วัชชิราวุฒิ ศรีโคตร : การปรับปรุงภาพถ่ายเหนือเสียงโดยวิธีการแปรผัน (ULTRASOUND IMAGE ENHANCEMENT BY MEANS OF A VARIATIONAL APPROACH)
อาจารย์ที่ปรึกษา : ผศ. ดร. เจษฎา ตัณฑนุช, 72 หน้า.

เมื่อคลื่นเหนือเสียงตกกระทบที่พื้นผิวหยาบจะทำให้เกิดการกระเจิงและสัญญาณรบกวนที่เรียกว่า สเปกเคิล ในภาพถ่ายเหนือเสียง โดยที่การเกิดสัญญาณรบกวนแบบสเปกเคิลนั้น สามารถอธิบายได้ด้วยการแจกแจงทางสถิติที่เรียกว่า การแจกแจงเรย์ลี ซึ่งมีฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น ดังนี้

$$P(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-r^2/(2\sigma^2)}$$

เมื่อ r มากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ และ σ คือพารามิเตอร์ โดยตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ใช้สำหรับการปรับปรุงภาพของภาพถ่ายเหนือเสียงที่มีสัญญาณรบกวนสามารถแสดงได้โดยสมการเชิงปริพันธ์ดังนี้

$$E(u) = \beta \iint_{\Omega} \left(\sqrt{u_x^2 + u_y^2} \right) dxdy + \iint_{\Omega} \left(\frac{\tilde{u}^2}{u^2} + 2\ln u + \mathrm{F}(\tilde{u}) \right) dxdy$$

เมื่อ $u(x,\ y)$ คือค่าของความเข้มสี ณ ตำแหน่ง $(x,\ y)$ ของภาพที่ต้องการ $\tilde{u}(x,y)$ คือค่าของความเข้มสี ณ ตำแหน่ง $(x,\ y)$ ของภาพที่กำลังพิจารณา Ω คือโดเมนของภาพ และ F เป็นค่าคงที่ซึ่งขึ้นกับ $\tilde{u}(x,y)$

แคลคูลัสของการแปรผันเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการหาคำตอบ u ที่เหมาะสมที่สุดของสมการเชิงปริพันธ์ โดยจะแปลงสมการเชิงปริพันธ์ไปสู่สมการเชิงอนุพันธ์ ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) + \frac{2}{\beta u^3}\left(\tilde{u}^2 - u^2 \right) = 0$$

โดยจะเรียกสมการนี้ว่า สมการออยเลอร์-ลากรองจ์ และคำตอบ u นั้นจะเป็นภาพที่ไม่มีสัญญาณรบกวน สำหรับการหาคำตอบสมการออยเลอร์-ลากรองจ์ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ต้นแบบจะใช้วิธีเชิงตัวเลขที่เรียกว่า วิธีเกรเดียนท์เดสเซนท์ และผลลัพธ์ที่ได้แสดงให้เห็นว่าสัญญาณรบกวนใน

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อนักศึกษา_____

ปีการศึกษา 2551 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา_____

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม_____

WATCHIRAWOOT SEEKOT : ULTRASOUND IMAGE ENHANCEMENT BY MEANS OF A VARIATIONAL APPROACH. THESIS ADVISOR : ASST. PROF. JESSADA TANTHANUCH, Ph.D. 72 PP.

CALCULUS OF VARIATIONS / EULER-LAGRANGE EQUATION/ GRADIENT DESCENT METHOD/ RAYLEIGH DISTRIBUTION / SPECKLE NOISE / TOTAL VARIATIONS / ULTRASOUND IMAGE / VARIATIONAL APPROACH

When ultrasonic wave encounter rough surfaces, they become scattered, leading to speckle noise in an ultrasound image. The speckle noise occurring can be explained statistically by the Rayleigh distribution:

$$R_\sigma(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}},$$

where $r \geq 0$ and σ is a parameter.

One mathematical model for reconstructing an observed noisy ultrasound image is the integral equation

$$E(u) = \beta \iint_\Omega \left(\sqrt{u_x^2 + u_y^2} \right) dA + \iint_\Omega \left(\frac{\widetilde{u}^2}{u^2} + 2 \ln u + \mathcal{F}(\widetilde{u}) \right) dA,$$

where $\mathcal{F}(\widetilde{u})$ being a constant depending on $\widetilde{u}$, for coordinate (x, y), $u(x, y)$ is intensity of desired image, $\widetilde{u}(x, y)$ is intensity of observed image and Ω is the image domain.

The Calculus of Variations is the tool used to finding an optimal solution u of the integral equation. It transforms the integral equation to the differential equation

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \right) + \frac{2}{\beta u^3} (\widetilde{u}^2 - u^2) = 0,$$

where $u = \widetilde{u}$ on $\partial\Omega$, which is called Euler-Lagrange equation.

The solution u is expected to be the noiseless image. The gradient descent method is used to find the solution of the Euler-Lagrange equation numerically in the prototype software. The results show that the noise in the ultrasound images and videos is reduced.

School of Mathematics

Academic Year 2008

Student's Signature _____

Advisor's Signature _____

Co-Advisor's Signature _____