดคล้องกับปัญหาการไหลที่สนใจ เนื่องจากการไหลดังกล่าวมีความดันคงที่ทั่วทั้งโดเมน ดังนั้นค่าของ p' จะถูกนำไปปรับค่าของความเร็วให้สอดคล้องกับสมการความต่อเนื่องเท่านั้น โดยจะไม่นำค่าของ p' ไปปรับค่าของความดันแต่อย่างใด ส่วนการประมาณค่าในช่วงของ Rhie & Chow (1983) จะกลายเป็นการประมาณค่าในช่วงแบบเชิงเส้นธรรมดา

ขั้นตอนการคำนวณเชิงตัวเลขสำหรับการไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้มีดังนี้

1) กำหนดค่าเริ่มต้นให้กับความเร็ว ($\tilde{u}_i$) ความดัน ($\overline{P}$) ค่าแก้ไขความดัน (p') พลังงานจลน์ของการปั่นป่วน (k) อัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน (ε_s) พลังงานรวมต่อหนึ่งหน่วยมวล ($\tilde{e}_T$) ความหนาแน่น ($\overline{\rho}$) ความหนืด (μ) และสภาพนำความร้อน (k_T)
2) คำนวณสมการโมเมนตัมเพื่อหา $\tilde{u}_i$
3) คำนวณสมการค่าแก้ไขความดันเพื่อหา p'
4) แก้ไข $\tilde{u}_i$ ที่ได้จากสมการโมเมนตัมด้วย p'
5) คำนวณสมการพลังงานจลน์ของการปั่นป่วนเพื่อหา k
6) คำนวณสมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วนเพื่อหา ε_s
7) คำนวณสมการพลังงานเพื่อหา $\tilde{e}_T$
8) ใช้สมการสภาวะหา $\overline{\rho}$
9) ใช้กฎของ Sutherland หา μ
10) ใช้นิยามของเลขพรันด์เทิลหา k_T
11) กลับไปทำขั้นตอนที่ 2 ใหม่ โดยโปรแกรมจะหยุดเมื่อค่าของตัวแปรลู่เข้าหาคำตอบ

3.3 เงื่อนไขขอบ



รูปที่ 3.1 การไหลของชั้นชิดผิวบนแผ่นเรียบ

จากรูปที่ 3.1 กรอบสี่เหลี่ยม ABCD แสดงโดเมนที่พิจารณา แผ่น EB คือแผ่นเรียบ ส่วนโค้ง EF แสดงขอบของชั้นชิดผิว เงื่อนไขขอบต่างๆ ที่ใช้สามารถสรุปได้ดังนี้

3.3.1 เงื่อนไขขอบที่ทางเข้า

$$\tilde{u} = U_\infty, \ \tilde{v} = p' = k = \varepsilon_s = 0 \text{ และ } \tilde{e}_T = c_v T_\infty + \frac{1}{2} U_\infty^2$$

3.3.2 เงื่อนไขขอบที่เส้น AE

$$\tilde{u} = U_\infty, \ \tilde{v} = p' = k = \varepsilon_s = 0 \text{ และ } \tilde{e}_T = c_v T_\infty + \frac{1}{2} U_\infty^2$$

3.3.3 เงื่อนไขขอบที่พื้นผิว

$$\tilde{u} = \tilde{v} = k = \varepsilon_s = 0, \ \tilde{e}_T = c_v T_w \text{ และ } \frac{\partial p'}{\partial y} = 0$$

3.3.4 เงื่อนไขขอบที่ Free-stream

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} = \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial y} = \frac{\partial \tilde{e}_T}{\partial y} = 0 \text{ และ } p' = 0$$

3.3.5 เงื่อนไขขอบที่ทางออก

ค่าของ $\tilde{u}$, $\tilde{v}$, k, ε_s, $\tilde{e}_T$ ที่ทางออกคำนวณจากการประมาณค่านอกช่วง และ $\frac{\partial p'}{\partial x} = 0$

บทที่ 4
ผลการวิจัยและการวิเคราะห์ผล

บทนี้จะนำเสนอในส่วนของผลการวิจัย โดยจะแสดงให้เห็นถึงวิวัฒนาการของการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ของงานวิจัยนี้ ผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ได้สามารถจัดแบ่งตามลำดับของการพัฒนาโปรแกรมและประเภทของการไหลได้ดังนี้

- การไหลแบบราบเรียบและไม่อัดตัว
- การไหลแบบปั่นป่วนและไม่อัดตัว
- การไหลแบบราบเรียบและอัดตัวได้
- การไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้

ซึ่งการไหลทั้งสี่ประเภทนี้เป็นการไหลของชั้นชิดผิวบนแผ่นเรียบ โดยที่ข้อมูลป้อนเข้า (Input data) ของการไหลทั้งสี่ประเภทนี้ได้สรุปไว้ในตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 ข้อมูลป้อนเข้าสำหรับการไหลที่พิจารณา

ตัวแปร	การไหลแบบราบเรียบและไม่อัดตัว	การไหลแบบปั่นป่วนและไม่อัดตัว	การไหลแบบราบเรียบและอัดตัวได้	การไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้
ξ_{max}	101	201	151	151
η_{max}	101	151	151	151
Re_L	20,000	6,000,000	2,000,000	19,500,000
M_∞	0.01	0.1	0.4, 0.6, 0.8	0.824
T_∞ (K)	300	300	300	300
P_∞ (Pa)	101,325	101,325	101,325	110,995.5
T_W (K)	-	-	300	Adiabatic recovery temperature
α_u	0.2	0.2	0.5	0.5
α_v	0.2	0.2	0.5	0.5
α_k	-	0.2	0.5	0.5
α_ε	-	0.2	0.5	0.5
α_{e_T}	-	-	0.5	0.5

โดยที่ ξ_{max} และ η_{max} เป็นจำนวนเส้นกริดทั้งหมดของพิกัด ξ และ η ตามลำดับ Re_L คือเลขเรย์โนลดส์ (Reynolds number) ซึ่งมีนิยามคือ $Re_L = \rho U_\infty L / \mu$ โดยที่ U_∞ คือความเร็วของ Free-stream และ L คือความยาวของแผ่นเรียบ M_∞ คือเลขมัค ซึ่งมีนิยามคือ $M_\infty = U_\infty / a$ โดยที่ a คือความเร็วเสียง T_∞ และ P_∞ คืออุณหภูมิ และความดันของ Free-stream ตามลำดับ T_W คืออุณหภูมิที่พื้นผิว $(\alpha_u, \alpha_v, \alpha_k, \alpha_\varepsilon, \alpha_{e_T})$ คือตัวประกอบผ่อนคลาย (Relaxation factor) สำหรับความเร็ว พลังงานจลน์ของการปั่นป่วน อัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน และพลังงานรวม ตามลำดับ

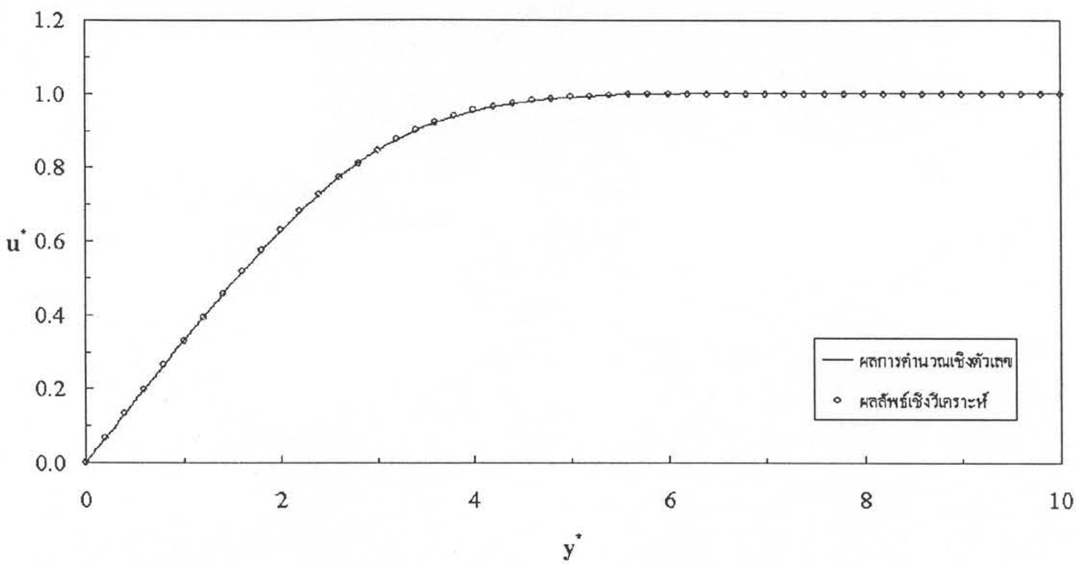
4.1 การไหลแบบราบเรียบและไม่อัดตัว

การไหลแบบราบเรียบและไม่อัดตัวนั้นถูกนำมาใช้ทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ซึ่งสมการควบคุมสำหรับการไหลประเภทนี้คือ

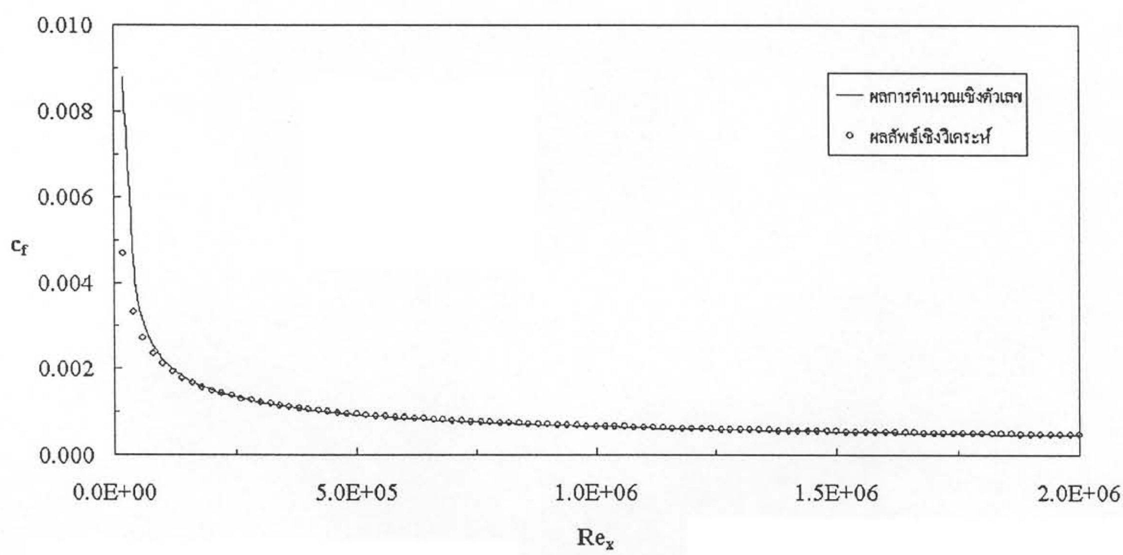
- สมการโมเมนตัม
- สมการค่าแก้ไขความดัน ซึ่งแทนสมการความต่อเนื่อง ตามหลักการของระเบียบวิธี SIMPLE

รูปที่ 4.1 และ 4.2 แสดงการกระจายตัวของความเร็วและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่พื้นผิวของการไหลของชั้นชิดผิวแบบราบเรียบและไม่อัดตัวบนแผ่นเรียบ จะเห็นได้ว่าผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ได้จากงานวิจัยนี้มีค่าสอดคล้องเป็นอย่างดีเยี่ยมกับผลลัพธ์เชิงวิเคราะห์ โดยที่ $y^* = y\sqrt{\rho U_\infty / \mu L}$, $u^* = u / U_\infty$, $Re_x = \rho U_\infty x / \mu$ และ $c_f = 2\tau_w / \rho U_\infty^2$ ซึ่ง L คือความยาวของแผ่นเรียบ U_∞ คือความเร็วของ Free-stream และ τ_w คือความเค้นเฉือนที่พื้นผิว (Wall shear stress)

รูปที่ 4.1 การกระจายตัวของความเร็วของการไหลของชั้นชิดผิวแบบราบเรียบและไม่อัดตัวบนแผ่นเรียบ



รูปที่ 4.2 การกระจายตัวของสัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่พื้นผิวของการไหลของชั้นชิดผิวแบบราบเรียบและไม่อัดตัวบนแผ่นเรียบ



4.2 การไหลแบบปั่นป่วนและไม่อัดตัว

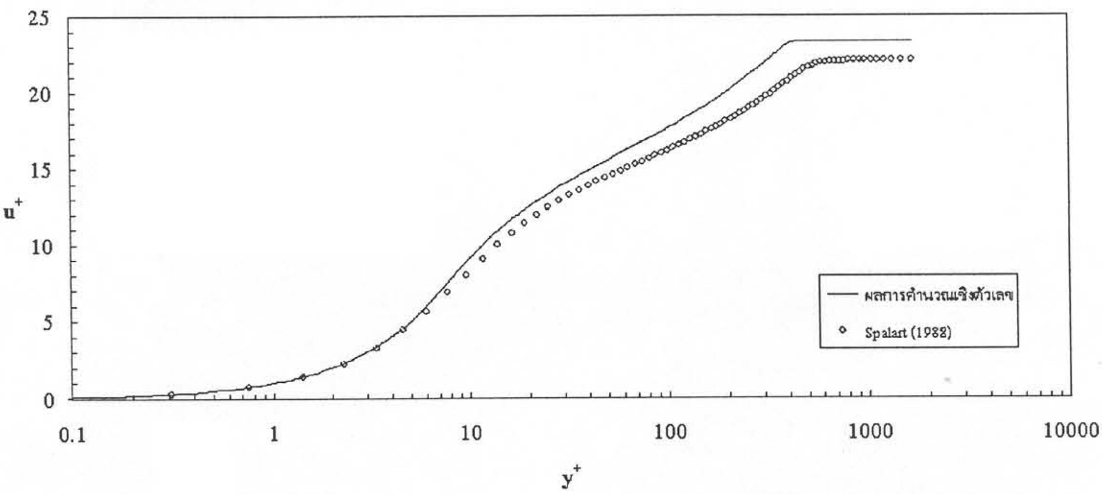
การไหลแบบปั่นป่วนและไม่อัดตัวนั้นถูกนำมาใช้ทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองการปั่นป่วนประเภทสองสมการที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ซึ่งสมการควบคุมสำหรับการไหลประเภทนี้คือ

- สมการโมเมนตัม

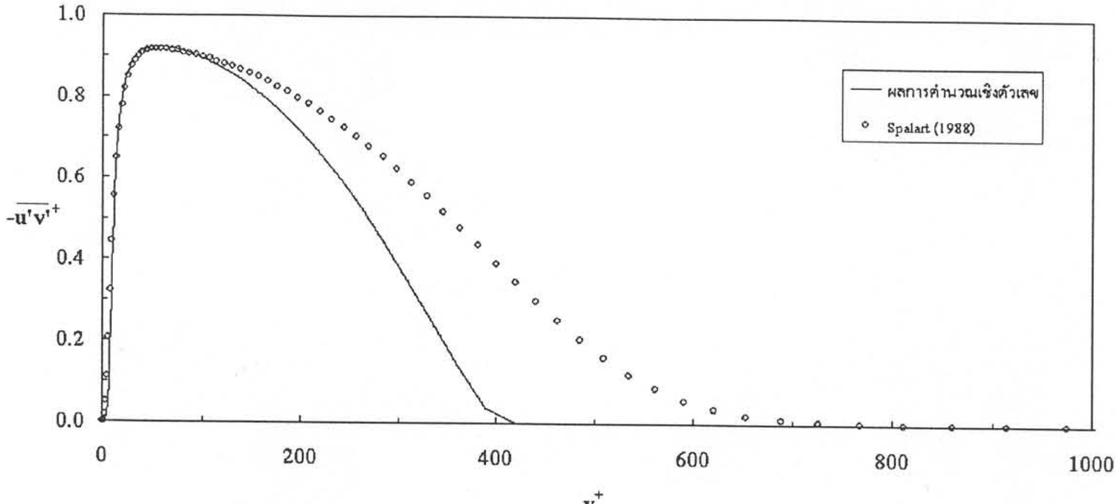
- สมการค่าแก้ไขความดัน ซึ่งแทนสมการความต่อเนื่อง ตามหลักการของระเบียบวิธี SIMPLE
- สมการพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน
- สมการอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน

รูปที่ 4.3 – 4.6 แสดงการกระจายตัวของความเร็ว ความเค้นของการปั่นป่วน พลังงานจลน์ของการปั่นป่วน และอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วนของการไหลของชั้นชิดผิวแบบปั่นป่วนและไม่อัดตัวบนแผ่นเรียบที่ $Re_\theta = 1410$ จะเห็นได้ว่าผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ได้จากงานวิจัยนี้มีค่าสอดคล้องเป็นอย่างดีกับข้อมูล DNS ของ Spalart (1988) โดยที่ $y^+ = y(\rho u_\tau / \mu)$, $u^+ = \bar{u} / u_\tau$, $-\overline{u'v'}^+ = -\overline{u'v'} / u_\tau^2$, $k^+ = k / u_\tau^2$ และ $\varepsilon^+ = \varepsilon(\mu / \rho u_\tau^4)$ ซึ่ง $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$

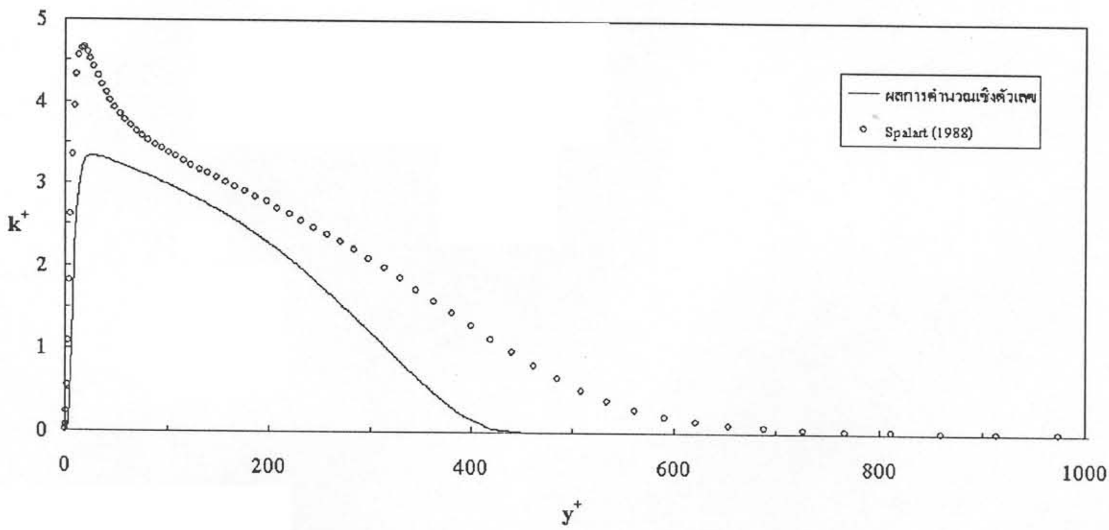
รูปที่ 4.3 การกระจายตัวของความเร็วของการไหลของชั้นชิดผิวแบบปั่นป่วนและไม่อัดตัวบนแผ่นเรียบที่ $Re_\theta = 1410$



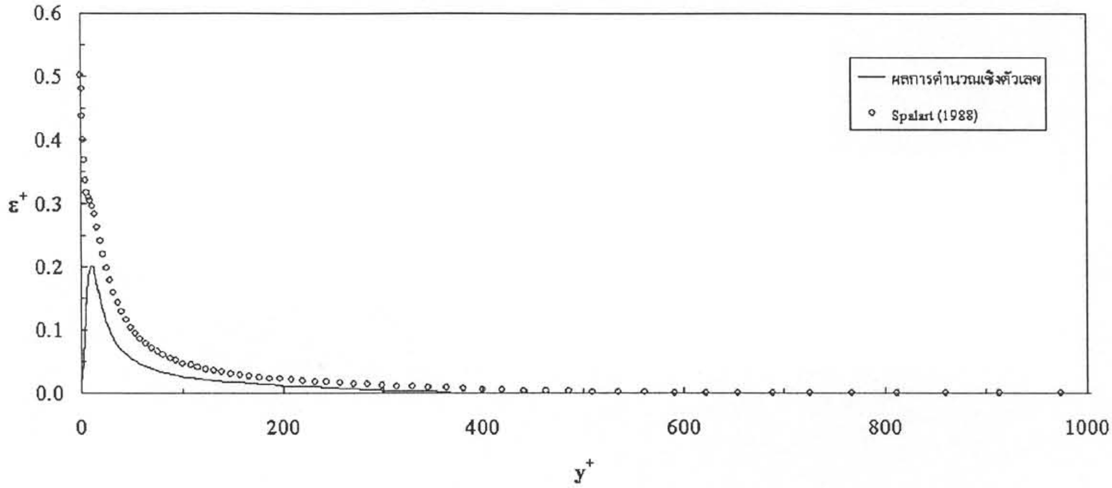
รูปที่ 4.4 การกระจายตัวของความเค้นของการปั่นป่วนของการไหลของชั้นชิดผิวแบบปั่นป่วนและไม่อัดตัวบนแผ่นเรียบที่ $Re_\theta = 1410$



รูปที่ 4.5 การกระจายตัวของพลังงานจลน์ของการปั่นป่วนของการไหลของชั้นชิดผิวแบบปั่นป่วนและไม่อัดตัวบนแผ่นเรียบที่ $Re_\theta = 1410$



รูปที่ 4.6 การกระจายตัวของอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วนของการไหลของชั้นชิดผิวแบบปั่นป่วนและไม่อัดตัวบนแผ่นเรียบที่ $Re_\theta = 1410$



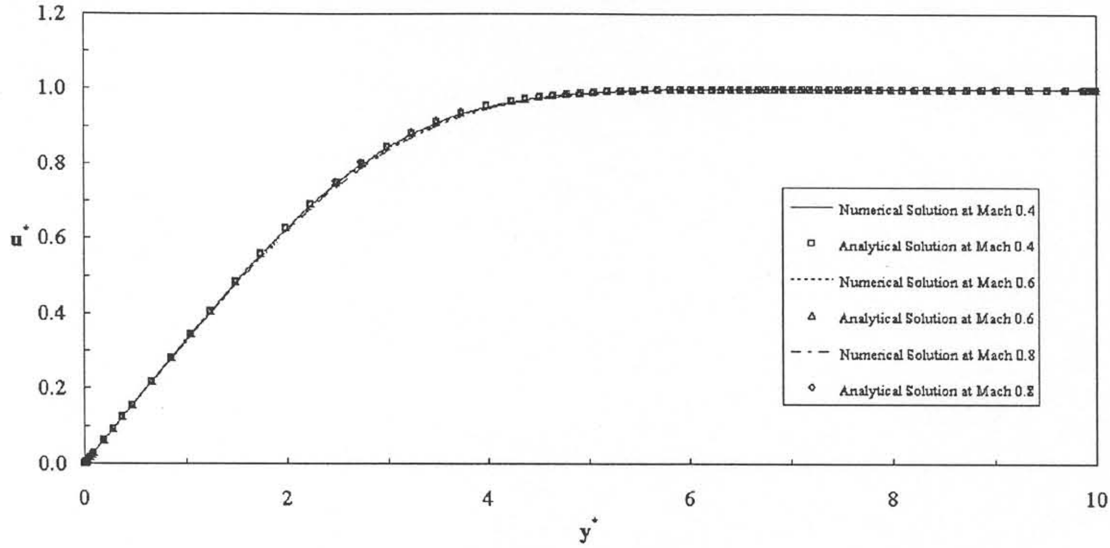
4.3 การไหลแบบราบเรียบและอัดตัวได้

การไหลแบบราบเรียบและอัดตัวได้นั้นถูกนำมาใช้ทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้ในการคำนวณสมการพลังงานของงานวิจัยนี้ ซึ่งสมการควบคุมสำหรับการไหลประเภทนี้คือ

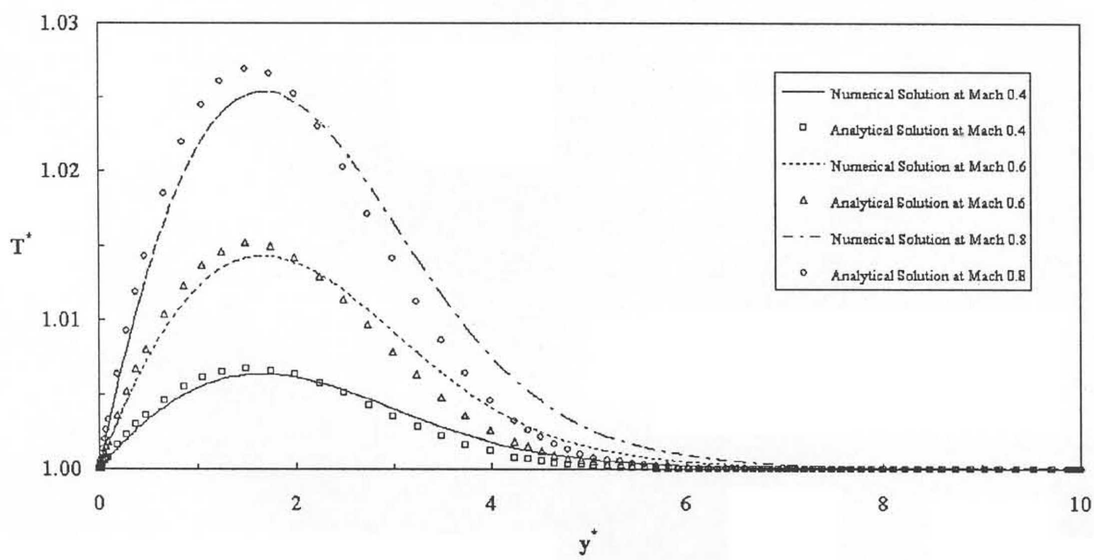
- สมการโมเมนตัม
- สมการค่าแก้ไขความดัน ซึ่งแทนสมการความต่อเนื่อง ตามหลักการของระเบียบวิธี SIMPLE
- สมการพลังงาน
- สมการสภาวะ
- กฎของ Sutherland
- นิยามของเลขพรันด์เทิล

รูปที่ 4.7 และ 4.8 แสดงการกระจายตัวของความเร็วและอุณหภูมิของการไหลของชั้นชิดผิวแบบราบเรียบและอัดตัวได้บนแผ่นเรียบที่เลขมัค 0.4, 0.6 และ 0.8 จะเห็นได้ว่าผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ได้จากงานวิจัยนี้มีค่าสอดคล้องเป็นอย่างดีกับผลลัพธ์เชิงวิเคราะห์ โดยที่ $y^* = y\sqrt{\rho_\infty U_\infty / \mu_\infty L}$, $u^* = u / U_\infty$ และ $T^* = T / T_\infty$ ซึ่ง $(\rho_\infty, \mu_\infty, U_\infty, T_\infty)$ คือความหนาแน่น ความหนืด ความเร็ว และอุณหภูมิของ Free-stream

รูปที่ 4.7 การกระจายตัวของความเร็วของการไหลของชั้นชิดผิวแบบราบเรียบและอัดตัวได้บนแผ่นเรียบที่เลขมัค 0.4, 0.6 และ 0.8



รูปที่ 4.8 การกระจายตัวของอุณหภูมิของการไหลของชั้นชิดผิวแบบราบเรียบและอัดตัวได้บนแผ่นเรียบที่เลขมัค 0.4, 0.6 และ 0.8



4.4 การไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้

จากการตรวจสอบผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ได้ในหัวข้อที่ 4.1 – 4.3 จะเห็นได้ว่าโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้รับการพัฒนาจนถึงขั้นที่สามารถจำลองได้ทั้งการไหลแบบอัดตัวได้และการไหลแบบปั่นป่วน ดังนั้นการไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้จึงเป็นเป้าหมายต่อไปและเป็นเป้าหมายหลักของงานวิจัยนี้

รูปที่ 4.9 – 4.12 แสดงการกระจายตัวของความเร็วของการไหลของชั้นชิดผิวแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้บนแผ่นเรียบที่ $M_\delta = 0.819$ จะเห็นได้ว่าผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ได้จากงานวิจัยนี้มีค่าสอดคล้องเป็นอย่างดีกับผลการทดลองของ Maise & McDonald (1968), Fernholz & Finley (1980), Motallebi (1994) และ Motallebi (1996) โดยที่

$$u^* = \frac{\tilde{u}_\delta}{b}\sin^{-1}\left[\frac{2b^2\dfrac{\tilde{u}}{\tilde{u}_\delta} - a}{\sqrt{a^2+4b^2}}\right] \tag{4.1}$$

ซึ่ง

$$a = \frac{\tilde{T}_\delta}{T_w}\left[1 + r\frac{\gamma-1}{2}M_\delta^2\right] - 1 \tag{4.2}$$

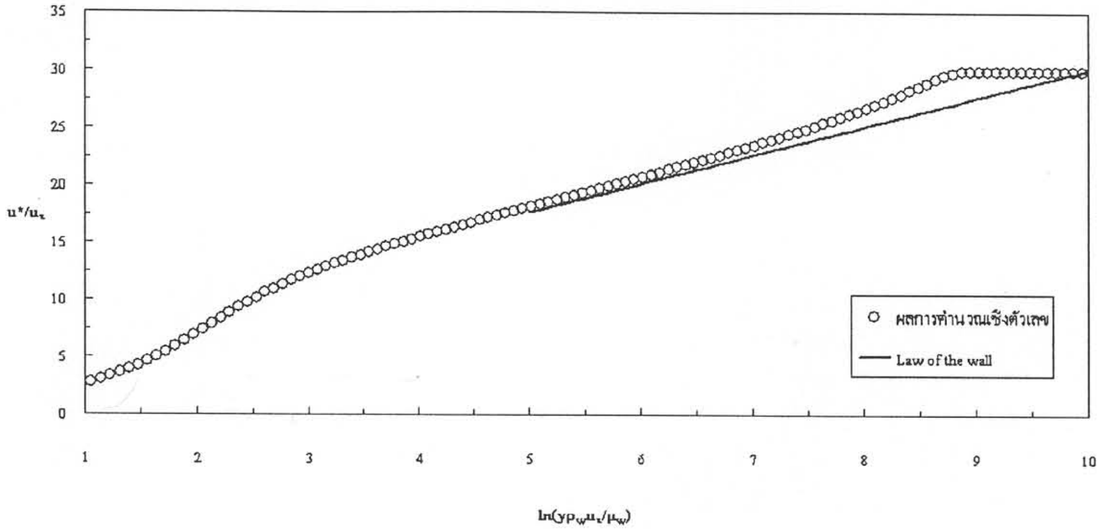
$$b^2 = r\frac{\gamma-1}{2}M_\delta^2\frac{\tilde{T}_\delta}{T_w} \tag{4.3}$$

ส่วน ($\tilde{u}_\delta$, $\tilde{T}_\delta$, M_δ) คือความเร็ว อุณหภูมิ และเลขมัคที่ขอบของชั้นชิดผิวตามลำดับ (ρ_w, μ_w, T_w) คือความหนาแน่น ความหนืด และอุณหภูมิที่พื้นผิวตามลำดับ r คือ Recovery factor ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.89 สำหรับการไหลแบบปั่นป่วน และ

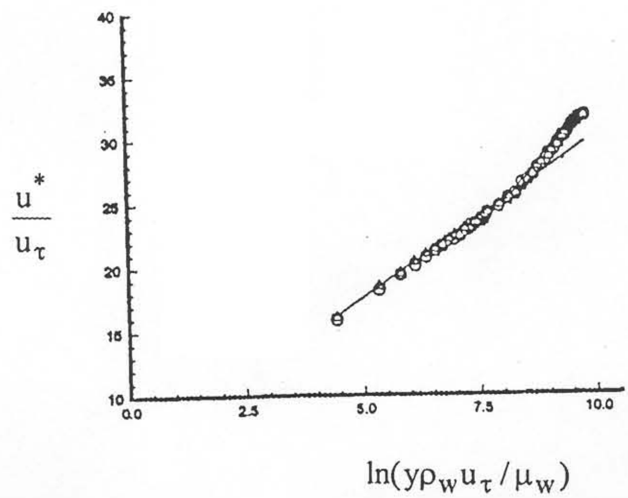
$$\Delta^* = \delta\int_0^1\left(\frac{u_\delta^* - u^*}{u_\tau}\right)d\left(\frac{y}{\delta}\right) \tag{4.4}$$

โดยที่ δ คือความหนาของชั้นชิดผิวเมื่อวัดจากพื้นผิวจนถึงตำแหน่งที่ $\tilde{u}_\delta = 0.995U_\infty$

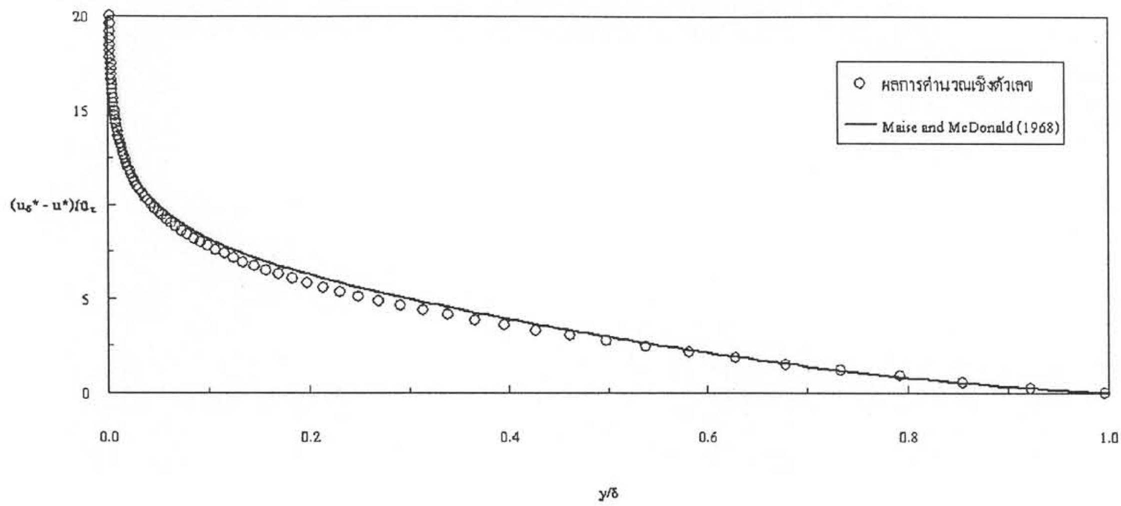
รูปที่ 4.9(ก) การกระจายตัวของความเร็วของการไหลของชั้นชิดผิวแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้บนแผ่นเรียบ เมื่อ $M_\delta = 0.819$ และ $P_0 = 163.7$ kPa



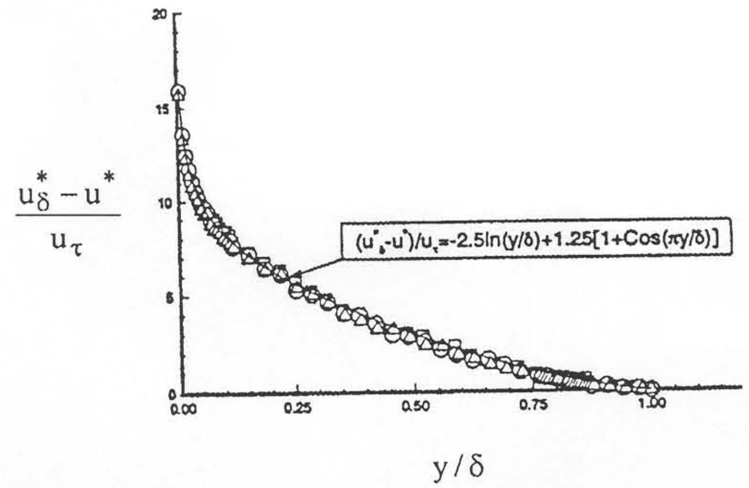
รูปที่ 4.9(ข) การกระจายตัวของความเร็วของการไหลของชั้นชิดผิวแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้บนแผ่นเรียบ เมื่อ $M_\delta = 0.819$ และ $P_0 = 163.7$ kPa ที่ได้จากการทดลองของ Motallebi (1994), (○, □, △) คือ ผลการทดลอง และ เส้นตรง คือ Law of the wall



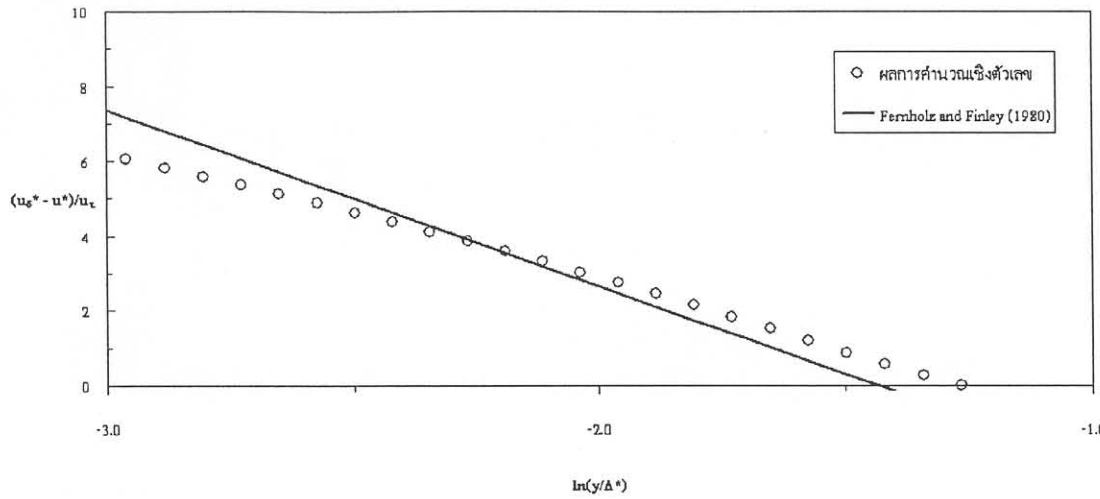
รูปที่ 4.10(ก) การกระจายตัวของความเร็วของการไหลของชั้นชิดผิวแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้บนแผ่นเรียบ เมื่อ $M_\delta = 0.819$ และ $P_0 = 163.7$ kPa



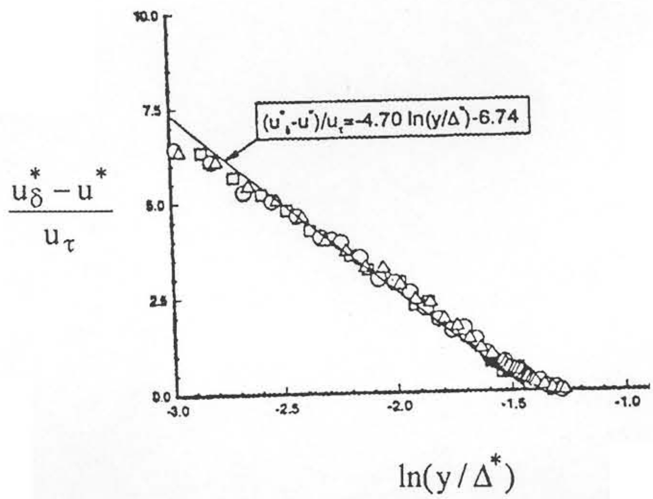
รูปที่ 4.10(ข) การกระจายตัวของความเร็วของการไหลของชั้นชิดผิวแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้บนแผ่นเรียบ เมื่อ $M_\delta = 0.819$ และ $P_0 = 163.7$ kPa ที่ได้จากการทดลองของ Motallebi (1994), (○, □, △) คือ ผลการทดลอง และ เส้นโค้ง คือ เส้นของ Maise & McDonald (1968) ซึ่งมีสมการกำกับไว้



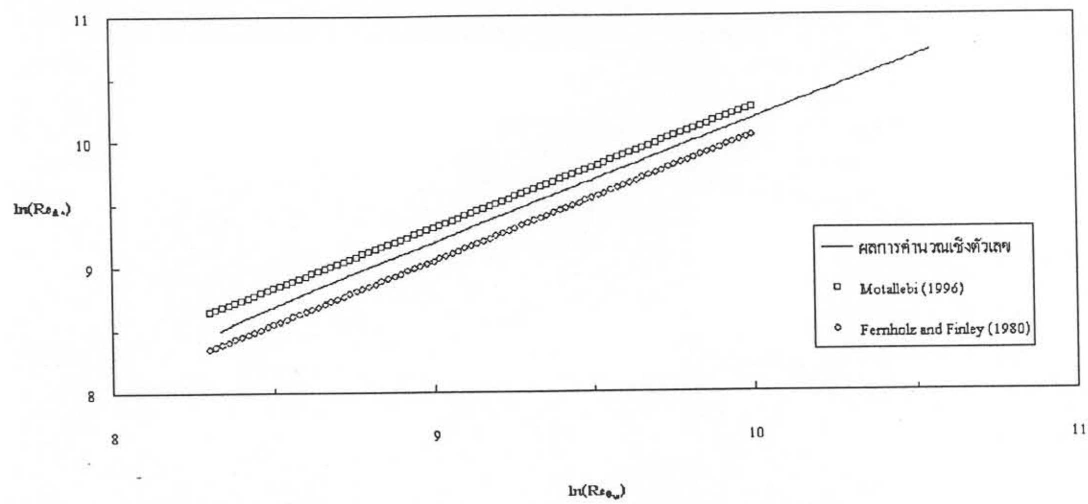
รูปที่ 4.11(ก) การกระจายตัวของความเร็วของการไหลของชั้นชิดผิวแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้บนแผ่นเรียบ เมื่อ $M_\delta = 0.819$ และ $P_0 = 163.7$ kPa



รูปที่ 4.11(ข) การกระจายตัวของความเร็วของการไหลของชั้นชิดผิวแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้บนแผ่นเรียบ เมื่อ $M_\delta = 0.819$ และ $P_0 = 163.7$ kPa ที่ได้จากการทดลองของ Motallebi (1994), (○, □, △) คือ ผลการทดลอง และ เส้นตรง คือ เส้นของ Fernholz & Finley (1980) ซึ่งมีสมการกำกับไว้



รูปที่ 4.12 ความสัมพันธ์ระหว่าง Re_{δ^*} กับ Re_{θ_w} ของการไหลของชั้นชิดผิวแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้บนแผ่นเรียบ



บทที่ 5
บทสรุป

5.1 สรุปผลการวิจัย

อุโมงค์ลมเชิงตัวเลขที่อยู่ในรูปของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้รับการพัฒนาขึ้นในงานวิจัยนี้ สำหรับการไหลแบบสองมิติ ที่สภาวะคงตัว อุโมงค์ลมเชิงตัวเลขนี้สามารถจำลองการไหลแบบปั่นป่วนและอัดตัวได้ที่มีความเร็วต่ำกว่าเสียง การไหลแบบปั่นป่วนและไม่อัดตัว การไหลแบบราบเรียบและอัดตัวได้ และการไหลแบบราบเรียบและไม่อัดตัว อุโมงค์ลมเชิงตัวเลขนี้ได้รับการทดสอบโดยการนำไปใช้ในการจำลองการไหลของชั้นชิดผิวบนแผ่นเรียบ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของระเบียบวิธีเชิงตัวเลขและแบบจำลองการปั่นป่วนที่นำมาใช้ในงานวิจัยนี้ พบว่าอุโมงค์ลมเชิงตัวเลขนี้ให้ผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่มีความถูกต้องสูง โดยประเมินความถูกต้องจากการนำเอาผลการคำนวณเชิงตัวเลขที่ได้จากงานวิจัยนี้ไปเปรียบเทียบกับข้อมูลที่น่าเชื่อถือที่ได้จากการทดลอง จากผลลัพธ์เชิงวิเคราะห์ และจากการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรง (Direct Numerical Simulation: DNS)

5.2 ข้อเสนอแนะ

อุโมงค์ลมเชิงตัวเลขนี้สามารถถูกพัฒนาต่อไปในอนาคต เพื่อนำไปใช้ในการจำลองและศึกษาการไหลแบบสองมิติผ่านวัตถุที่มีรูปทรงซับซ้อนได้ เนื่องจากสมการควบคุมต่างๆ ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ได้รับการจัดให้อยู่บนระบบพิกัดเชิงเส้นโค้งที่สามารถจัดการกระจายตัวของจุดให้แนบไปกับรูปทรงของวัตถุแล้ว นอกจากนี้ แบบจำลองการปั่นป่วนสามารถที่จะได้รับการพัฒนาต่อไปเช่นกัน เพื่อตรวจหาขีดจำกัดและเพิ่มขีดความสามารถให้กับแบบจำลองที่ใช้ในงานวิจัยนี้

บรรณานุกรม

Chien, K.-Y. (1982) "Predictions of Channel and Boundary-Layer Flows with a Low-Reynolds-Number Turbulence Model," AIAA Journal, Vol. 20, No. 1, pp. 33-38.

Fernholz, H.H., and Finley, P.J. (1980) "A Critical Commentary on Mean Flow Data for Two-Dimensional Compressible Turbulent Boundary Layers," AGARDograph 253.

Hutchings, B., and Iannuzzelli, R. (1987) "Benchmark Problems for Computational Fluid Dynamics Codes," Mechanical Engineering, pp. 54-58.

Karki, K.C., and Patankar, S.V. (1989) "Pressure Based Calculation Procedure for Viscous Flows at All Speeds in Arbitrary Configurations," AIAA Journal, Vol. 27, No. 9, pp. 1167-1174.

Lam, C.K.G., and Bremhorst, K.A. (1981) "Modified Form of the $k-\varepsilon$ Model for Predicting Wall Turbulence," Journal of Fluids Engineering, Vol. 103, pp. 456-460.

Lang, N.J., and Shih, T.H. (1991) "A Critical Comparison of Two-Equation Turbulence Models," NASA Technical Memorandum 105237.

Launder, B.E., and Sharma, B.I. (1974) "Application of the Energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow near a Spinning Disc," Letters in Heat and Mass Transfer, Vol. 1, pp. 131-138.

Maise, G., and McDonald, H. (1968) "Mixing Length and Kinematic Eddy Viscosity in a Compressible Boundary Layer," AIAA Journal, Vol. 6, No. 1, pp. 73-80.

Motallebi, F. (1994) "Mean Flow Study of Two-Dimensional Subsonic Turbulent Boundary Layers," AIAA Journal, Vol. 32, No. 11, pp. 2153-2161.

Motallebi, F. (1996) "Reynolds Number Effects on the Prediction of Mean Flow Data for Adiabatic 2-D Compressible Boundary Layers," Aeronautical Journal, Vol. 100, No. 992, pp. 53-59.

Nagano, Y., and Tagawa, M. (1990) "An Improved $k-\varepsilon$ Model for Boundary Layer Flows," Journal of Fluids Engineering, Vol. 112, pp. 33-39.

Patankar, S.V. (1980) "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow," Hemisphere.

Patel, V.C., Rodi, W., and Scheuerer, G. (1985) "Turbulence Models for Near-Wall and Low Reynolds Number Flows: A Review," AIAA Journal, Vol. 23, No. 9, pp. 1308-1319.

Rhie, C.M., and Chow, W.L. (1983) "Numerical Study of the Turbulent Flow past an Airfoil with Trailing Edge Separation," AIAA Journal, Vol. 21, No. 11, pp. 1525-1532.

Sarkar, S., Erlebacher, G., Hussaini, M.Y., and Kreiss, H.O. (1991) "The Analysis and Modelling of Dilatational Terms in Compressible Turbulence," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 227, pp. 473-493.

Shih, T.-H. (1990) "An Improved $k-\varepsilon$ Model for Near-Wall Turbulence and Comparison with Direct Numerical Simulation," NASA TM-103221.

Spalart, P.R. (1988) "Direct Simulation of a Turbulent Boundary Layer up to R_θ=1410," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 187, pp.61-98.

Varangrat, S. (1999) "Computational Study of Compressible Flow in an S-Shaped Duct," Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Imperial College, University of London, U.K.

Versteeg, H.K., and Malalasekera, W. (1995) "An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method," Longman Scientific & Technical.

White, F.M. (1991) "Viscous Fluid Flow," 2nd edition, McGraw-Hill.

White, F.M. (1999) "Fluid Mechanics," 4th edition, McGraw-Hill.

Wilcox, D.C. (1984) "A Complete Model for Turbulence Revisited," AIAA Paper 84-0176.

Wilcox, D.C. (1991) "Progress in Hypersonic Turbulence Modeling," AIAA Paper 91-1785.

Wilcox, D.C. (1993) "Turbulence Modeling for CFD," DCW Industries.

Wilcox, D.C., and Rubesin, W.M. (1980) "Progress in Turbulence Modeling for Complex Flow Fields including Effects of Compressibility," NASA Technical Paper 1517.

Yang, Z., and Shih, T.-H. "A $k-\varepsilon$ Modeling of Near Wall Turbulence," Proceedings of the 4th International Symposium on Computational Fluid Dynamics, U.C. Davis.

ประวัตินักวิจัย

ดร.เอกชัย จันทสาโร ดำรงตำแหน่งอาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา ตั้งแต่วันที่ ๑ เมษายน พ.ศ. ๒๕๔๐ จนถึงปัจจุบัน เกิดเมื่อวันที่ ๑๙ มกราคม พ.ศ. ๒๕๑๐ ณ จังหวัดกรุงเทพมหานคร

ดร.เอกชัย จันทสาโร สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในปีพ.ศ. ๒๕๓๒ จากนั้นได้รับทุนรัฐบาลไทย (ทุนทบวงมหาวิทยาลัย รุ่นที่ ๑) ไปศึกษาต่อ ณ Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London เมืองลอนดอน ประเทศอังกฤษ จนสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโท ด้วยวิทยานิพนธ์เรื่อง "Periodic Flow with and without Heat Transfer" ในปีพ.ศ. ๒๕๓๕ และระดับปริญญาเอก ด้วยวิทยานิพนธ์เรื่อง "Numerical Investigation of Periodic Turbulent Shear Flows" ในปีพ.ศ. ๒๕๔๐

ในปีพ.ศ.๒๕๔๐ ดร.เอกชัย จันทสาโร ได้รับการบรรจุเข้าเป็นอาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา และในปีเดียวกันได้ก่อตั้งห้องปฏิบัติการวิจัย Computational Fluid Dynamics Laboratory (CFD Lab) ณ ห้อง F1329 ชั้น 3 อาคารศูนย์เครื่องมือวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 1 เพื่อพัฒนาซอฟต์แวร์ทางด้านพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ โดยได้รับการสนับสนุนจาก รองศาสตราจารย์ ดร.วรพจน์ ขำพิศ หัวหน้าสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล และผู้อำนวยการศูนย์เครื่องมือวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ในปีพ.ศ. ๒๕๔๓ ดร.เอกชัย จันทสาโร หัวหน้าห้องปฏิบัติการวิจัย CFD Lab ได้ร่วมมือกับผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภุชงค์ อุทโยภาศ หัวหน้าห้องปฏิบัติการวิจัย Parallel Research Group (PRG) และอาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ และอาจารย์ ดร.วรางค์รัตน์ จันทสาโร (สุรัตนกวีกุล) หัวหน้าห้องปฏิบัติการวิจัย Computational Mechanics Lab (CML) และอาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ เพื่อก่อตั้งโครงการความร่วมมือทางวิชาการและวิจัย CAMETA (Computer Aided Mechanical Engineering, Technology and Applications) เพื่อสร้างความเข้มแข็งทางวิชาการในการวิจัยและพัฒนาซอฟต์แวร์ทางด้านพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ ซึ่งจะส่งผลให้เกิดการผลิตซอฟต์แวร์ขึ้นใช้เองภายในประเทศและลดการนำเข้าซอฟต์แวร์จากต่างประเทศ